

Національний університет фізичного виховання і спорту України
Міністерство молоді та спорту України

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

КУЧЕРЯВА ОЛЬГА ВАЛЕРІЇВНА

УДК 615.825:613.25:616.728.3-009.7-055.2(043.3)

ДИСЕРТАЦІЯ

**ТЕРАПІЯ ТА РЕАБІЛІТАЦІЯ ЖІНОК З ОЖИРІННЯМ ТА
ГОНАЛГІЯМИ НА ОСНОВІ МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ КОЛІННОГО
СУГЛОБА**

227 Фізична терапія, ерготерапія

22 Охорона здоров'я

Подається на здобуття ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

О. В. Кучерява

Наукові керівники: Жарова Ірина Олександрівна, доктор наук з фізичного виховання і спорту, професор

Скочко Володимир Ігорович, доктор технічних наук, професор

Київ – 2026

АНОТАЦІЯ

Кучерява О. В. Терапія та реабілітація жінок з ожирінням та гоналгіями на основі моделювання роботи колінного суглоба. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 227 Фізична терапія, ерготерапія. – Національний університет фізичного виховання і спорту України, Київ, 2026.

Дисертаційну роботу присвячено теоретичному узагальненню та науковому розв'язанню актуальної проблеми профілактики ожиріння у жінок із болями в колінних суглобах на основі аналізу результатів моделювання внутрішніх навантажень у структурах нижньої частини опорно-рухового апарату.

Аналіз сучасних досліджень свідчить, що надмірна маса тіла є одним із провідних чинників порушень функціонального стану опорно-рухового апарату, зокрема розвитку гоналгій, котрі зумовлені підвищеним механічним навантаженням на колінний суглоб та обмеженням рухової активності, що в подальшому призводить до ослаблення м'язово-зв'язкового апарату, порушення конгруентності суглобових поверхонь і формування стійких функціональних обмежень.

Попри широке застосування засобів фізичної терапії та фітнесу при ожирінні, за наявності супутніх порушень опорно-рухового апарату їх ефективність часто є недостатньою через неврахування механізмів формування та перерозподілу внутрішніх навантажень. У зв'язку з цим нами обґрунтовано доцільність застосування моделювання роботи опорно-рухового апарату в осіб із ожирінням як економічно доцільного та нетравматичного інструменту аналізу навантажень у суглобах і м'язах, котрий дозволяє оцінити напружено-деформований стан елементів системи. Виявлена нестача моделей, адаптованих

до особливостей жіночої анатомії, підтверджує актуальність використання сучасних комп'ютерних методів моделювання для обґрунтованого вибору стратегій фізичної терапії та реабілітації.

Мета дослідження – наукове обґрунтування та розробка практичних рекомендацій до застосування засобів фізичної терапії та фітнесу у жінок з ожирінням та гоналгіями на основі аналізу результатів моделювання внутрішніх навантажень у структурах нижньої частини опорно-рухового апарату.

Методи дослідження – аналіз спеціальної та науково-методичної літератури, методи оцінки клінічних показників та функціонального стану: контент-аналіз, аналіз медичних карт, анкетування та спостереження, антропометричні методи, біоімпедансний аналіз, соціологічні методи: WOMAC Osteoarthritis Index, опитувальник EuroQol-5D; методи чисельного моделювання, прикладної дискретної геометрії та моделювання у середовищі символічних та чисельних пакетів прикладної математики; методи математичної статистики.

Наукова новизна дисертаційної роботи полягає в тому, що:

– *вперше*, у чисельних показниках та наочно за допомогою геометричної моделі фрагментів ОРА нижньої частини тіла, продемонстровано: вплив надмірної маси тіла на зміни рухової активності людини; вплив надмірної маси тіла на навантаження колінного суглоба; структурно-функціональні зміни в колінному суглобі, що відбуваються під впливом навантаження;

– *вперше*, побудовано із застосуванням елементів теорії параметризації й математичного аналізу функціональні залежності між відсотковим вмістом жирових тканин у тілі (α) та мірою перенавантаження колінних суглобів (λ);

– *вперше*, на основі геометричної моделі, оцінено за принципами МКФ структурно-функціональні зміни у колінному суглобі та у нижній кінцівці у жінок з ожирінням;

– *вперше*, для перевірки побудови дискретної геометричної моделі нижньої частини ОРА побудована її скінченно-елементна модель із застосуванням програмного комплексу ЛІРА-САПР;

– *вперше*, на підставі розробленої геометричної моделі порушень структур та функцій ОРА, визначено базові принципи використання результатів моделювання у терапії та реабілітації осіб із ожирінням та гоналгіями;

– *вперше*, на підставі розробленої геометричної моделі порушень структур та функцій ОРА, науково обґрунтовано та розроблено практичні рекомендації до застосування засобів фізичної терапії та фітнесу у жінок з ожирінням та гоналгіями;

– *дістали подальшого розвитку* дані про зміни у структурно-функціональному стані ОРА жінок з ожирінням;

– *дістали подальшого розвитку* теоретичні уявлення про доцільність та можливість застосування засобів фізичної терапії та фітнесу у жінок з ожирінням та гоналгіями;

– *підтверджено дані* про найбільш значущі фактори, що впливають на характер і спрямованість реабілітаційних заходів у осіб з ожирінням та гоналгіями.

Дослідження проводилося на базі Науково-дослідного інституту Національного університету фізичного виховання і спорту України, фітнес-центру «АЕРО» (м. Червоноград) та Центру фізичної терапії «Олімпійський» (м. Київ) у період з 2022 до 2026 рр. Контингент досліджуваних: дев'ять жінок 30-65 років (середній вік $46,5 \pm 5,6$ року ($x \pm S$)) із ожирінням (ІМТ від 25,7 до 40,5 кг/м²) та клінічно підтвердженими функціональними порушеннями КС – гоналгіями.

Аналіз клінічних показників та функціонального стану досліджуваних жінок засвідчив значну варіабельність антропометричних показників, що відображає неоднорідність морфологічної будови тулуба у досліджуваній групі

та підтверджує переважну локалізацію надлишкової жирової маси в ділянці тулуба й нижніх кінцівок, характерну для абдомінального типу ожиріння у жінок.

За результатами аналізу компонентного складу тіла встановлено, що середній відсотковий вміст жирової маси у жінок з ожирінням становив 42,6 %, з коливаннями від 31,7 % до 48,7 %, що поєднувалося зі зниженням частки безжирової маси; середній відсотковий вміст жирової компоненти нижніх кінцівок у досліджених жінок становив 46 % від загальної маси нижніх кінцівок. Таким чином, фактична маса нижньої кінцівки була в середньому на 85,19 % більшою за її передбачувану масу, розраховану за умов нормального співвідношення жирової та безжирової компонент. Отримані результати свідчать про дисбаланс компонентного складу тіла та недостатній розвиток м'язової компоненти, що, в свою чергу, свідчить про несприятливі умови функціонування ОРА.

Отримані дані дозволили визначити відсоткове значення перенавантаження КС (λ) у жінок, шляхом віднесення перевантаження (Q , кг) до суми кістково-м'язової маси (P) нижніх та верхніх кінцівок і тулуба.

З метою кількісної оцінки впливу надмірної маси тіла на функціонування колінного суглобу було проаналізовано залежність відсоткового показника перенавантаження КС λ від відсоткового значення надмірної маси тіла α . Визначено, що зі зростанням індексу маси тіла за рахунок жирової компоненти, перевантаження колінного суглобу зростає нелінійно. Виявлена закономірність є несприятливою з позицій подальшого розвитку дисфункцій ОРА, оскільки за умов нелінійної залежності, підвищення навантаження на колінні суглоби відбувається у прискореному темпі та супроводжується загостренням гоналгій.

Виявлені функціональні порушення спонукали провести оцінку активності та участі жінок з ожирінням і гоналгіями. Так, результати оцінювання за шкалою WOMAC засвідчують достовірне ($x \pm S$) зниження (погіршення) значень за всіма доменами: біль ($8,4 \pm 2,9$ бали), скутість ($7,1 \pm 0,9$ бали) та функція ($49,3 \pm 5,2$

бали). Отримані результати вказують на виражені порушення функціонального стану ОРА та істотне зниження рівня активності у досліджуваних жінок.

Статистичний аналіз результатів за доменами індексу EuroQol-5D засвідчив переважання незначних або помірних порушень функціонального стану жінок з ожирінням та гоналгіями. Так, середні значення ($x \pm S$) за доменами «Мобільність» та «Самообслуговування» становили $1,3 \pm 0,5$ бали, «Звична активність» – $2,7 \pm 0,5$ бали, «Біль / дискомфорт» – $2,0 \pm 0,7$ бали, «Тривога / депресія» – $1,6 \pm 0,7$ бали. Суб'єктивну оцінку стану здоров'я за шкалою EQ-VAS визначено на рівні $42,9 \pm 16,1$ бали, що свідчить про зниження якості життя та негативне сприйняття власного здоров'я більшістю жінок на момент дослідження.

У межах дисертаційного дослідження здійснено теоретико-методичне обґрунтування та розроблено біотенсегриті-орієнтований підхід до моделювання напружено-деформованого стану нижньої частини опорно-рухового апарату людини з акцентом на колінний суглоб. Проведений аналіз засвідчив, що застосування концепції біотенсегриті дозволяє розглядати кістково-м'язову систему як цілісну просторову структуру взаємодії елементів стиску та натягу, що є методологічно обґрунтованим для дослідження механізмів формування та перерозподілу внутрішніх зусиль.

Доведено, що розроблена біотенсегриті-модель є універсальним інструментом для аналізу напружено-деформованого стану нижньої частини ОРА при різних антропометричних показниках, ступенях ожиріння та варіантах рухових поз, включаючи симетричні й асиметричні. За допомогою моделі ідентифіковано найбільш навантажені елементи системи, критичні кути згинання колінного суглобу, а також аргументовано безпечні діапазони рухів, у межах яких навантаження на хрящові структури є мінімальними або стабільними.

Результати геометричного моделювання безпосередньо було покладено в основу функціональної інтерпретації отриманих змін за доменами МКФ та

використано для формування науково обґрунтованих практичних рекомендацій до застосування засобів ФТ та фітнесу у жінок з ожирінням та гоналгіями.

В межах практичних рекомендацій, з урахуванням виявлених порушень за доменами МКФ (обмеження амплітуди рухів у КС, зниження м'язового тону та сили м'язів-стабілізаторів, порушення рівноваги і постурального контролю, підвищення інтенсивності больового синдрому; зниження толерантності до осьових навантажень; порушення локального кровообігу у ділянці КС і прилеглих тканинах) було визначено безпечні види та параметри рухової активності з урахуванням положення тіла, амплітуди рухів, темпу виконання та характеру м'язової роботи, що дало підстави для подальшого обґрунтованого визначення послідовності роботи з тими чи іншими м'язовими групами з урахуванням їхнього впливу на навантаження КС.

До практичного застосування запропоновано наступні засоби ФТ та фітнесу: терапевтичні вправи (дихальні, загальнорозвиваючі, спеціальні вправи для збільшення амплітуди руху колінного суглобу, вправи для стабільності КС, вправи на рівновагу та координацію, вправи на витривалість, вправи для збільшення сили та тону м'язів стегна та черевного пресу, вправи на зниження маси тіла без створення осьових і ударних навантажень на КС); вправи пілатесу; кінезіотейпування, котрі забезпечують контрольовану активацію м'язових груп, сприяють зниженню маси тіла, покращенню стабільності КС та формуванню стійких рухових навичок, необхідних для подальшої самостійної фізичної активності. Навчальний блок практичних рекомендацій представлений порадами щодо харчування та загальної фізичної активності.

Практична значущість отриманих результатів полягає у розробці алгоритму формування та надання реабілітаційної послуги для осіб із ожирінням та гоналгіями, із визначеною чіткою послідовністю наступних дій: 1) оцінка клінічних показників, структур та функцій, активності та участі пацієнта; 2) формування дискретно представленої геометричної моделі на основі визначених

показників; 3) моделювання і порівняння компонентів напружено-деформованого стану ОРА людини; 4) визначення величини та комбінації м'язових зусиль, що впливають на біомеханіку ОРА осіб із ожирінням та пов'язані з цим наслідкові структурно-функціональні зміни в КС та в нижній кінцівці в цілому, оцінені за принципами МКФ; 5) визначення базових принципів використання результатів моделювання у терапії та реабілітації осіб із ожирінням; 6) визначення завдань терапії та реабілітації; 7) підбір засобів терапії та реабілітації; 8) встановлення SMART-цілей; 9) розробка та впровадження індивідуальної програми; 10) оцінка ефективності програми.

Таким чином, модельно-орієнтований підхід дозволяє перейти від узагальнених рекомендацій до розробки індивідуалізованих терапевтично-реабілітаційних програм та може розглядатися як інноваційний інструмент у роботі фізичних терапевтів та інших фахівців, у боротьбі з ожирінням та його наслідками.

Ключові слова: фізична терапія, реабілітація, фітнес, ожиріння, гоналгії, біль, колінний суглоб, навантаження, опорно-руховий апарат, моделювання функцій ОРА, інтерпретаційна фізико-математична модель.

SUMMARY

Kucheriava O. Therapy and rehabilitation of women with obesity and gonalgias based on modeling of knee joint functioning. – Qualifying scientific work submitted as a manuscript.

Dissertation for the degree of doctor of philosophy in the specialty 227 Physical Therapy, Occupational Therapy. – National University of Ukraine on Physical Education and Sport, Kyiv, 2026.

The dissertation is devoted to the theoretical generalization and scientific solution of a relevant problem of obesity prevention in women with knee joint pain,

based on the analysis of the results of modeling internal loads within the structures of the lower part of the musculoskeletal system.

An analysis of contemporary studies indicates that excess body weight is one of the leading factors contributing to impairments in the functional state of the musculoskeletal system, in particular to the development of gonalgias, which are caused by increased mechanical loading of the knee joint and reduced motor activity. This, in turn, leads to weakening of the muscle–ligament apparatus, disturbances in the congruence of joint surfaces, and the formation of persistent functional limitations.

Despite the widespread use of physical therapy and fitness interventions in obesity, in the presence of concomitant musculoskeletal disorders their effectiveness is often insufficient due to the failure to account for the mechanisms of formation and redistribution of internal loads. In this regard, the expediency of applying musculoskeletal system modeling in individuals with obesity has been substantiated as a cost-effective and non-traumatic tool for analyzing loads in joints and muscles, allowing the stress–strain state of system elements to be assessed. The identified lack of models adapted to the specific features of female anatomy confirms the relevance of using modern computer-based modeling methods for the substantiated selection of physical therapy and rehabilitation strategies.

The aim of the study is the scientific substantiation and development of practical recommendations for the application of physical therapy and fitness interventions in women with obesity and gonalgias, based on the analysis of the results of modeling internal loads within the structures of the lower part of the musculoskeletal system.

Research methods include the analysis of specialized and scientific-methodological literature; methods for assessing clinical indicators and functional status, namely content analysis, questionnaires, and observation; anthropometric methods; bioimpedance analysis; sociological methods, including the WOMAC Osteoarthritis Index and the EuroQol-5D questionnaire; methods of numerical

modeling, applied discrete geometry, and modeling within symbolic and numerical packages of applied mathematics; as well as methods of mathematical statistics.

The scientific novelty of the dissertation consists in the following:

– *for the first time*, using quantitative indicators and visual representation based on a geometric model of fragments of the lower part of the musculoskeletal system, the following have been demonstrated: the effect of excess body weight on changes in human motor activity; the influence of excess body weight on knee joint loading; and the structural and functional changes in the knee joint occurring under loading conditions;

– *for the first time*, using quantitative indicators and visual representation based on a geometric model of fragments of the lower part of the musculoskeletal system, the following have been demonstrated: the effect of excess body weight on changes in motor activity; the influence of excess body weight on knee joint loading; and the structural and functional changes in the knee joint occurring under loading conditions;

– *for the first time*, functional relationships between the percentage content of adipose tissue in the body (α) and the degree of knee joint overload (λ) have been established using elements of parameterization theory and mathematical analysis;

– *for the first time*, based on a geometric model, structural and functional changes in the knee joint and the lower limb in women with obesity have been assessed in accordance with the principles of the International Classification of Functioning, Disability and Health (ICF);

– *for the first time*, in order to verify the construction of the discrete geometric model of the lower part of the musculoskeletal system, its finite element model was developed using the LIRA-SAPR software package;

– *for the first time*, on the basis of the developed geometric model of impairments in the structures and functions of the musculoskeletal system, the fundamental principles for applying modeling results in the therapy and rehabilitation of individuals with obesity and gonalgias have been defined;

– *for the first time*, on the basis of the developed geometric model of impairments in the structures and functions of the musculoskeletal system, practical recommendations for the application of physical therapy and fitness interventions in women with obesity and gonalgias have been scientifically substantiated and developed;

– data on changes in the structural and functional state of the musculoskeletal system in women with obesity *have been further developed*;

– theoretical concepts regarding the expediency and feasibility of applying physical therapy and fitness interventions in women with obesity and gonalgias *have been further developed*;

– *it has been confirmed* that the most significant factors influencing the nature and direction of rehabilitation interventions in individuals with obesity and gonalgias have been identified.

The study was conducted at the Research Institute of the National University of Ukraine on Physical Education and Sport, the AERO Fitness Center (Chervonohrad), and the First Physio Clinic (Kyiv) during the period from 2022 to 2026. The study sample comprised nine women aged 30–65 years (mean age 46.5 ± 5.6 years ($x \pm S$)) with obesity (BMI ranging from 25.7 to 40.5 kg/m²) and clinically confirmed functional impairments of the knee joint, namely gonalgias.

The analysis of clinical indicators and functional status of the examined women revealed a considerable variability in anthropometric parameters, reflecting the heterogeneity of trunk morphology within the study group and confirming the predominant localization of excess adipose mass in the trunk and lower limbs, which is characteristic of the abdominal type of obesity in women.

According to the analysis of body composition, the mean percentage of fat mass in women with obesity was 42.6 %, ranging from 31.7 % to 48.7 %, which was accompanied by a reduction in the proportion of fat-free mass. The average percentage of the fat component in the lower limbs of the examined women accounted for 46 % of

the total lower limb mass. Consequently, the actual mass of the lower limb was, on average, 85.19 % higher than its estimated mass calculated under conditions of a normal ratio of fat and fat-free components. The obtained results indicate an imbalance in body composition and insufficient development of the muscle component, which, in turn, reflects unfavorable conditions for the functioning of the musculoskeletal system.

The obtained data made it possible to determine the percentage value of knee joint overload (λ) in women by relating the overload (Q, kg) to the sum of the musculoskeletal mass (P) of the lower and upper limbs and the trunk.

In order to quantitatively assess the effect of excess body weight on knee joint functioning, the relationship between the percentage indicator of knee joint overload (λ) and the percentage value of excess body weight (α) was analyzed. It was determined that with an increase in body mass index due to the fat component, knee joint overload increases in a non-linear manner. The identified pattern is unfavorable from the perspective of further development of musculoskeletal dysfunctions, since under conditions of a non-linear relationship, the increase in loading of the knee joints occurs at an accelerated rate and is accompanied by an exacerbation of gonalgias.

The identified functional impairments prompted an assessment of activity and participation in women with obesity and gonalgias. The results of the WOMAC scale assessment demonstrated a statistically significant ($x \pm S$) decrease (deterioration) across all domains: pain (8.4 ± 2.9 points), stiffness (7.1 ± 0.9 points), and function (49.3 ± 5.2 points). The obtained results indicate pronounced impairments in the functional state of the musculoskeletal system and a substantial reduction in the level of activity in the examined women.

Statistical analysis of the results across the domains of the EuroQol-5D index indicated a predominance of mild or moderate impairments in the functional status of women with obesity and gonalgias. Thus, the mean values ($x \pm S$) for the domains Mobility and Self-care were 1.3 ± 0.5 points, Usual activities – 2.7 ± 0.5 points, Pain/Discomfort – 2.0 ± 0.7 points, and Anxiety/Depression – 1.6 ± 0.7 points. The

subjective assessment of health status according to the EQ-VAS scale was determined at 42.9 ± 16.1 points, indicating a reduced quality of life and a negative perception of personal health in the majority of women at the time of the study.

Within the framework of the dissertation research, a theoretical and methodological substantiation was provided and a biotensegrity-oriented approach to modeling the stress–strain state of the lower part of the human musculoskeletal system was developed, with a particular focus on the knee joint. The conducted analysis demonstrated that the application of the biotensegrity concept allows the musculoskeletal system to be considered as an integrated spatial structure of interacting compression and tension elements, which is methodologically justified for investigating the mechanisms of formation and redistribution of internal forces.

It has been demonstrated that the developed biotensegrity model is a universal tool for analyzing the stress–strain state of the lower part of the musculoskeletal system under various anthropometric parameters, degrees of obesity, and movement posture variants, including both symmetrical and asymmetrical ones. Using the model, the most highly loaded elements of the system and critical knee joint flexion angles were identified, and safe ranges of motion were substantiated, within which the load on cartilaginous structures remains minimal or stable.

The results of geometric modeling were directly used as the basis for the functional interpretation of the obtained changes across the ICF domains and were applied to the development of scientifically substantiated practical recommendations for the use of physical therapy and fitness interventions in women with obesity and gonalgias.

Within the framework of the practical recommendations, taking into account the identified impairments across the ICF domains (limitations in knee joint range of motion, decreased muscle tone and strength of stabilizing muscles, impaired balance and postural control, increased intensity of pain syndrome; reduced tolerance to axial loads; and disturbances of local circulation in the knee joint region and adjacent

tissues), safe types and parameters of motor activity were determined with regard to body position, range of motion, execution tempo, and the nature of muscular work. This provided a basis for the subsequent substantiated determination of the sequence of activation of specific muscle groups, considering their influence on knee joint loading.

The following physical therapy and fitness interventions were proposed for practical application: therapeutic exercises (breathing exercises; general developmental exercises; special exercises aimed at increasing knee joint range of motion; exercises for knee joint stability; balance and coordination exercises; endurance exercises; exercises to increase strength and muscle tone of the thigh and abdominal muscles; exercises aimed at body weight reduction without inducing axial or impact loads on the knee joint); Pilates exercises; and kinesiotaping. These interventions ensure controlled activation of muscle groups, contribute to body weight reduction, improve knee joint stability, and promote the formation of sustainable motor skills necessary for further independent physical activity.

The educational component of the practical recommendations is presented in the form of guidance on nutrition and general physical activity.

The practical significance of the obtained results lies in the development of an algorithm for the formation and provision of rehabilitation services for individuals with obesity and gonalgias, with a clearly defined sequence of the following actions: 1) assessment of clinical indicators, body structures and functions, activity and participation of the patient; 2) formation of a discretely represented geometric model based on the identified indicators; 3) modeling and comparison of the components of the stress–strain state of the human musculoskeletal system; 4) determination of the magnitude and combination of muscle efforts influencing musculoskeletal biomechanics in individuals with obesity and the associated consequent structural and functional changes in the knee joint and the lower limb as a whole, assessed in accordance with the principles of the International Classification of Functioning, Disability and Health (ICF); 5) determination of the fundamental principles for

applying modeling results in the therapy and rehabilitation of individuals with obesity; 6) definition of therapy and rehabilitation objectives; 7) selection of therapeutic and rehabilitation interventions; 8) establishment of SMART goals; 9) development and implementation of an individualized program; 10) evaluation of program effectiveness.

Thus, the model-oriented approach makes it possible to move from generalized recommendations to the development of individualized therapeutic and rehabilitation programs and may be considered an innovative tool in the professional practice of physical therapists and other specialists in addressing obesity and its consequences.

Key words: physical therapy, rehabilitation, fitness, obesity, gonalgias, pain, knee joint, loading, musculoskeletal system, modeling of musculoskeletal system functions, interpretative physical and mathematical model.

Список публікацій здобувача за темою дисертації

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації

1. Жарова І. О., Скочко В. І., Кучерява О. В. Моделювання функцій опорно-рухового апарату як інструмент вибору та використання засобів фізичної терапії в осіб із надлишковою масою тіла та гоналгіями. *Спортивна медицина, фізична терапія та ерготерапія*. 2023. № 1. С. 102–107. DOI: 10.32652/spmed.2023.1.102-107 Фахове видання України. *Особистий внесок здобувача – в постановці проблеми та узагальненні наукових даних. Внесок Жарової І. О. полягає у формулюванні наукової проблеми дослідження, визначенні методологічних підходів до аналізу функціонального стану опорно-рухового апарату, узагальненні теоретичних положень та науковому редагуванні матеріалів статті. Внесок Скочка В. І. полягає у розробці концептуальних засад математичного та геометричного моделювання роботи опорно-рухового апарату, методичному обґрунтуванні побудови моделі та участі в аналізі отриманих результатів.*

2. Жарова І. О., Скочко В. І., Кучерява О. В., Горенко З. А. Особливості антропометричних характеристик жінок з надмірною масою тіла та гоналгіями. *Спортивна медицина, фізична терапія та ерготерапія*. 2023. № 2. С. 145–151. DOI: 10.32652/spmed.2023.2.145-151 Фахове видання України. *Особистий внесок здобувача – ідея, збір і аналіз літератури, написання статті, висновки, анотації. Внесок Жарової І. О. полягає у визначенні концептуальних засад дослідження антропометричних показників жінок із надмірною вагою та гоналгіями, методичному супроводі дослідження, узагальненні отриманих результатів та науковому редагуванні матеріалів статті. Внесок Скочка В. І. полягає в участі у формуванні методології дослідження, статистичній інтерпретації отриманих антропометричних даних та їх аналітичному опрацюванні. Внесок*

Горенко З. А. полягає у проведенні первинної обробки експериментальних даних, участі в аналізі результатів дослідження.

3. Жарова І. О., Скочко В. І., Кучерява О. В. Визначення функціональної залежності між надмірною вагою та мірою перенавантаження колінних суглобів у жінок з гоналгіями. *Спортивна медицина, фізична терапія та ерготерапія*. 2024. № 1. С. 183–194. DOI: 10.32652/spmed.2024.1.183-194. Фахове видання України. *Особистий внесок здобувача полягає в підборі методів досліджень, організації та проведенні дослідження, опрацюванні й аналізі отриманих результатів. Внесок Жарової І. О. полягає у формулюванні наукової концепції дослідження функціональної залежності між надмірною вагою та мірою перенавантаження колінних суглобів, визначенні методологічних підходів, інтерпретації результатів та науковому редагуванні статті. Внесок Скочка В. І. полягає у розробці математико-модельних підходів до оцінювання перенавантаження колінних суглобів, участі в аналітичному опрацюванні результатів та їх узагальненні.*

4. Кучерява О. Застосування фізичної терапії засобами пілатесу як ефективний інструмент покращення якості складу тіла жінок з надмірною вагою та гоналгіями. *Фітотерапія. Часопис*. 2024. № 1. С. 84–89. DOI: 10.32782/2522-9680-2024-1-84 Фахове видання України, проіндексоване у базі даних Scopus (Q4).

5. Жарова І. О., Кучерява О. В. Аналіз особливостей побудови та застосування програми фізичної терапії жінок з надмірною вагою та гоналгіями із застосуванням вправ пілатесу. *Спортивна медицина, фізична терапія та ерготерапія*. 2025. № 1. С. 185–191. DOI: 10.32782/spmed.2025.1.26 Фахове видання України. *Особистий внесок здобувача – в постановці проблеми та підборі методів досліджень, узагальненні наукових даних та опрацюванні й аналізі отриманих результатів. Внесок Жарової І. О. полягає у визначенні теоретико-методичних засад побудови програми фізичної терапії жінок із*

надмірною вагою та гоналгіями, науковому обґрунтуванні структури програми та узагальненні отриманих результатів.

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

6. Довгий І. Л., Кучерява О. В., Федосенко А. В. Гонартроз: особливості консервативного лікування та застосування фізичної терапії. *Синтез теорії і практики у навчально-методичному і клінічному забезпеченні здорового способу життя* : матеріали конф. молодих вчених, м. Київ, 25 листоп. 2022 р. Київ, 2022. С. 54–55. URL: <https://www.phytotherapy.vernadskyjournals.in.ua/journal/2022/congress/14.pdf>

Особистий внесок здобувача полягає в постановці проблеми та узагальненні наукових даних.

7. Kucheriava O. Relevance of the experimental model of the excess weight influence on knee and adjacent joints. *Молодь та олімпійський рух*: зб. тез доп. XVI Міжнар. конф. молодих вчених, м. Київ, 29 черв. 2023 р. Київ : НУФВСУ, 2023. С. 102–103. URL: https://unisport.edu.ua/sites/default/files/vseDocumenti/zbirnyk_tez_molod_hvi_zhovtlyst_23_7_1.pdf

8. Кучерява О. Аналіз показника перенавантаження колінних суглобів у жінок з надмірною вагою та гоналгіями. *Молодь та олімпійський рух* : зб. тез доп. XVII Міжнар. конф. молодих вчених, м. Київ, 7 трав. 2024 р. Київ : НУФВСУ, 2024. С. 164–165. URL: https://unisport.edu.ua/sites/default/files/vseDocumenti/zbirnyk_tez_dopovidey_xvii_molod_ta_olimpiyskyu_ruh_13_05_24.pdf

Наукові праці, які додатково відображають наукові результати дисертації:

9. Кучерява О. Моделювання та формоутворення засобами прикладної та дискретної геометрії як основа побудови інтерпретаційної фізико-математичної моделі опорно-рухового апарату людини. *Build-Master-Class-2023* : Conference

Proceedings of the International Scientific-Practical Conference of Young Scientists, м. Київ, 29 листоп. – 01 груд. 2023 р. Київ, 2023. С. 101–102. URL: https://drive.google.com/file/d/1UTz7ErwYUJnzZZ_N1TxB1cuqTCIR_mJc/view

10. Кучерява О., Скочко В. Принцип опису статичної рівноваги компонентів опорно-рухового апарату людини на основі роботи фізико-математичної моделі біотенсегриті. *Build-Master-Class-2024* : Conference Proceedings of the International Scientific-Practical Conference of Young Scientists, м. Київ, 5–7 листоп. 2024 р. Київ, 2024. С. 563–564. URL: https://library.knuba.edu.ua/books/zbirniki/37/BMC-2024_DOI_978-617-520-936-3-1.pdf *Особистий внесок здобувача полягав у формуванні наукової ідеї дослідження, інтерпретації результатів моделювання з позицій біомеханіки та фізичної терапії, а також у формулюванні висновків.*

11. Кучерява О. В., Скочко В. І., Свірідонов В. Г. Геометричні основи побудови моделі опорно-рухового апарату людини на основі уявлення про роботу біотенсегриті. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. 2025. Вип. № 109. С. 150–167. URL: <http://ageg.knuba.edu.ua/issue/view/20406> *Особистий внесок здобувача полягав у формуванні наукової ідеї дослідження, інтерпретації результатів моделювання з позицій фізичної терапії, а також у формулюванні висновків статті.*

12. Кучерява О. В., Скочко В. І., Посікера А. В. Статична рівновага вузлів біотенсегриті-моделі опорно-рухового апарату людини. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. 2025. Вип. № 109. С. 168–197. DOI: 10.32347/0131-579x.2025.109.168-197 *Особистий внесок здобувача полягав у постановці наукової проблеми та узагальненні наукових даних статті.*

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СКОРОЧЕНЬ.....	23
ВСТУП.....	24
РОЗДІЛ 1 РОЛЬ І МІСЦЕ ФІЗИЧНОЇ ТЕРАПІЇ ТА ЗАСОБІВ ФІТНЕСУ У ТЕРАПІЇ ТА РЕАБІЛІТАЦІЇ ЖІНОК З ОЖИРІННЯМ ТА ГОНАЛГІЯМИ.....	31
1.1 Ожиріння – актуальна медична та соціальна проблема.....	31
1.2 Вплив надмірної маси тіла та ожиріння на опорно-руховий апарат	37
1.3 Моделювання характеру роботи опорно-рухового апарату у осіб із ожирінням, як інструмент вибору та використання засобів фізичної терапії та фітнесу.....	40
1.4 Особливості застосування засобів фізичної терапії та фітнесу у осіб з надмірною масою тіла та наслідковими порушеннями опорно-рухового апарату – гоналгіями.....	47
Висновки до розділу 1.....	54
РОЗДІЛ 2 МЕТОДИ ТА ОРГАНІЗАЦІЯ ДОСЛІДЖЕННЯ.....	55
2.1 Методи дослідження.....	55
2.1.1 Аналіз спеціальної науково-методичної літератури.....	56
2.1.2 Методи оцінки клінічних показників та функціонального стану	57
2.1.3 Методи оцінки активності та участі.....	60
2.1.4 Методи математичної обробки отриманих даних.....	61
2.1.5 Фізико-математична модель опорно-рухового апарату людини....	63
2.1.5.1 Статико-геометричний метод як основа тривимірного моделювання опорно-рухового апарату.....	63
2.1.5.2 Теоретичні методи аналізу та розрахунку фізичних сітчастих та стрижневих структур.....	71

2.1.5.3	Застосування методу скінченних елементів при визначенні напружено-деформованого стану досліджуваної моделі.....	74
2.2	Організація дослідження.....	79
РОЗДІЛ 3	ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ НАДМІРНОЇ МАСИ ТІЛА НА ОПОРНО-РУХОВИЙ АПАРАТ НА ОСНОВІ ГЕОМЕТРИЧНОГО Й ЧИСЕЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ.....	82
3.1	Аналіз клінічних показників та функціонального стану.....	82
3.2	Аналіз активності та участі.....	111
3.3	Формування дискретної геометричної моделі опорно-рухового апарату людини.....	115
3.4	Моделювання і порівняння компонентів напружено-деформованого стану опорно-рухового апарату людини з нормальною та надмірною масою тіла.....	129
3.5	Визначення величини та комбінації м'язових зусиль, що можуть забезпечити відновлення біомеханіки опорно-рухового апарату осіб із ожирінням.....	141
	Висновки до розділу 3.....	181
РОЗДІЛ 4	ПРАКТИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ЗАСТОСУВАННЯ ЗАСОБІВ ФІЗИЧНОЇ ТЕРАПІЇ ТА ФІТНЕСУ У ЖІНОК З ОЖИРІННЯМ ТА ГОНАЛГІЯМИ.....	184
4.1	Аналіз впливу результатів моделювання зусиль у елементах опорно-рухового апарату на розробку практичних рекомендацій до застосування засобів фізичної терапії та фітнесу у жінок з ожирінням та гоналгіями.....	184
4.2	Практичні рекомендації до застосування засобів фізичної терапії та фітнесу у жінок з ожирінням та гоналгіями на основі моделювання роботи колінного суглобу.....	191

Висновки до розділу 4.....	203
РОЗДІЛ 5 АНАЛІЗ І УЗАГАЛЬНЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ...	205
ВИСНОВКИ.....	213
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	217
ДОДАТКИ.....	238

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СКОРОЧЕНЬ

ВООЗ	– Всесвітня організація охорони здоров'я
ІМТ	– індекс маси тіла
ОРА	– опорно-руховий апарат
КС	– колінний суглоб
МКФ	– Міжнародна класифікація функціонування, обмеження життєдіяльності та здоров'я
МСЕ	– метод скінченних елементів
НДС	– напружено-деформований стан
ПК	– програмний комплекс
СЕМ	– скінченно-елементна модель
ТВ	– терапевтичні вправи
ФТ	– фізична терапія
ЯЖ	– якість життя

ВСТУП

Обґрунтування вибору теми дослідження. Ожиріння є значною медико-соціальною та економічною проблемою сучасного суспільства [10, 13, 49, 126]. За даними Всесвітньої організації охорони здоров'я (ВООЗ), запобігання й попередження цього стану є ключовим викликом для системи охорони здоров'я у XXI столітті, адже в цей час ожиріння є одним з найпоширеніших хронічних неінфекційних захворювань у світі: у розвинених країнах близько 50 % населення мають надмірну вагу та ожиріння [126, 173], в Україні цей показник становить близько 45 % [12]. Серед жінок зростання нових випадків ожиріння збільшилось з 122 тис. у 2022 році до 196 тис. у 2025 році [12].

Ожиріння – це аномальне і надлишкове накопичення жирової тканини в організмі людини, що призводить до погіршення стану здоров'я та розвитку численних хронічних захворювань – метаболічних та неметаболічних ускладнень ожиріння [10, 13, 55, 70, 172], серед яких порушення опорно-рухового апарату (ОРА) займають одне з провідних місць.

Дослідження, що вивчають природу та силу впливу надмірної маси тіла на стан ОРА людини, поступово розвиваються, забезпечуючи краще розуміння основних механізмів цього процесу. Відомо, що збільшення маси тіла провокує виникнення гоналгій (болю у колінних суглобах) внаслідок надмірного механічного навантаження на колінний суглоб (КС) та різкого обмеження фізичної активності, що, в свою чергу, призводить до слабкості м'язово-зв'язкового апарату та порушення конгруентності суглобових поверхонь [13].

Засоби фізичної терапії та фітнесу широко використовують на всіх етапах терапії та реабілітації при ожирінні. У той же час представлений фактичний матеріал свідчить про те, що, незважаючи на провідне місце рухової активності у розв'язанні завдань зниження маси тіла, її реалізація при супутніх порушеннях ОРА далека від ідеалу та не забезпечує належного ефекту через недостатність

вивчення механізмів розвитку функціональних порушень ОРА при надмірній масі тіла.

Враховуючи вищесказане, моделювання ОРА у осіб із ожирінням може виступати економічно вигідним і нетравматичним інструментом вивчення внутрішніх навантажень на суглоби та м'язи [20], а його результати нададуть можливість проаналізувати не лише локальні зусилля, що виникають у колінному суглобі, але й дозволять піддати ретельному аналізу компоненти напружено-деформованого стану усіх елементів моделі. Окрім того, на сьогодні існує брак у достатній мірі точних моделей, адаптованих до жіночої анатомії, що робить подальші наукові дослідження у цій сфері дедалі більш значущими.

Таким чином, застосування сучасних методів та підходів до моделювання роботи ОРА із застосуванням комп'ютерної техніки [21] може розглядатися як інноваційний засіб оцінки та інтерпретації впливу ожиріння на структури та функції нижніх кінцівок у жінок, а також слугуватиме інструментом математично-доказово обґрунтованого вибору найбільш ефективних стратегій терапії та реабілітації порушень ОРА при ожирінні.

Зв'язок роботи з науковими планами, темами. Робота виконана відповідно до Плану науково-дослідної роботи Національного університету фізичного виховання і спорту України на 2021-2025 рр. за темою 4.2 «Відновлення функціональних можливостей, діяльності та участі осіб різних нозологічних, професійних та вікових груп засобами фізичної терапії» (номер державної реєстрації 0121U107926). Особистий внесок здобувача полягає у визначенні структурно-функціонального стану жінок з ожирінням; оцінці за принципами МКФ структурно-функціональних змін ОРА на основі розробленої фізико-математичної моделі; розробці практичних рекомендацій до застосування засобів фізичної терапії та фітнесу для жінок з ожирінням та гоналгіями.

Мета дослідження – наукове обґрунтування та розробка практичних рекомендацій до застосування засобів фізичної терапії та фітнесу у жінок з

ожирінням та гоналгіями на основі моделювання роботи колінного суглобу у складі нижньої кінцівки ОРА.

Завдання дослідження:

1. Проаналізувати і систематизувати сучасні науково-методичні знання і результати практичного вітчизняного та зарубіжного досвіду щодо впливу ожиріння на функціональний стан ОРА, а також застосування засобів фізичної терапії та фітнесу у жінок з ожирінням та гоналгіями.

2. Вивчити структурно-функціональний стан, рівень активності та участі жінок з ожирінням та гоналгіями.

3. На основі визначених структурно-функціональних показників, за допомогою методів чисельного моделювання та прикладної дискретної геометрії, розробити фізико-математичну (геометричну) модель колінного суглоба та суміжних із ним суглобів.

4. Дослідити розподіл механічних навантажень та оцінити за принципами МКФ структурно-функціональні зміни у колінному суглобі та у нижній кінцівці на основі розробленої моделі.

5. Розробити практичні рекомендації до застосування засобів фізичної терапії та фітнесу для жінок з ожирінням та гоналгіями з урахуванням встановлених структурно-функціональних змін у колінному суглобі та у нижній кінцівці.

Об'єкт дослідження – структурно-функціональний стан жінок з ожирінням та гоналгіями.

Предмет дослідження – структура та зміст практичних рекомендацій до застосування засобів фізичної терапії та фітнесу для жінок з ожирінням та гоналгіями.

Методи дослідження. Відповідно до завдань наукового дослідження було застосовано комплекс взаємодоповнюючих методів, а саме:

- аналіз спеціальної науково-методичної літератури дозволив проаналізувати наукові праці, котрі розкривають стан проблеми, вплив ожиріння на функціональний стан ОРА, методичні особливості застосування фізичної терапії, засобів фітнесу та поведінкових факторів, їх роль у реабілітації жінок з ожирінням та гоналгіями, а також обґрунтувати актуальність теми дослідження, визначити мету, завдання та методи;

- методи оцінки клінічних показників та функціонального стану: огляд, збір анамнезу та аналіз медичних карт; біоімпедансна діагностика (метод функціональної оцінки компонентного складу тіла), антропометрія (метод визначення обхватних розмірів), проводились з метою визначення порушень структур та функцій у жінок з ожирінням та гоналгіями;

- соціологічні методи дослідження (опитування) використовували з метою визначення порушень повсякденної активності та участі, загальних компонент якості життя жінок з ожирінням та гоналгіями;

- методи чисельного моделювання, прикладної дискретної геометрії та моделювання у середовищі символічних та чисельних пакетів прикладної математики застосовувались з метою розробки механічної моделі роботи колінного суглобу та нижньої кінцівки;

- методи математичної статистики використовувалися для визначення статистичних параметрів досліджуваних показників.

Наукова новизна дисертаційної роботи полягає в тому, що:

– *вперше*, у чисельних показниках та наочно за допомогою геометричної моделі фрагментів ОРА нижньої частини тіла, продемонстровано: вплив надмірної маси тіла на зміни рухової активності людини; вплив надмірної маси тіла на навантаження колінного суглоба; структурно-функціональні зміни в колінному суглобі, що відбуваються під впливом навантаження;

– *вперше*, побудовано із застосуванням елементів теорії параметризації й математичного аналізу функціональні залежності між відсотковим вмістом жирових тканин у тілі (α) та мірою перенавантаження колінних суглобів (λ);

– *вперше*, на основі геометричної моделі, оцінено за принципами МКФ структурно-функціональні зміни у колінному суглобі та у нижній кінцівці у жінок з ожирінням;

– *вперше*, для перевірки побудови дискретної геометричної моделі нижньої частини ОРА побудована її скінченно-елементна модель із застосуванням програмного комплексу ЛІРА-САПР;

– *вперше*, на підставі розробленої геометричної моделі порушень структур та функцій ОРА, визначено базові принципи використання результатів моделювання у терапії та реабілітації осіб із ожирінням та гоналгіями;

– *вперше*, на підставі розробленої геометричної моделі порушень структур та функцій ОРА, науково обґрунтовано та розроблено практичні рекомендації до застосування засобів фізичної терапії та фітнесу у жінок з ожирінням та гоналгіями;

– *дістали подальшого розвитку* дані про зміни у структурно-функціональному стані ОРА жінок з ожирінням;

– *дістали подальшого розвитку* теоретичні уявлення про доцільність та можливість застосування засобів фізичної терапії та фітнесу у жінок з ожирінням та гоналгіями;

– *підтверджено дані* про найбільш значущі фактори, що впливають на характер і спрямованість реабілітаційних заходів у осіб із ожирінням та гоналгіями.

Особистий внесок здобувача у спільні публікації полягає в розробці й науковому обґрунтуванні основних ідей і напрямку дослідження, створенні інтерпретаційної фізико-математичної моделі, що покладена в основу

дослідження, проведенні чисельного моделювання, а також аналізі й узагальненні отриманих результатів.

Публікації. Основні положення дисертаційного дослідження висвітлено в 12 наукових публікаціях: 5 публікаціях у наукових виданнях з переліку наукових фахових видань України, одне з яких проіндексовано у базі даних Scopus (Q3); 3 публікаціях апробаційного характеру; 4 публікаціях, що додатково відображають наукові результати дослідження (додаток А).

Апробація результатів дослідження. Результати дослідження представлені на Міжнародній конференції «Синтез теорії і практики у навчально-методичному і клінічному забезпеченні здорового способу життя», Київ, 2022 рік; XVI Міжнародній конференції молодих учених «Молодь та Олімпійський рух», Київ, 2023 рік; XVII Міжнародній конференції молодих учених «Молодь та Олімпійський рух», Київ, 2024 рік та додатково на International Scientific-Practical Conference of young scientists «Build-Master-Class», Київ, 2023 рік; International Scientific-Practical Conference of young scientists «Build-Master-Class», Київ, 2024 рік» (додаток Б).

Практична значущість отриманих результатів полягає у розробці геометричної моделі фрагментів ОРА нижньої частини тіла; на основі розробленої моделі продемонстровано вплив надмірної маси тіла на навантаження колінного суглобу та пов'язані з цим наслідкові структурно-функціональні зміни в ньому та в цілому в нижній кінцівці, що в подальшому були оцінені за принципами МКФ. На основі розробленої моделі порушень структур та функцій колінного суглобу та нижньої кінцівки, науково обґрунтовано та розроблено практичні рекомендації до застосування засобів фізичної терапії та фітнесу у жінок з ожирінням та гоналгіями.

Основні положення, висновки та результати дослідження впроваджено в:

– роботу Центру фізичної терапії «Олімпійський», м. Київ (акт впровадження від 29.11.2024 року, Додаток В);

- роботу спортивного клубу «АЄРО», м. Червоноград (Шептицький) (акт впровадження від 26.07.2024 року, Додаток Г);
- освітній процес кафедри терапії та реабілітації НУФВСУ (акт впровадження від 04 грудня 2025 року, додаток Д);
- в освітній процес кафедри терапії та реабілітації НУФВСУ (акт впровадження від 08 грудня 2025 року, додаток Е).

Структура й обсяг дисертації. Дисертаційна робота викладена на 333 сторінках загального тексту (основний текст – 168 сторінок) й складається з анотації, вступу, п'яти розділів, висновків, списку використаних джерел, додатків (21).

Усього використано 191 літературне джерело, з них 118 іноземних.

Робота ілюстрована 7 таблицями, 53 рисунками і 124 формулами.

РОЗДІЛ 1

РОЛЬ І МІСЦЕ ФІЗИЧНОЇ ТЕРАПІЇ ТА ЗАСОБІВ ФІТНЕСУ У ТЕРАПІЇ ТА РЕАБІЛІТАЦІЇ ЖІНОК З ОЖИРІННЯМ ТА ГОНАЛГІЯМИ

1.1 Ожиріння – актуальна медична та соціальна проблема

Ожиріння є зростаючою глобальною проблемою охорони здоров'я, яка має великий вплив на фізичне, психологічне та соціальне благополуччя населення. Встановлено, що ожиріння є однією з найактуальніших глобальних криз охорони здоров'я 21-го століття, а його поширеність майже потроїлася з 1975 року [12]. Оскільки понад два мільярди людей (30 % населення світу) мають надмірну вагу або ожиріння, а щорічні витрати на лікування становлять 2,1 трильйона доларів, ожиріння створює серйозні глобальні проблеми для систем охорони здоров'я та економік різних країн світу [88, 126].

Ожиріння представляє собою складне хронічне захворювання, обумовлене патологічним накопиченням жирової тканини, яке суттєво погіршує здоров'я та підвищує ризик розвитку метаболічних, серцево-судинних захворювань і опорно-рухових патологій. Сьогодні ожиріння є 5-м провідним фактором ризику смертності у світі (близько 3,4 мільйона смертей щорічно), а пов'язані з ним стани ще більше збільшують смертність: ішемічна хвороба серця на понад 50 %, ішемічний інсульт на 44 %, діабет 2 типу на 23 %, онкологічні захворювання до 41 % [87, 88, 127, 170].

Згідно з дослідженнями Глобального інституту Маккінсі (McKinsey Global Institute), 2,8 % світового ВВП щорічно витрачається на лікування вищезгаданих станів, що пов'язані з ожирінням, але менше 1 % – на профілактику їх розвитку [87]. Очікується, що динаміка розвитку ожиріння та його ко-морбідних станів й надалі зростатиме та до 2030 року майже половина дорослого населення світу матиме надмірну масу тіла або ожиріння [10, 93].

Наявність ожиріння визначається за допомогою індексу маси тіла (ІМТ) – простого показника, що розраховується як вага в кілограмах поділена на квадрат зросту в метрах. За даними ВООЗ, дорослі з ІМТ 30 або вище класифікуються як люди з ожирінням, з підкатегоріями ожиріння I класу (30–34,9 у.о.), II класу (35–39,9 у.о.) та III класу (≥ 40 у.о.) [106].

В останні роки медична спільнота перейшла до багатовимірного визначення ожиріння, що об'єднує визначення ІМТ, окружності талії, біомаркерів метаболічної дисфункції та ознаки ускладнень, пов'язаних із ожирінням, пропонуючи більш цілісну його оцінку [187]. У зв'язку з чим запропоновано оновлену класифікацію ожиріння, що визначає дві стадії: клінічна та доклінічна [104]. Клінічне ожиріння діагностується при порушенні функцій органів та систем або коли воно обмежує повсякденну активність індивіда. Доклінічне ожиріння діагностується при надмірній масі тіла без наявних ускладнень, але такі особи складають групу підвищеного ризику розвитку хронічних захворювань та станів.

З іншої сторони, ожиріння — це не просто наслідок особистого вибору, а багатофакторне захворювання, що формується біологічною вразливістю особи, що взаємодіє з тиском навколишнього середовища [60, 187]. Воно виникає внаслідок складної взаємодії генетичних, ендокринних, поведінкових, соціально-економічних і медичних факторів, які порушують енергетичний гомеостаз, що призводить до стійкого позитивного енергетичного балансу (рис. 1.1). Хоча надмірне споживання калорій порівняно з їх витратами залишається основним фактором, нові дані досліджень підкреслюють нюанси біологічних та соціальних механізмів, які схиляють людей до збільшення ваги.

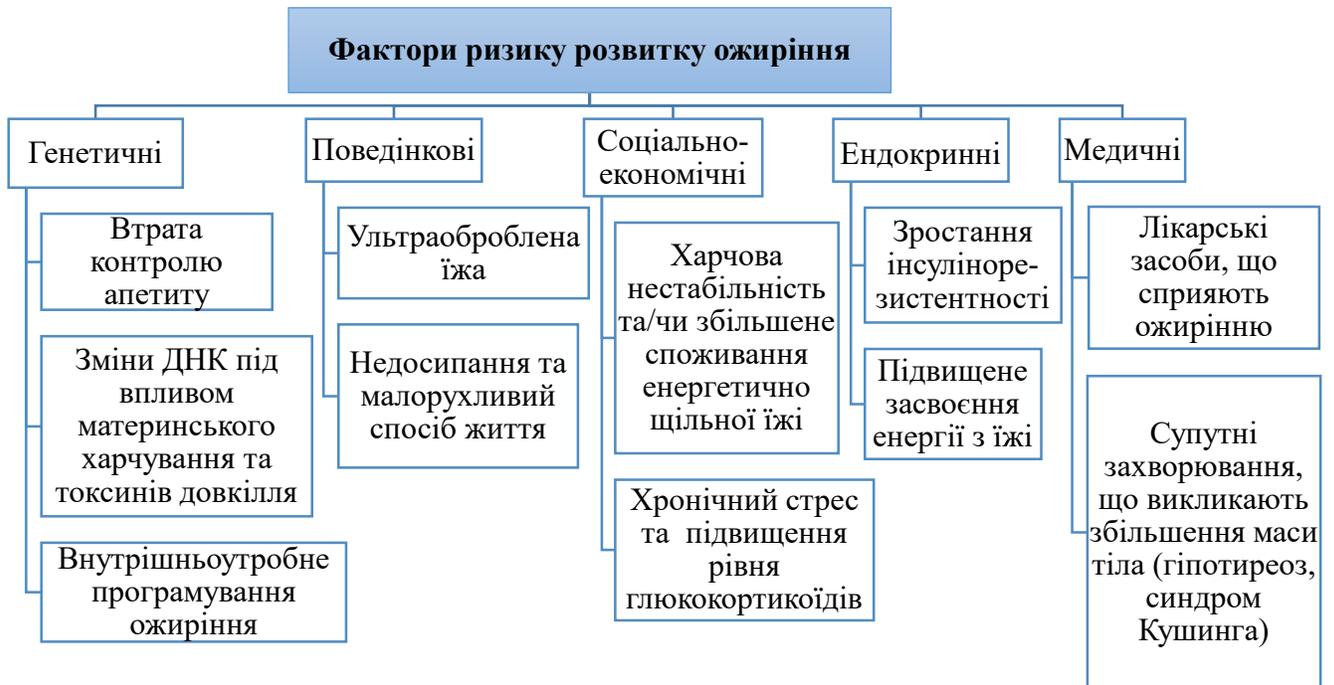


Рисунок 1.1 – Фактори ризику ожиріння [187]

У глобальних масштабах відбувається наступне [12, 55, 109, 192]:

- зростання споживання висококалорійних продуктів з високим змістом жиру, солі та цукру, але зі зниженим змістом вітамінів, мінеральних речовин й інших живильних мікроелементів;
- зниження рухової активності через усе більш нерухливий характер багатьох видів діяльності, зміни у способах пересування та зростаючу урбанізацію.

Представлені фактичні дані переконують, що ожиріння – це хронічний рецидивуючий стан, який популярна на сьогодні фармакотерапія не може остаточно «вилікувати», адже відомо, що сучасні фармакологічні засоби призводять до швидкої втрати маси, мають багато протипоказань та ускладнень, а по закінченні курсу майже 60 % осіб вертаються до початкових вагових показників, а біля 30 % осіб навіть збільшують їх [187].

Розвитку надлишкової маси тіла та ожиріння, а також пов'язаних з ними неінфекційних хронічних станів значною мірою можна запобігти. Сприятливі навколишні умови та суспільство мають вирішальне значення для формування вибору людей, визначаючи як найбільш прийнятний (наявний, доступний та прийнятний за вартістю) вибір більш здорових продуктів харчування та регулярної рухової активності й, тим самим, перешкоджаючи розвитку ожиріння.

Таким чином, на сьогодні корекція харчової поведінки та рухова активність є невід'ємними складовими в програмах зниження маси тіла. При цьому поведінка особи також відіграє важливу роль, оскільки без стійких змін у способі життя ефект пригнічення апетиту знижується, а старі харчові звички повертаються [77]. Тому, на підставі отриманих даних очевидно, що ефективне лікування ожиріння вимагає зосередження на фундаментальних стратегіях зміни способу життя, що включають послідовне обмеження калорійності харчування, регулярну рухову активність та мотиваційні заходи задля підтримки негативного енергетичного балансу та запобігання повторному набору ваги [60, 107, 129, 129].

На індивідуальному рівні кожний може [18]:

- обмежити споживання калорій за рахунок загальних жирів;
- збільшити споживання фруктів і овочів, а також зернобобових, цільних зерен і горіхів;
- регулярно займатися руховою активністю (60 хвилин на день для дітей і 150 хвилин на тиждень для дорослих).

На думку експертів ВООЗ [12], відповідальне ставлення до власного здоров'я може повною мірою давати позитивний результати тільки тоді, коли люди мають можливість вести здоровий спосіб життя. Тому на суспільному рівні велике значення має таке:

- підтримувати людей у дотриманні викладених вище рекомендацій шляхом постійного прояву політичної рішучості, а також шляхом участі безлічі державних і приватних зацікавлених сторін;

– вжити заходів, аби регулярна рухова активність і здорове харчування були економічно доступні та легко досяжні всім, особливо найбільш вразливим верствам населення.

Прийнята Всесвітньою асамблеєю охорони здоров'я в 2004 році Глобальна стратегія з харчування, фізичної активності та здоров'я [12] містить опис необхідних дій у підтримку здорового харчування та регулярної рухової активності. Стратегія має чотири основні цілі:

1. Зменшити фактори ризику розвитку хронічних хвороб, які виникають через нездорове харчування та фізичну інертність, шляхом проведення медико-санітарних дій.

2. Підвищити проінформованість і розуміння щодо впливу харчування та рухової активності на здоров'я і позитивного впливу профілактичних заходів.

3. Розробити, підсилити та здійснювати політику та плани дій на глобальному, регіональному та національному рівнях для поліпшення харчування та підвищення рухової активності, які повинні бути стійкими, всебічними та активно залучати до участі всі сектори.

4. Стежити за науковими досягненнями та сприяти дослідженням в галузі харчування і рухової активності.

Сучасні клінічні протоколи [84, 191] щодо боротьби з ожирінням передбачають:

– комплексне медичне обстеження з метою виявлення етіологічних чинників ожиріння;

– лікування супутньої патології, що може як сприяти надлишковій вазі, так і ускладнювати процес її зниження;

– зменшення факторів ризику та проявів коморбідності;

– формування довгострокових цілей терапії, зокрема зниження маси тіла з рекомендованою динамікою не більше ніж 0,5–1 кг на тиждень;

- розробку індивідуалізованої стратегії поступового, але стабільного зменшення маси тіла;
- модифікацію способу життя.

Таким чином, великий і багатогранний комплекс гострих питань, пов'язаних із порушенням енергетичного обміну, давно перестав бути суцільно медичним і придбав глобальний, загальнолюдський характер через стійкість і складність порушення функцій, що супроводжуються тривалою та, найчастіше, стійкою втратою працездатності, які ставлять реабілітацію даного контингенту в ряд найважливіших соціально-економічних проблем [17, 55, 65, 70, 191], а терапія ожиріння є довготривалим, багатокomпонентним процесом, що передбачає індивідуалізований вплив на функціональний стан, рівень фізичної працездатності та психоемоційне благополуччя пацієнтів з метою стійкого покращення їх якості життя (ЯЖ), а не лише зниження маси тіла.

У той же час досі спостерігається певне упереджене ставлення з боку медичних фахівців у контексті терапії ожиріння [172], що може знижувати якість допомоги та стримувати індивідуалізований підхід до пацієнтів з ожирінням. Тема упередженого ставлення, а також впливу ожиріння на функціональні властивості організму, зокрема розвиток дисфункцій кістково-м'язової системи, досі недостатньо вивчена, що відкриває перспективи для міждисциплінарних наукових досліджень, особливо серед жінок, ОРА яких більш схильний до структурно-функціональних змін, що пов'язано із особливостями жіночого організму [88, 126].

Тож, особливої уваги потребує подальше вивчення впливу ожиріння на функціональний стан ОРА, особливо колінних суглобів (КС), як ключових компонентів, що зазнають найбільшого навантаження при підвищенні масі тіла у жінок.

1.2 Вплив надмірної маси тіла та ожиріння на опорно-руховий апарат

Наукові дослідження [31, 32, 88, 141-143, 165, 185] свідчать, що хронічний скелетно-м'язовий біль належить до найбільш розповсюджених станів серед осіб із ожирінням, найчастіше локалізується у хребті і суглобах та негативно впливає на ключові компоненти ЯЖ: фізичне функціонування та психічне благополуччя. Хронічний скелетно-м'язовий біль, спричиняючи обмеження рухової активності, уникнення професійної діяльності, зниження повсякденної активності, порушення сну, розвиток депресивних і тривожних розладів, погіршення соціальних зв'язків та, навіть, соціальну ізоляцію, в подальшому може призводити до розвитку інвалідації.

Незважаючи на значну кількість наукових публікацій, питання взаємозв'язку між ожирінням і больовим синдромом залишається предметом наукових дискусій.

Так, у межах перспективного дослідження [164], яке охоплювало 285 пацієнтів і 191 добровольця, було встановлено взаємозв'язок між болем у плечовому суглобі та ожирінням, а також продемонстровано ефективність помірному зниження маси тіла як засобу зменшення больового синдрому [164].

В інших дослідженнях представлено, що ризик розвитку болю в попереку в осіб із підвищеним ІМТ майже вдвічі перевищує аналогічний показник у людей з нижчим ІМТ, при цьому виявлено залежність типу «доза–реакція» між ожирінням і болем [32, 62, 101, 130, 148].

Результати досліджень [16] підтверджують взаємозв'язок болю у попереку з якістю життя, рівнем рухової активності, надлишковою масою тіла та іншими компонентами метаболічного синдрому. Автори зазначають, що інтенсивність, частота та тривалість фізичної активності мають суттєвий вплив на прояви болю у спині, причому низька рухова активність асоціюється з вищою поширеністю больового синдрому, особливо серед жінок.

Згідно сучасних даних [148, 177, 182], майже половина опитаних осіб повідомляла про зниження рівня фізичної активності, тоді як у групі з хронічним болем цей показник перевищував дві третини. Регресійний аналіз засвідчив, що сидячий спосіб життя підвищує ризик розвитку хронічного болю в поперек у 3,5 рази ($p < 0,001$), а компоненти метаболічного синдрому істотно посилюють імовірність тривалого збереження больового синдрому.

У дослідженні [130] ожиріння визначено як прямий фактор ризику болю в спині, тоді як дегенеративні зміни суглобів, обумовлені надмірною масою тіла, опосередковано сприяли зниженню фізичної активності, порушенню ліпідного обміну та розвитку атеросклеротичних змін, що, у свою чергу, підсилювало больовий синдром у поперек.

Когортне дослідження [150], проведене у Великій Британії, засвідчило зв'язок між ІМТ та болем у КС: 19,1 % осіб з ожирінням повідомляли про наявність больових симптомів. Водночас у дослідженні [83], що включало 142 учасники, не було виявлено статистично значущого зв'язку між болем у суглобах і ожирінням. Відмінності у висновках різних авторів можуть бути зумовлені методологічними обмеженнями досліджень, зокрема невеликими вибірками, расовими відмінностями та наявністю факторів змішування, що ускладнюють встановлення причинно-наслідкових зв'язків.

У дослідженні [88] було проаналізовано стан суглобів нижніх кінцівок у людей зі нормальною вагою, з надмірною вагою та з ожирінням, та виявили значне збільшення абсолютної пікової сили у кульшовому, колінному та гомілковостопному суглобах на 40 %, 43 % та 48 % відповідно для групи з високим ІМТ порівняно з нормальною групою. Це дослідження також підтвердило, що маса тіла становила 70–80 % варіації пікових компресійних навантажень на суглоби нижніх кінцівок ОРА під час ходьби, де навантаження на суглоби збільшувалося приблизно лінійно з масою тіла [93, 122].

Таким чином, вплив ожиріння на ОРА має комплексний біомеханічний характер і поєднує механічні та біохімічні механізми, сукупна дія яких формує каскад взаємопов'язаних патологічних процесів, що зумовлюють порушення функції останнього. Додаткове навантаження на суглоби нижньої частини ОРА (кульшовий, колінний та гомілковостопний), через надмірну вагу тіла, прискорює зношення хряща та збільшує ризик патології суглобів, включаючи остеоартрит.

Надмірна маса тіла та ожиріння істотно змінюють біомеханіку функціонування ОРА, зокрема суглобів нижніх кінцівок, що несуть основне навантаження під час статичних і динамічних видів діяльності. Збільшення маси тіла супроводжується не лише зростанням зовнішніх механічних навантажень, а й порушенням просторової організації рухів, зміною розподілу мас та зсувом загального центру мас, що призводить до перевантаження суглобових структур і формування патологічних рухових стереотипів. З позицій сучасної біомеханіки [35, 56] ці процеси розглядаються як результат порушення узгодженості між морфологічними та функціональними компонентами рухової системи, що детально описано у фундаментальних працях з біомеханіки просторової організації тіла людини.

Експериментальні дослідження [175] контактної біомеханіки колінного суглоба підтверджують високі рівні внутрішньосуглобового навантаження навіть у фізіологічних умовах. Зокрема, при осьовому навантаженні 1000 Н (приблизно 101,97 кгс) у положенні згинання коліна середній контактний тиск у суглобі в нормі становить близько 1,8 МПа, що відповідає приблизно 18,4 кгс/см², тоді як пікові значення контактного тиску можуть досягати 4,5 МПа (приблизно 45,9 кгс/см²). За умов надмірної маси тіла такі навантаження додатково зростають, що істотно підвищує механічний стрес на суглобовий хрящ, кістку та зв'язково-м'язовий апарат.

Згідно з біомеханічними концепціями, викладеними у працях українських дослідників [35, 69], надлишкова маса тіла порушує оптимальний розподіл сил гравітаційної взаємодії, збільшує енергетичні витрати на підтримання вертикальної пози та знижує ефективність амортизаційних механізмів рухової системи.

Проведений аналіз сучасних наукових джерел підтверджує високу актуальність проблеми поєднання метаболічного синдрому та хронічного болю як однієї з найбільш складних медико-соціальних проблем сучасності. Особи з цією коморбідною патологією стикаються з комплексом об'єктивних труднощів, зумовлених соматичними, функціональними та психологічними порушеннями, що потребує подальших поглиблених досліджень, таких як моделювання роботи ОРА і розроблення ефективних реабілітаційних стратегій.

З огляду на системний характер ожиріння та його багатовекторний вплив на ОРА, доцільним є поетапний аналіз розвитку відповідних порушень — від загальних закономірностей ураження кістково-суглобових і м'язових структур до більш локалізованих клінічних проявів. Така логіка дозволить послідовно простежити, яким чином надмірна маса тіла спричиняє функціональні та больові порушення на рівні всієї рухової системи, і на цій основі перейти до визначення найбільш уразливих ланок ОРА, які за умов підвищеного механічного навантаження часто стають провідним джерелом больового синдрому.

1.3 Моделювання характеру роботи опорно-рухового апарату у осіб із ожирінням, як інструмент вибору та використання засобів фізичної терапії та фітнесу

Моделювання ОРА у осіб з ожирінням є потужним інструментом для кількісної оцінки біомеханічних факторів, які неможливо виміряти в природніх умовах, особливо при підвищеному навантаженні на КС через зміщення центру

маси та атрофії м'язів [139, 155, 163]. За допомогою моделювання очікується отримати важливі дані про потенційні причини та методи лікування ортопедичних розладів [47, 155].

Нами проведений попередній аналіз наявних моделей, які використовуються для опису функціонування ОРА з метою визначення їх можливостей та обмежень у осіб із ожирінням. Такий підхід дозволяє обґрунтувати потребу в удосконаленні існуючих моделей з урахуванням змінених біомеханічних умов, характерних для ожиріння.

Так, рядом авторів були проведені моделювальні дослідження для: визначення впливу кісткових аномалій на сили контакту кульшового суглоба та того, як вони можуть сприяти прогресуванню та результатам синдрому фемороацетабулярного імпінджменту [134, 155]; дисплазії кульшового суглоба [114]; остеоартриту кульшового суглоба [149]. Крім того, моделювання ОРА надає можливість зкоректувати лікування [106], потенційно пришвидшуючи впровадження наукових висновків у клінічну практику та сприяючи більш персоналізованому плану лікування та реабілітації [181].

У роботі [112, 139] було використано специфічний для суб'єкта дослідження та кінематики підхід до моделювання ОРА для порівняння навантажень на хребет у осіб із нормальною вагою та осіб із ожирінням, які виконували статичні дії з утримуванням вантажу двома руками. Кожна модель включала персоналізовану архітектуру м'язів, розподіл маси тіла та кінематику всього ОРА для кожного суб'єкта дослідження та поставленого завдання. Результати дослідження показали, що особи з ожирінням зазнавали значно вищих навантажень на стиснення (2305 ± 468 Н проти 1674 ± 337 Н, $p < 0,05$) та зсув (705 ± 150 Н проти 508 ± 111 Н) на рівні сегмента L5-S1 під час виконання функціональних дій, що в середньому на 38 % перевищує показники осіб з нормальною масою тіла.

Технологічний прогрес у моделюванні ОРА надав дослідникам багато можливостей для моделювання біомеханічних процесів [181], що допомагає фахівцям ФТ вибрати оптимальні припущення, обмеження та врахування невизначеностей при роботі з пацієнтами з ожирінням та гоналгіями [139, 162]. Кілька нещодавніх оглядів синтезували дослідження з моделювання ОРА та висвітлили загальні міркування [78, 103, 139, 153, 162], а також підкреслили ключову проблему моделювання ОРА, а саме: оптимізацію складності моделювання (наприклад, персоналізація моделі, набори м'язів, підхід до оцінки активації м'язів). У цьому випадку оптимізація складності означає, що модель повинна максимізувати анатомічну точність мінімізуючи обчислювальні витрати.

У пошуку підходів до моделювання, здатних цілісно описати перерозподіл сил і взаємодію елементів ОРА за умов зміненої маси тіла, увагу дослідників привертають моделі, засновані на принципах тенсегриті.

Відомо, що поняття тенсегриті має декілька визначень, які переважно були введені у патентах, публікаціях та доповідях Фуллера, Снелсона та Еммеріча [123-125, 180]. Однак, якщо розглядати моделі тенсегриті з точки зору теоретичної механіки, то вони являють собою деякі сітчасті (або каркасні) системи стискання-розтягу, утворені прямолінійними у своєму робочому положенні елементами (ланками або стрижнями). У канонічному уявленні про тенсегриті, що використовується при їх побудові на засадах будівельної механіки (тобто, у галузі будівництва і архітектури), вони мають складатися з систем жорстких стрижнів та тросів, у яких стрижні працюють виключно на стискання, а троси – виключно на розтягування. При цьому, очевидно, усі вузлові сполучення стрижнів та тросів мають бути шарнірними, щоб у них не виникало згинальних або крутних моментів, а також поперечних зусиль. Однак, варто зазначити, що це не зовсім коректне визначення, оскільки якщо троси дійсно не можуть працювати ніяк інакше, окрім як на розтяг, то жорсткі стрижні

(наприклад, металеві профілі, такі як труби, кутики, швелери тощо) можуть працювати як на стиск, так і на розтяг.

Американський архітектор, інженер-винахідник та філософ-футурист Річард Бакмінстер Фуллер, автор концепції тенсегріті, описує системи тенсегріті як «острівці стиснення в океані напруги»; саме так його було процитовано у «Міжнародному журналі космічних структур» (спеціальний випуск 1996 року [123, 154]). Натомість, на думку Рене Мотро [9], застосування цієї концепції по відношенню до будівельних конструкцій у їх сучасному уявленні з точки зору механіки, тобто таких, які містять лише стрижні та троси, є результатом роботи Кеннета Снелсона. В будь-якому випадку, слово тенсегріті (англ.: «tensegrity») – це результат сполучення слів «напруженість» (англ.: «tensional») та «цілісність» (англ.: «integrity»). Кілька прикладів просторових тенсегріті конструкцій Снелсона продемонстровано на рисунку 1.2 [145].

Саме тому, ми опиратимемось у подальшій побудові наших міркувань не на визначенні того, чим має бути тенсегріті, а на те, за яких умов ця структура утворюється й може існувати, згідно з А. П'ю [174], а саме: «Системи тенсегріті можуть вважатися встановленими у робоче положення та зрівноваженими, коли набір компонентів безперервного стиснення (тобто, такі, які постійно працюють на стиск) взаємодіє із компонентами безперервного розтягнення (тобто, такими, які постійно працюють на розтяг), займаючи стабільний об'єм у просторі».

Терміном «біотенсегріті» – прийнято визначати механічні моделі, що інтерпретують частини або повний ОРА людського організму. Ортопед Стівен Леві, який ввів це поняття більше 30 років тому, розглядає тіло людини, як цілісну конструкцію, що представляє собою ієрархічну систему. Компоненти цієї системи на всіх рівнях побудовані по принципу тенсегріті [145]. Таке уявлення дозволяє ефективно аналізувати принципи передачі навантажень на суглоби та наочно демонструє шляхи задіяння м'язів у процесі утримування рівноваги тіла у будь-якій позиції.

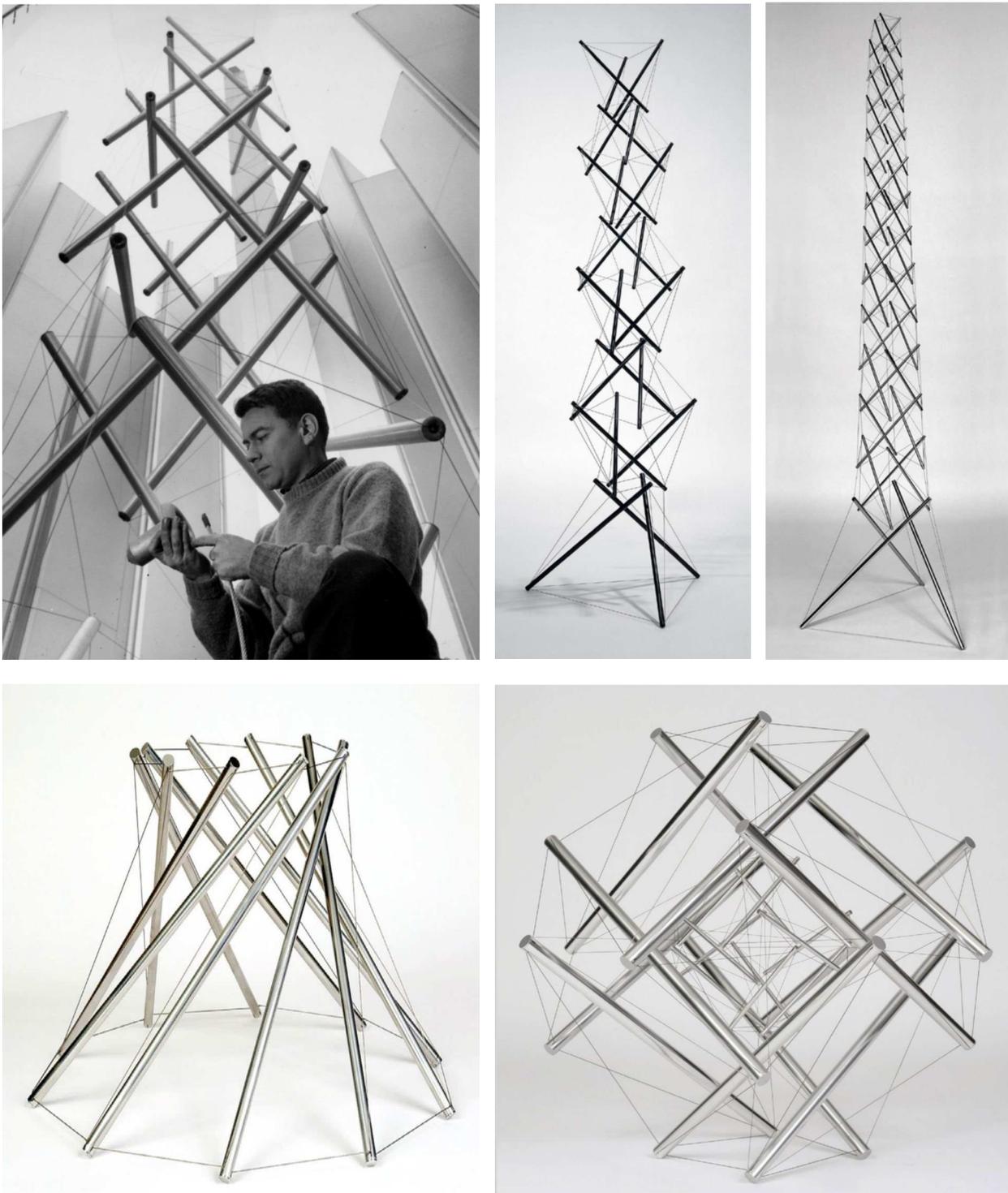


Рисунок 1.2 – Просторові тенсегріті конструкції Кеннета Снелсона [47]

Згідно даних [145-147], хребет людини поводитья як архітектурна колона і переносить свою вагу від верхньої частини тіла, через тазостегнові, а потім КС та стопи, на землю. Таким чином, людський ОРА працює як механічна система, що передає навантаження від власної ваги, спричиненої взаємодією поля тяжіння землі з масою людського тіла, на основу, яка в свою чергу є відповіддю системи на зовнішній вплив гравітації. Ця модель була використана Стівеном Леві для дослідження й унаочнення специфіки взаємодії окремих внутрішніх структур (підсистем) людського організму, таких як верхні кінцівки і хребет. При цьому вважається, що кістки та сухожилля мають інтерпретуватися елементами, які працюють компресійно на стиск (стрижнями), а м'язи – елементами які працюють на розтяг (тросами).

На рисунку 1.3 продемонстровано біотенсегриті модель ОРА людини, а також окремі його елементи, що були деталізовані для більш поглиблених досліджень.

Таким чином, на сьогодні, «біотенсегрити» як фізико-математична модель ОРА людини набуває особливого значення в біомеханіці та медицині, адже точно відтворює баланс натягу (м'язи, зв'язки) та стиску (кістки), що характерні для нижніх кінцівок при ожирінні.

Відтак, тема моделювання потребує подальших поглиблених міждисциплінарних досліджень (інженерних, біомеханічних та терапевтичних) з метою створення якісних моделей характеру роботи ОРА особи із надмірною масою тіла.

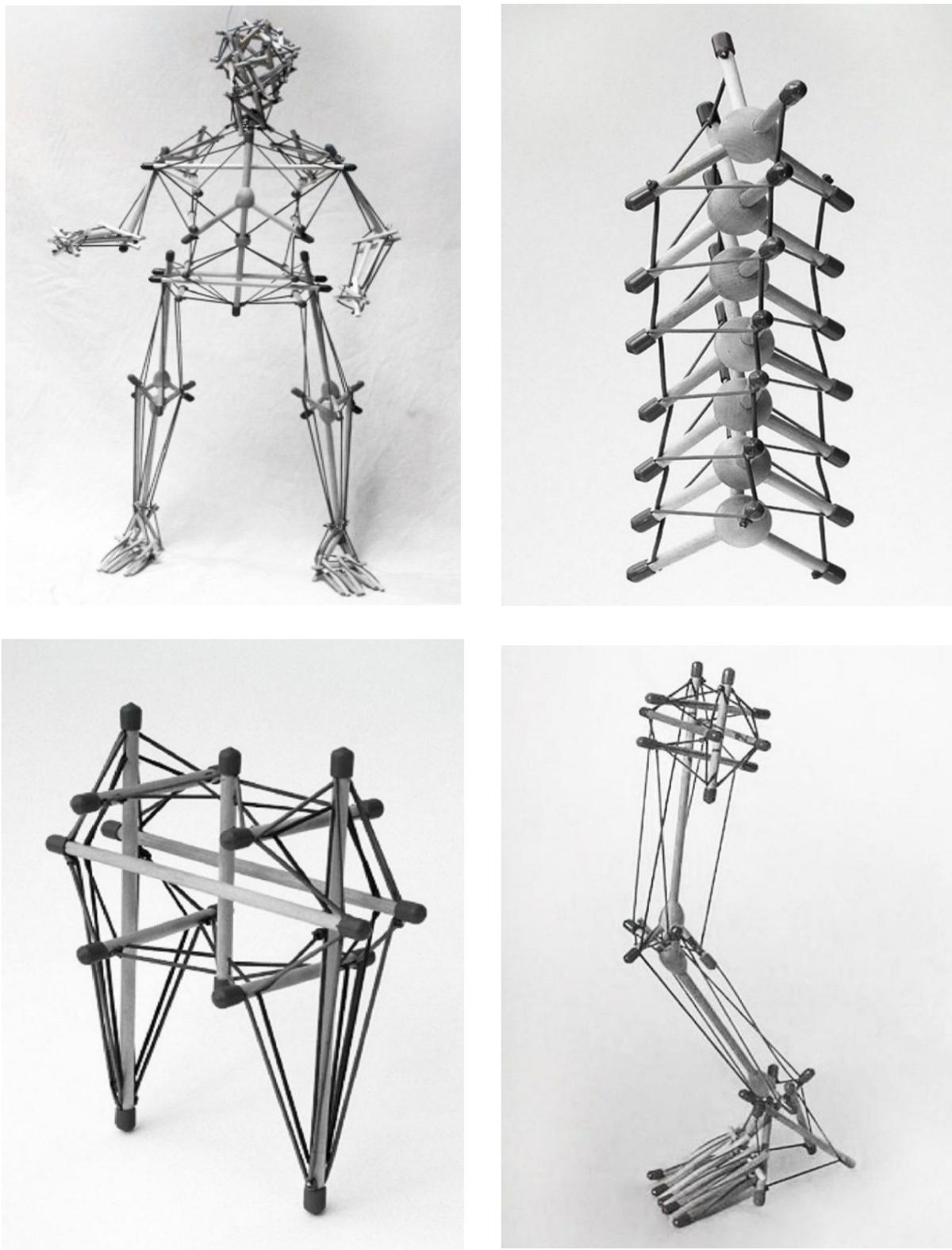


Рисунок 1.3 – Модель «біотенсеріті» Стівена Леві [47, 145-147]

Водночас формування та аналіз фізико-математичної моделі нижнього відділу ОРА людини на основі уявлення про роботу біотенсегриті може дозволити здійснювати більш точну кількісну оцінку навантажень у жінок з ожирінням та больовим синдромом у КС [21, 47]. Це, у свою чергу, створить можливість виявлення змін у величинах сил натягу та стискання, що діють на елементи КС та суміжних із ним суглобових структур, зумовлених надмірною масою тіла. У зв'язку з цим впровадження сучасних діагностичних підходів має значний практичний потенціал, оскільки аналіз змінених біомеханічних параметрів навантаження може слугувати науково обґрунтованою основою для цілеспрямованого вибору заходів фізіотерапевтичного втручання та фітнесу.

1.4 Особливості застосування засобів фізичної терапії та фітнесу у осіб з надмірною масою тіла та наслідковими порушеннями опорно-рухового апарату – гоналгіями

Як зазначалося вище, надмірна маса тіла є одним із ключових чинників формування та прогресування порушень функціонального стану ОРА, серед яких особливе місце займають больові синдроми КС — гоналгії. Поєднання підвищеного механічного навантаження, змін біомеханіки рухів і метаболічних порушень зумовлює розвиток стійких функціональних обмежень, що суттєво впливають на рівень рухової активності та якість життя осіб із надмірною масою тіла. У зв'язку з цим, застосування засобів ФТ та фітнесу в даній категорії пацієнтів потребує особливо зваженого, індивідуалізованого підходу з урахуванням больового синдрому, функціональних та біомеханічних змін та можливостей й адаптаційного потенціалу організму.

Загалом, в стратегіях боротьби із ожирінням можна виділити два основних етапи [82, 90, 94, 108, 119, 168, 191]: ініціювання втрати маси тіла і підтримка досягнутого ефекту. За даними різних дослідників, застосування дієтотерапії і

лікарської терапії дають позитивний ефект на першому етапі лікування, а використання підвищеної фізичної активності сприяє підтриманню довгострокових результатів лікування. Таким чином, основний принцип боротьби з надмірною масою тіла та ожирінням – це комплексний та індивідуальний підхід до застосування різних терапевтично-реабілітаційних засобів.

Комплексний підхід має на меті застосування засобів фізичної терапії (ТВ), фітнесу, масажу та мануальних технік, природніх та преформованих чинників, дієтотерапії та медикаментозних засобів.

Сучасні клінічні рекомендації щодо лікування ожиріння у дорослих [76, 191] підкреслюють роль рухової активності та ТВ як основної компоненти модифікації способу життя.

На сьогодні існують загальні рекомендації ВООЗ щодо необхідного рівня рухової активності для осіб із надмірною масою тіла та ожирінням: ≥ 150 хв / тиждень аеробних вправ середньої інтенсивності з поступовим підвищенням до 200 – 300 хв / тиждень для підтримки втрати ваги та мінімізації рецидивів, поєднуючи із силовими тренуваннями 2–3 рази на тиждень для збереження м'язової маси та покращення функціонування ОРА.

Комплексний огляд [18, 29, 39, 44, 113, 167] також розглядає критичну роль фізичної активності у профілактиці та лікуванні надмірної маси тіла та ожиріння, підкреслюючи її користь для здоров'я різних груп населення. Автори висвітлюють рекомендації, засновані на доказах, щодо призначення ТВ, таких як аеробні, силові та комбіновані тренування, для досягнення значного зниження маси тіла та одночасного покращення кардіометаболічних факторів ризику. Ключові висновки дослідження підкреслюють необхідність персоналізованої, стійкої модифікації рівнів фізичної активності для оптимізації довгострокового дотримання режиму та ефекту від нього.

У практичних рекомендаціях [71, 84] викладено сучасні клінічно-обґрунтовані стратегії ведення пацієнтів з ожирінням. У документі представлено структурування підходів до оцінки, лікування та подальшого моніторингу таких пацієнтів. Особливу увагу автори приділяють фармакотерапії як додатковому компоненту комплексної терапії, підкреслюючи потребу в індивідуальному підборі препаратів з урахуванням ступеня ожиріння, наявних супутніх патологій та можливих побічних реакцій. У рекомендаціях наголошується на необхідності поєднання медикаментозного втручання з немедикаментозними засобами — дієтотерапією, фізичною активністю та психологічною підтримкою — для досягнення стабільного та безпечного результату.

Проведений комплексний аналіз останніх досліджень і публікацій закордонних й вітчизняних фахівців [17, 29, 39, 74, 84, 158] свідчить, що своєчасна та інтенсивна комплексна модифікація способу життя осіб із ожирінням за рахунок використання рухової активності, терапевтичних вправ (ТВ) і збалансованого харчування у короткий термін може запобігти розвитку болю в КС серед осіб, що мають високий ризик розвитку ОА.

У рамках комплексного підходу ціллю ФТ при ожирінні і гоналгіях є: збільшення витрат енергії, покращення метаболічних процесів, оптимізація м'язового тонуусу й сили м'язів, покращення механічної стабільності суглобів та амплітуди рухів у суглобі [14, 158, 188].

Застосування рухової активності та ТВ має очевидні переваги для осіб із ожирінням та гоналгіями. З огляду на помірну якість доказів, аеробні вправи можуть бути найкращим вибором для зниження рівня болю, покращення функції КС та загальної ЯЖ. Так, у дослідженнях [99] представлено комплексний та актуальний аналіз впливу рухової активності із застосуванням терапевтичних вправ (ТВ) як основної стратегії терапії остеоартриту колінного суглобу в осіб із ожирінням.

У дослідженнях [57, 80, 93, 120, 160, 170, 184] було з'ясовано що біль, який виникає після фізичних навантажень (ФН) у дорослих осіб із надмірною масою тіла або ожирінням та ОА колінного суглобу, є тимчасовим та на наступний день після ФН значно нижчий, ніж відразу після нього. Дані висновки приводять до думки про опосередкований корисний вплив ФН на здоров'я КС.

Отримані дані актуалізують питання безпеки та доцільності тривалого застосування ТВ у пацієнтів із надмірною масою тіла та ураженнями колінного суглоба, що зумовлює необхідність пошуку таких форматів навантаження, які забезпечують зменшення больового синдрому без ризику перевантаження суглобових структур.

Так, [89, 140, 166] у своїх дослідженнях підтверджують, що отримані ними позитивні результати впровадження 12-тижневої програми ФН мають важливе значення для подальшого обґрунтування щодо використання ТВ, які застосовуються при тривалому лікуванні симптомів ОА колінного суглобу в пацієнтів із надмірною масою тіла та ожирінням.

Іншими дослідниками [108, 109, 118, 119] рекомендовано застосовувати ТВ з низьким навантаженням для зменшення болю в колінному суглобі, посилення його функції та підвищення сили м'язів стегна, одночасно безпечно сприяючи безболісній ходьбі у пацієнтів із надмірною масою тіла та ураженнями колінного суглобу.

У цьому контексті особливу увагу привертають форми рухової активності, що дозволяють суттєво знизити осьове навантаження на колінний суглоб, зберігаючи при цьому тренувальний ефект та функціональну спрямованість вправ. У систематичному огляді та мережевому мета-аналізі [119] було виявлено, що вправи в воді є найефективнішими для зменшення болю та покращення функції колінного суглобу. У протоколі застосування цих вправ рекомендовано 45-60 хвилинні сесії, тричі на тиждень із загальною тривалістю протоколу 8–12 тижнів. Автори рекомендують застосовувати ходьбу у басейні, махи ногами,

аква-велосипед. При використанні протоколу відбувалося зниження болю в колінному суглобі за шкалою WOMAC на 25–35 %, покращення функції колінного суглобу без осьового навантаження.

Систематичний огляд та мета-аналіз [108] також підтверджують ефективність застосування ТВ для осіб із ожирінням та ОА колінного суглоба: комбінована програма (аеробіка + силові, 150 хв / тиждень, 12 тижнів, 3–5 сесій) зменшує біль за шкалою WOMAC на 25 % ($p < 0,001$), покращує функцію КС та мобільність. Автори підкреслюють індивідуалізацію навантаження з контролем болю ($VAS \leq 4 / 10$), що робить протокол безпечним для осіб з надмірною масою тіла та гоналгіями, сприяючи довготривалому комплаєнсу.

У дослідженні [190] обґрунтовано ефективність мультидисциплінарного підходу до лікування хронічного больового синдрому у пацієнтів із ожирінням. Запропонована програма втручання поєднувала засоби фізичної терапії, дієтотерапії та психологічної підтримки. Компонент фізичної терапії включав аеробні навантаження помірної інтенсивності (ходьба або заняття на велоергометрі тривалістю 30–45 хв, 3 рази на тиждень), а також силові вправи, спрямовані на зміцнення м'язів нижніх кінцівок, зокрема вправи на розгинання колінного суглоба (8–12 повторень у 2 підходах). Тривалість програми становила 8–12 тижнів. Отримані результати підтвердили доцільність комплексного поєднання фізичних, харчових і психосоціальних втручань у стратегії ведення пацієнтів із хронічним болем на тлі ожиріння.

Інші сучасні дослідники визначили основні підходи до реабілітації осіб із ожирінням з урахуванням стану їх ОРА, основою яких стали індивідуально підібрані та диференційовані ТВ, ортопедичні засоби (ортопедичні устілки), засоби фітнесу (елементи йоги), спрямовані як на зниження маси тіла так і корекцію деформацій ОРА, що виражалося у покращенні показників лінійних та кутових характеристик стопи, підвищенні тонусу та скорочувальної здатності

м'язів, зменшенні вираженості остеопоротичних змін [36, 66, 72, 73, 85, 86, 108, 116, 152, 183].

У результаті проведеного експериментального дослідження [33, 110, 129, 137, 138, 144] засвідчили ефективність технології корекції ожиріння, ускладненого патологіями ОРА, із використанням засобів оздоровчого фітнесу. Отримані дані дозволили визначити доцільність подальших досліджень, спрямованих на розробку технологій тілобудовної корекції в процесі фізичного виховання з урахуванням функціональних порушень ОРА.

Багатокомпонентний підхід [160] до управління болем у пацієнтів з ожирінням інтегрує елементи йоги та пілатесу у програми зниження маси тіла. Так, згідно розроблених програм елементи вищезазначених видів рухової активності застосовуються протягом 12 тижнів, тричі на тиждень, тривалістю 60 хвилин за сесію. Результати дослідження підтвердили зниження болю в КС на 30 % (за шкалою ВАШ), підвищення комплаєнсу на 40 % завдяки психосоціальной підтримці, що підкреслює ефективність застосування програми для гоналгій з надмірною вагою.

За результатами досліджень автори [4, 140], роблять висновок про те, що високий рівень комплаєнсу сприяє тривалій модифікації стилю життя осіб із ожирінням, виконанню ними наданих рекомендацій і, як наслідок, значному зменшенню маси тіла. Низький рівень комплаєнсу супроводжується невиконанням рекомендацій щодо модифікації стилю життя та відсутністю зменшення маси тіла.

Останнім часом популярність застосування пілатесу в реабілітаційних програмах зростає, завдяки його перевагам для таких програм при порушеннях ОРА [95, 111]. Незважаючи на суперечності, система Пілатес як особлива форма реабілітаційних вправ, може виявитися корисним інструментом, який допоможе покращити фізичні функції на різних етапах життя та в різному фізичному стані [79, 105]. Крім того, варто також звернути увагу на переваги застосування

засобів пілатесу у програмах терапії та реабілітації для покращення компонентного складу тіла жінок з надмірною масою тіла та гоналгіями [45, 111].

Необхідно звернути увагу на підтвердженні дані щодо позитивних результатів застосування ТВ особами із ожирінням та гоналгіями у підвищенні м'язової сили, покращенні балансу, гнучкості, рухливості КС, щ, в свою чергу, призводить до вдосконалення координації та балансу, а також покращення психоемоційного стану [45, 111].

За даними ряду авторів [90, 117, 159, 168], незадоволення собою та зниження почуття власної гідності при ожирінні нерідко призводять до розвитку психічних розладів, що виявляють вплив на всі аспекти ЯЖ. Серед осіб з важкими формами ожиріння 48 % мають помірні або виражені симптоми депресії, 35 % демонструють високий рівень тривожності, психопатологічний дистрес виявляється в 26 % осіб і погіршує ЯЖ більше, ніж супутні ожирінню соматичні захворювання.

Таким чином, аналіз сучасних наукових досліджень свідчить, що поширеність структурно-функціональних змін ОРА в осіб із ожирінням досить висока та вимагає більш поглибленого патогенетичного вивчення; виявлені у літературі підходи до ФТ підкреслюють важливість індивідуалізації навантаження, контролю больового синдрому, вибору безпечних форм рухової активності з урахуванням структурно-функціональних змін колінного суглоба та біомеханічних особливостей нижньої кінцівки та формування тривалої прихильності до фізичної активності, що визначає напрям подальших досліджень і слугує підґрунтям для розроблення відповідних практичних рекомендацій.

Висновки до розділу 1

Проведений аналіз сучасних вітчизняних і зарубіжних наукових джерел засвідчив, що ожиріння є складною мультифакторною медико-соціальною проблемою, яка має системний вплив на ОРА та істотно підвищує ризик розвитку хронічного больового синдрому у КС.

Формування гоналгій у жінок з ожирінням має комплексний характер і зумовлюється поєднанням підвищеного механічного навантаження, змін біомеханіки рухів, порушень просторової організації тіла та метаболічних чинників. Застосування інтегрованих біомеханічних моделей, зокрема концепції «біотенсегриті», дозволить розглядати ОРА як єдину систему взаємодії елементів стиску і натягу.

ФТ є ключовим немедикаментозним компонентом комплексної терапії жінок з ожирінням та гоналгіями. Ефективність реабілітаційних втручань визначається індивідуалізацією програм, контролем больового синдрому, вибором безпечних форм рухової активності та урахуванням психоемоційних чинників і рівня комплаєнсу. Особливу перспективу мають засоби фізичної терапії з низьким осьовим навантаженням, спрямовані на покращення стабільності та функціонального стану КС.

Таким чином, результати аналізу наукових джерел обґрунтовують доцільність подальшого дослідження структурно-функціональних і біомеханічних змін колінного суглоба та нижньої кінцівки у жінок з ожирінням та гоналгіями та необхідність розроблення науково обґрунтованих рекомендацій з ФТ з урахуванням виявлених змін. Особливо ефективним та перспективним можуть стати дослідження роботи КС у складі ОРА на основі моделювання його роботи з урахуванням різних навантажень.

Основні положення розділу відображені в роботах автора [21, 45, 47].

РОЗДІЛ 2

МЕТОДИ ТА ОРГАНІЗАЦІЯ ДОСЛІДЖЕННЯ

2.1 Методи дослідження

Для досягнення поставленої мети та вирішення завдань дисертаційного дослідження застосовано комплекс взаємодоповнювальних методів, котрі забезпечували всебічний аналіз особливостей функціонального стану ОРА, компонентного складу тіла, повсякденної активності та участі жінок з ожирінням і гоналгіями, а саме:

1. Аналіз спеціальної науково-методичної літератури.
2. Методи оцінки клінічних показників та функціонального стану.
3. Методи оцінки активності та участі.
4. Методи математичної обробки отриманих даних.
5. Фізико-математична модель ОРА людини:
 - 5.1. Чисельне моделювання компонентів напружено-деформованого стану ОРА людини із застосуванням методу скінченних елементів.
 - 5.2. Інтерпретаційне моделювання форми ОРА людини на основі методів прикладної дискретної геометрії.
 - 5.3. Основи моделювання форми та внутрішніх зусиль ОРА людини у середовищі символьних та чисельних пакетів прикладної математики.

Зазначені методи були класифіковані відповідно до положень Міжнародної класифікації функціонування, обмежень життєдіяльності та здоров'я (МКФ), що забезпечує міждисциплінарний підхід та дозволяє логічно відобразити зв'язок між анатомічними, функціональними і соціальними аспектами оцінювання жінок з ожирінням та гоналгіями. Відповідність методів дослідження компонентам та кодам МКФ відображено у таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 – Відповідність методів дослідження компонентам та кодам МКФ

№ п/п	Метод дослідження	Компоненти МКФ	Коди МКФ
1.	Антропометричні методи	Функції організму (b), Структури організму (s)	b7100 — рухливість суглобів, s75000 — структура нижньої кінцівки
2.	Біоімпедансний аналіз	Функції організму	b5300 — маса тіла, b5301 — вміст води в тілі, b530 — функції, пов'язані з масою тіла; b.540 — загальні метаболічні функції
3.	WOMAC Osteoarthritis Index	Функції організму, Активність та участь	b28015 — біль у нижніх кінцівках, d4500 — пересування, d6400 — турбота про себе
4.	Опитувальник EuroQol-5D	Активність та участь, Фактори навколишнього середовища	d8501 — зайнятість, e5800 — соціальна підтримка, e5801 — доступ до послуг

2.1.1 Аналіз спеціальної науково-методичної літератури

У процесі дисертаційного дослідження проаналізовано монографії, публікації у збірниках наукових праць, дисертації та автореферати дисертаційних робіт, навчально-методичні та методичні посібники. Вивчення спеціалізованих літературних джерел дозволило: здійснити узагальнення експериментальних та клінічних даних щодо впливу надмірної маси тіла на функціональний стан ОРА, зокрема КС; узагальнити сучасні підходи до застосування засобів ФТ, фітнесу та поведінкових факторів у реабілітації жінок з ожирінням і гоналгіями, визначити їх роль у відновленні функціонального стану ОРА та підвищенні ЯЖ; обґрунтувати актуальність теми дисертаційного дослідження, сформулювати мету, завдання та обрати адекватні методи дослідження.

У процесі роботи над дисертаційним дослідженням опрацьовано 191 джерело науково-методичної літератури, з яких 118 становлять зарубіжні видання.

2.1.2 Методи оцінки клінічних показників та функціонального стану

Методи оцінки клінічних показників та функціонального стану [156] застосовувалися з метою виявлення порушень структур і функцій у жінок з ожирінням і гоналгіями, зокрема КС, з метою отримання вихідних даних, необхідних для подальшого аналізу та моделювання роботи досліджуваного суглоба за різних умов навантаження; розробки практичних рекомендацій до застосування засобів терапії та фітнесу. Відповідні методи підбиралися з урахуванням доменів МКФ, що характеризують порушення функцій організму і структур ОРА, а також пов'язані з ними обмеження життєдіяльності у жінок з ожирінням та гоналгіями. Відповідність застосованих методів доменам МКФ представлено у таблиці 2.1.

На початковому етапі дослідження проводили анамнез та огляд жінок із визначенням віку, тривалості перебігу ожиріння, наявності больового синдрому в ділянці КС, особливостей повсякденної рухової активності та супутніх скарг (додаток Ж, І, К). Діагноз ожиріння підтверджували на підставі даних медичних карток. Більшість учасниць дослідження усвідомлювали доцільність регулярного проходження медичних оглядів, що є важливим чинником профілактики захворювань. Отримані дані дозволили охарактеризувати досліджуваний контингент і визначити індивідуальні особливості функціональних та структурних порушень [23].

На наступному етапі застосовували антропометричні методи з метою визначення обхватних параметрів жінок (окружність грудної клітини, окружність талії, стегон, верхніх і нижніх кінцівок) та отримання вихідних даних для подальшого аналізу і моделювання ОРА.

Вимірювання проводили з використанням сантиметрової стрічки, при цьому допустима похибка вимірювань не перевищувала 0,5 см.

Вимірювання окружності грудної клітини, живота та проксимального відділу стегон здійснювали сантиметровою стрічкою, яку розташовували паралельно до площини підлоги, із щільним приляганням до поверхні тіла без його здавлювання.

При визначенні окружності грудної клітини у жінок з молочними залозами без патологічних змін мірну стрічку накладали ззаду під кутами лопаток, а спереду — на рівні сосків під молочними залозами, що відповідає рівню IV ребра (рис. 2.1).

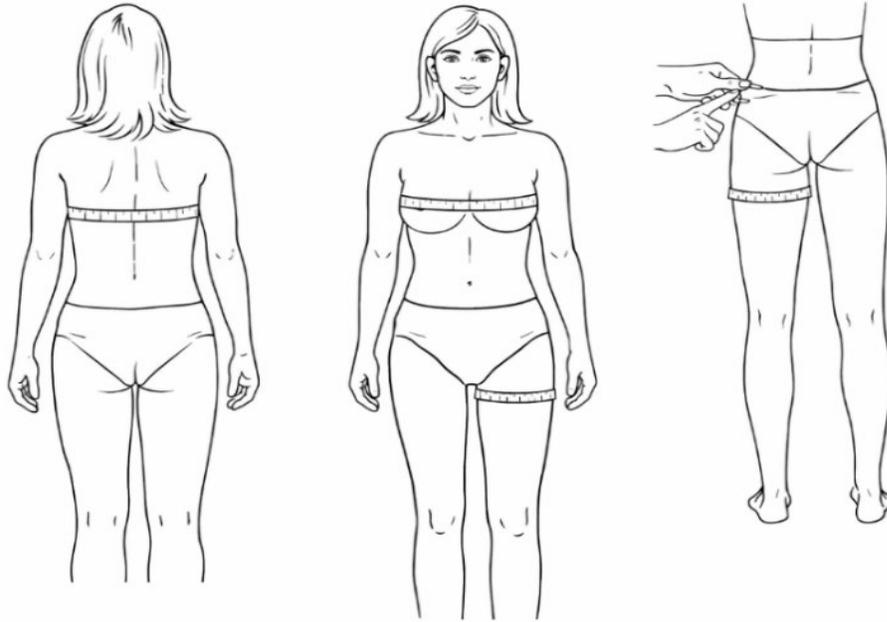


Рисунок 2.1 – Вимірювання окружності грудної клітини та проксимального відділу стегна

Окружність живота визначали у положенні стоячи; рівень вимірювання встановлювали посередині відстані між нижнім краєм реберної дуги та верхівкою гребня клубової кістки, або ззаду — на рівні III поперекового хребця, спереду — на рівні пупка.

Під час вимірювання окружності проксимального відділу стегна нижні кінцівки розташовували на ширині плечей, при цьому сантиметрову стрічку проводили безпосередньо під сідничною складкою.

Окрім того, з метою підвищення точності подальшої побудови моделі ОРА, виконували вимірювання лінійних розмірів нижніх кінцівок та тазу (рис. 2.2).

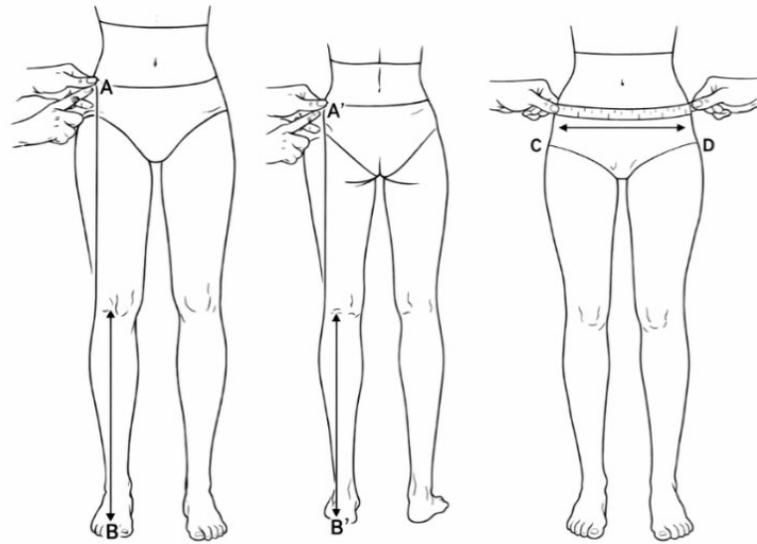


Рисунок 2.2 – Вимірювання окружності тазу і лінійних розмірів нижніх кінцівок

Для дослідження компонентного складу тіла було застосовано біоемпедансний метод, що передбачає використання аналізатора компонентного складу тіла «TANITA-BC-418 MA» (Японія) (рис. 2.3). Дія аналізатора біоелектричного опору ґрунтується на поширенні слабких електричних сигналів частотою 50 кГц із силою струму 50 мА, що абсолютно не позначається на самопочутті пацієнта.

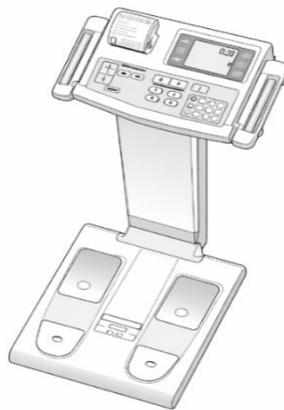


Рисунок 2.3 – Аналізатор складу тіла Tanita BC-418 MA

З метою мінімізації методичних похибок усі вимірювання було проведено однією і тією особою у стандартизованих умовах — у ранковий час натще. Перед проведенням обстеження учасниці протягом 3–4 годин не вживали їжі та рідини [91]. За 24 години до вимірювань обстежені не виконували інтенсивних фізичних навантажень і не приймали лікарських або інших фармакологічних засобів, що могли впливати на водний баланс організму.

Дослідження проводилося з урахуванням гормонального статусу: у п'яти обстежених — в естрогенову фазу менструального циклу, у інших п'яти жінок — у період менопаузи, що дозволило зменшити вплив гормональних коливань на результати біоімпедансного аналізу.

За допомогою методу біоімпедансної діагностики були обчислені такі показники: ІМТ / ВМІ (Body mass index); відсотковий вміст жирової тканини в організмі (FAT, %); маса безжирової тканини (Fat-free mass); загальний вміст води в організмі (Total body water).

2.1.3 Методи оцінки активності та участі

З метою оцінки обмежень активності та участі жінок з ожирінням та гоналгіями у дослідженні застосовували стандартизовані опитувальники WOMAC (Western Ontario and McMaster Universities Osteoarthritis Index) (додаток Л) та EuroQol-5D (додаток М), які широко використовуються в клінічних і наукових дослідженнях пацієнтів із дегенеративними ураженнями суглобів. Інтерпретацію даних здійснювали з урахуванням відповідних доменів діяльності та участі МКФ, наведених у таблиці 2.1.

Опитувальник WOMAC застосовували для оцінки специфічних симптомів та обмежень функціональної активності, що пов'язані з ураженням КС.

Валідність і надійність даного інструменту підтверджено результатами численних досліджень [81, 151, 176]. Опитувальник складається з 24 питань, розділених на три секції: Біль (5 питань): під час ходьби, під час користування

сходами, вночі у ліжку, під час сидіння чи лежання, стоячи вертикально. Скутість (2 питання): після пробудження зранку та пізніше протягом дня. Фізична функція (17 питань): під час підйому/спуску сходами, підйому з положення сидячи, стоячи вертикально, при нахилі, ходьбі по рівній поверхні, під час посадки/виходу з машини/автобусу, при здійсненні покупок, надяганні/знятті шкарпеток, підйомі з ліжка, лежанні в ліжку, переміщенні в/виході з ванни, сидінні, вході/виході з туалету, виконанні важких/легких домашніх занять.

Оцінювання здійснювалося за п'ятибальною системою: ні (0 балів), легко (1 бал), помірно (2 бали), виражено (3 бали), дуже сильно (4 бали). Сумарний результат інтерпретували як «відмінний» (0–14 балів), «гарний» (15–28 балів), «задовільний» (29–38 балів) або «незадовільний» (понад 38 балів), що дозволило кількісно оцінити ступінь обмеження фізичної активності жінок.

Для оцінки загальної ЯЖ та рівня участі у повсякденній діяльності застосовували опитувальник EQ-5D. Інструмент включає ряд запитань, котрі дозволяють оцінити: мобільність, самообслуговування, звичайну діяльність, біль/дискомфорт, тривогу/депресію [100, 115]. Комбінація відповідей формує один із 243 можливих станів здоров'я, які можуть бути трансформовані в інтегральний індекс EQ-5D — показник корисності, що варіює від 0 (стан, еквівалентний смерті) до 1 (ідеальний стан здоров'я).

Додатково використовували візуальну аналогову шкалу EQ-5D (VAS), за допомогою якої респондентки оцінювали суб'єктивне сприйняття власного стану здоров'я в діапазоні від 0 до 100 балів.

2.1.4 Методи математичної обробки отриманих даних

Методи математичної статистики застосовували для обробки та аналізу емпіричних даних, отриманих у процесі обстеження жінок з ожирінням та гоналгіями, які брали участь у дослідженні. Застосування методів математичної

статистики дозволило узагальнити отримані результати, а також уточнити окремі параметри фізико-математичної моделі функціонування КС.

Математична обробка числових даних дисертаційної роботи проводилась з використанням методів варіаційної статистики.

Аналіз відповідності виду розподілу кількісних показників закону нормального розподілу перевіряли за критерієм Шапіро-Уїлка (W). Для кількісних показників, що мали нормальний розподіл, проводилося обчислення середнього значення (\bar{x}) та середньоквадратичного відхилення (S). Для кількісних показників, котрі мали розподіл, що не відповідав нормальному, визначали медіану (Me) і верхній та нижній квантілі (25 %; 75 %). Зауважимо, що всі отримані показники виявилися не розподіленими нормально.

При оцінці значущості різниці, за наявності нормального розподілу результатів досліджень, використовувався t-критерій Стьюдента (для незалежних чи залежних груп), а для показників, що не відповідали нормальному розподілу, використовували U-критерій Манна-Уїтні для незалежних груп і критерій Вілкоксона для залежних груп.

Кореляційний аналіз проводили з метою встановлення зв'язків між вивчаємими показниками. З урахуванням того, що отримані результати більшості показників не відповідали нормальному розподілу, застосовувався метод рангової кореляції за Спірменом (ρ). Проводилася перевірка коефіцієнтів кореляції на значимість відносно нуля за допомогою двостороннього критерію на рівнях $p = 0,05$; $p = 0,01$ і $p = 0,001$.

При статистичній обробці приймали надійність $P = 95\%$, деякі результати були отримані на більш високих рівнях ($P = 99\%$; $P = 99,9\%$).

Для математичної обробки числових даних дисертаційної роботи використовували прикладні програми Statistica 7.0, IBM SPSS Statistics 21 та прикладні математичні пакети Mathcad.

2.1.5 Фізико-математична модель опорно-рухового апарату людини

У межах дисертаційного дослідження для аналізу структурно-функціональних особливостей роботи ОРА у жінок з ожирінням та гоналгіями застосовували ряд фізико-математичних методів та підходів, що дозволяють здійснювати моделювання фізичних систем.

Дані методи і підходи спрямовані на формалізацію просторової організації й опис механічної взаємодії елементів ОРА з метою визначення та подальшого аналізу величин внутрішніх зусиль у кістках, м'язах та суглобах нижньої частини тіла людини.

Розглядаються методологічні засади використання статико-геометричного методу прикладної геометрії, теоретичних методів аналізу фізичних аналогів сітчастих і стрижневих структур, а також основи варіаційного числення, зокрема методу скінченних елементів (МСЕ), які у подальшому застосовуються при формуванні моделі та обчисленні компонентів напружено-деформованого стану її елементів.

Адаптація зазначених методів для побудови на їх основі інтерпретаційної моделі нижньої частини ОРА людини здійснюється із урахуванням положень МКФ; відповідні домени, використані в дослідженні, наведено у таблиці 2.1.

2.1.5.1 Статико-геометричний метод як основа тривимірного моделювання опорно-рухового апарату

Статико-геометричний метод прикладної геометрії є методологічно доцільним для використання у даному дисертаційному дослідженні [46], оскільки ґрунтується на уявленні про функціонування реальних фізичних систем, зокрема стрижневих і сітчастих структур, елементи яких працюють виключно на розтяг або стиск під дією зовнішніх вузлових навантажень. Власне, саме ці принципи є основою формування уявлення про роботу моделей біотенсегриті.

Як правило, метод передбачає, що зосереджені сили, прикладені до вільних вузлів моделі, виконують роль параметрів геометричного формоутворення

дискретного образу досліджуваної сітчастої структури, а зміна їх величини дозволяє цілеспрямовано керувати конфігурацією моделі та здійснювати її корекцію. Водночас фіксовані вузли визначають крайові умови моделювання, оскільки їх просторові координати задаються як вихідні, апріорно відомі дані. У випадку моделювання ОРА, зосереджені сили інтерепретуватимуться як результати передачі навантажень у вигляді рівнодійних сил, обумовлених у свою чергу силами тяжіння, й прикладатимуться до вузлів моделі у тих зонах, де, буде зконцентровано масу тієї чи іншої частини тіла людини.

У класичній інтерпретації статико-геометричного методу [65] приймається гіпотеза, яка полягає у тому, що довжини усіх ланок (стрижнів або тросів у механічному сенсі) $\delta_{i,j}$ прямо пропорційні абсолютним значенням зусиль $R_{i,j}$, виникаючих під дією на модель зовнішніх зосереджених навантажень P_i . Якщо позначати відповідний коефіцієнт пропорційності як $k_{i,j}$, то отримаємо математичне вираження цієї гіпотези у наступній формі:

$$R_{i,j} = \delta_{i,j} \cdot k_{i,j}. \quad (2.1)$$

Тут індекси i та j відповідають деяким i -му та j -му вільним вузлам моделі, сполучених ланкою. Як правило, коефіцієнти пропорційності $k_{i,j}$, а також початкові значення зовнішніх навантажень P_i задаються сталими і не змінюються у процесі моделювання, будучи початковими умовами моделювання. Однак, якщо дані коефіцієнти пропорційності також є невідомими, то їх позначають із застосуванням символу $\aleph_{i,j}$ (параметр щільності внутрішніх зусиль), як це буде показано у розділі 3 даного дисертаційного дослідження.

Загалом, гіпотеза (2.1) передбачає, що зі збільшенням довжини ланок моделі, зростають і внутрішні зусилля у них, що узгоджується із законом Гука [9] та дозволяє досліджувати роботу даної моделі в рамках пружних деформації її елементів (до переходу у стан пластичного деформування).

Математичне вирішення задачі формоутворення моделі за статико-

геометричним методом полягає у складанні системи рівнянь статичної рівноваги для усіх вільних вузлів моделі з подальшим розв'язанням відповідних рівнянь відносно невідомих координат її вільних вузлів. Кожне рівняння рівноваги представляє собою векторну суму рівнодійних сил \bar{P}_i , що діють на кожен i -й вільний вузол, а також внутрішніх зусиль $\bar{R}_{i,j}$, які виникають у стрижнях та ланках моделі внаслідок впливу зовнішніх сил:

$$\sum_{j=1}^n \bar{R}_{i,j} + \bar{P}_i = 0, \quad (2.2)$$

тут n – кількість вузлів (як вільних, так і фіксованих), суміжних із досліджуваним i -м вузлом, рівновага якого розглядається.

Проекціюючи векторні компоненти рівняння (2.2) на координатні осі, одержуються рівняння рівноваги вільних вузлів моделі у координатній формі. Для тривимірного випадку відповідно це рівняння матиме наступну форму, враховуючи тотожність (2.1):

$$\begin{cases} \left(-\sum_{j=1}^n k_{i,j} \right) \cdot x_i + \sum_{j=1}^n (k_{i,j} \cdot x_j) = P_{i_x}, \\ \left(-\sum_{j=1}^n k_{i,j} \right) \cdot y_i + \sum_{j=1}^n (k_{i,j} \cdot y_j) = P_{i_y}, \\ \left(-\sum_{j=1}^n k_{i,j} \right) \cdot z_i + \sum_{j=1}^n (k_{i,j} \cdot z_j) = P_{i_z}, \end{cases} \quad (2.3)$$

де: P_{i_x} , P_{i_y} , та P_{i_z} – проекції вузлового вектора зовнішнього впливу \bar{P}_i на координатні осі Ox , Oy та Oz відповідно.

При формоутворенні дискретно представленого образу серед усіх варіантів розподілу зусиль існує такий, при якому усі зусилля не просто прямо пропорційні довжинам ланок моделі, але й коефіцієнти такої пропорційності рівні між собою:

$$k_{i,j} = k = \text{const}. \quad (2.4)$$

В цьому випадку система (2.3) набуває наступної спрощеної форми:

$$\begin{cases} -n \cdot x_i + \sum_{j=1}^n x_j = P_{i_x}/k, \\ -n \cdot y_i + \sum_{j=1}^n y_j = P_{i_y}/k, \\ -n \cdot z_i + \sum_{j=1}^n z_j = P_{i_z}/k. \end{cases} \quad (2.5)$$

Така форма дозволяє значно спростити процес моделювання та значно унаочнити формоутворення дискретного образу моделі. Окрім того, розв'язання системи рівнянь (2.5) дуже просто реалізується у середовищі сучасних прикладних пакетів математичного та чисельного моделювання, оскільки навіть у разі нелінійності компонентів векторів зовнішніх сил (P_{ix} , P_{iy} , та P_{iz}), усе одно легко піддається лінеаризації на проміжних етапах ітераційного числення (шляхом поступових наближень), як правило необхідного для виконання подібних обчислень.

Статико-геометричний метод знайшов широке застосування у галузі будівельної механіки, технічного та архітектурного формоутворення поверхонь і просторових об'єктів різноманітного призначення.

Базові положення застосування статико-геометричного методу прикладної геометрії задля геометричного формоутворення дискретних образів плоских і просторових кривих, криволінійних поверхонь та тривимірних об'єктів, що інтерпретуються як аналоги непланарних графів, ґрунтовно розкриті у працях професора Ковальова С.М. [30, 40–42, 51], а також у дослідженнях його учнів і послідовників. Подальший розвиток і практичне узагальнення операційних можливостей статико-геометричного методу представлено в роботах Абдуроімова М.М. [1], Анпілогової В.О. [2, 3], Ботвіновської С.І. [7, 8], Боева С.А. [6], Золотової А.В. [25–28], Самчука В.П. [62–64] та інших авторів.

У зазначених працях статико-геометричний метод застосовувався для дослідження впливу формоутворюючого навантаження на геометрію дискретних образів, моделювання безмоментних стрижневих і сітчастих структур, урахування власної ваги та заданих крайових умов, а також для побудови дискретних аналогів оболонок, мінімальних поверхонь і просторових систем із наперед визначеними диференціальними властивостями. Окремий напрям досліджень був присвячений моделюванню біологічних форм з урахуванням фізичних чинників та зовнішніх впливів у архітектурі та дизайні [37], що є принципово важливим для інтерпретації роботи елементів ОРА, оскільки демонструє принципи опису роботи моделей біопрототипів засобами класичної механіки та прикладної геометрії.

Метод дозволяє здійснювати кероване формоутворення тривимірних дискретних об'єктів із урахуванням додаткових геометричних і функціональних вимог, зокрема проходження моделі через задані точки простору, забезпечення умов дотику, рівності або закономірної зміни довжин ланок, а також примусового задання кривизни, скруту чи інших диференціальних характеристик. Реалізація зазначених вимог здійснюється із застосуванням елементів параметризації, що забезпечує функціональний зв'язок між навантаженням і координатами вузлів моделі [40, 61, 65].

З позицій теоретичної механіки процес формоутворення дискретних тривимірних образів за статико-геометричним методом є оберненою задачею відносно визначення внутрішніх зусиль у безмоментних стрижневих або сітчастих системах. Саме ця властивість зумовлює доцільність застосування методу для побудови фізико-математичних моделей ОРА, що дозволяє інтерпретувати його елементи як багатокomпонентну просторову механічну систему.

Незважаючи на те, що класична інтерпретація статико-геометричного методу вбачає використання лише компонентів зовнішніх вузлових навантажень у якості інструменту формоутворення, сучасні праці [43, 67, 68, 179] показали його застосовність також і по відношенню до прямих задач механіки, в рамках яких

визначається уже не форма, а компоненти напружено-деформованого стану елементів досліджуваних моделей при апріорно заданих формі й зовнішніх навантаженнях. Розвиток даного напрямку досліджень був продиктований тим, що однією із найбільш розповсюджених задач механіки є визначення внутрішніх зусиль та переміщень вузлів моделей під дією різноманітних впливів, однак за умови сталої і наперед визначеної форми. Справа в тому, що основним завданням класичної механіки є перевірка міцності та стійкості уже існуючих систем та механізмів, прикладами котрих є різноманітні каркаси будівель, машин та механізмів, які хоч і зазнають навантажень, проте маю різноманітні обмеження щодо їхніх габаритів, форми та положень у просторі. Для вирішення даного типу задач було розроблено кілька ефективних інструментів на основі модифікації статико-геометричного методу прикладної геометрії [67].

Один із таких методів полягає в управлінні й перерозподілі внутрішніх зусиль R_{ij} та параметрів щільностей внутрішніх зусиль \aleph_{ij} таким чином, щоб модель не лише приймала необхідну форму, але й була спроможна зберігати свою стійкість та міцність під час сприйняття будь-яких необхідних зовнішніх навантажень та впливів. Моделювання компонентів напружено-деформованого стану формоутворених моделей згідно з даним методом може бути зведений до багатоциклічного ітераційного вирішення системи рівнянь рівноваги та параметрів стану моделі, що у матричній формі має вигляд:

$$\begin{cases} [s^p] = [\aleph^{p-1}]^{-1} \cdot (-[g^{p-1}] - [\mathfrak{Z}^p]), \\ \{\aleph^p\} = [(\delta^p)^2]^{-1} \cdot (\{\phi^{/p}\} - \{\phi^p\} + [(\delta^p)^2] \cdot \{\aleph^{p-1}\}). \end{cases} \quad (2.6)$$

Тут: $[s]$ – матриця координат (розмірністю $w \times 3$; тут і надалі w – кількість вільних вузлів моделі); $[g]$ – матриця крайових умов (розмірністю $w \times 3$), елементи якої представляють собою суми добутків координат фіксованих вузлів та відповідних (за топологічною схемою) параметрів щільності внутрішніх зусиль \aleph_{ij} моделі; $[\mathfrak{Z}]$ – матриця зовнішніх впливів (розмірністю $w \times 3$), що діють на вільні

вузли моделі; $[\aleph]$ – матриця параметрів щільності внутрішніх зусиль \aleph_{ij} моделі (розмірністю $w \times w$), діагональні елементи якої містять від’ємні суми параметрів щільності внутрішніх зусиль \aleph_{ij} ланок, інцидентних тим вузлам моделі, для яких складені відповідні рівняння (згідно з топологією), а інші елементи – вміщують або щільності внутрішніх зусиль \aleph_{ij} ланок, які з’єднують відповідні індексам вузли із вузлами, що відповідають діагональним елементам у даній строчці, або нулі; $\{\aleph\}$ – вектор-стовпець з v параметрів щільності внутрішніх зусиль \aleph_{ij} моделі; $\{\varphi\}$ та $\{\varphi'\}$ – відповідно вектор-стовпці розрахункових та встановлених (згідно із накладеними умовами моделювання) вузлових показників скалярного потенціалу зовнішніх впливів; $[\delta^2]$ – матриця геометричних параметрів моделі (розмірністю $v \times v$, де v – кількість ланок моделі), діагональні елементи якої містять добутки констант χ та квадратів довжин в’язей, для яких складене рівняння, що відповідає конкретній строчці матриці, а інші елементи – вміщують або квадрати довжин в’язей, що відповідають за індексами даним чарункам цієї матриці, або нулі; p – порядковий номер ітераційного циклу.

Послідовність дій, необхідна для вирішення системи (2.6), наступна:

1. Складання та розв’язання системи рівнянь рівноваги вузлів сітчастої структури відносно координат вільних вузлів моделі за наближено заданими початковими даними (до яких відносяться початкові значення зовнішніх навантажень та параметри стану ланок) та вихідними умовами.

2. Складання та розв’язання системи параметричних рівнянь відносно параметрів жорсткості з попередньою заміною значень поточного потенціалу на показники потенціалу, що відповідають бажаним, та з урахуванням раніше розрахованих величин констант інтегрування.

3. Підстановка одержаних параметрів жорсткості до системи рівноваги вузлів сітчастої структури з подальшим розв’язанням цієї системи відносно вузлових величин сітчастої структури.

4. Повторення операцій 1 – 3 доти, доки не буде досягнуто встановленого рівня абсолютних або відносних похибок числення.

Що ж стосується абсолютних чи відносних (%) розрахункових похибок моделювання, то оцінка їх величини на кожному кроці числення має здійснюватися шляхом порівняння максимального зі значень цих похибок із наперед встановленими сталими h або ε відповідно:

$$h \geq \mathfrak{D}_u = \max (|u^p - u^{p-1}|), \quad (2.7)$$

$$\varepsilon \geq \sigma_u = \max (|u^p - u^{p-1}| / |u^{p-1}|), \quad (2.8)$$

де u – узагальнене позначення параметрів, що оцінюються.

Якщо параметрів, які необхідно оцінити два і більше, то допустимим є аналіз середньоквадратичних і середньоарифметичних похибок серед максимальних абсолютних чи відносних.

Інший запропонований у [67] метод полягає у накладанні на досліджувану модель додаткових умов і обмеження форми та положення її елементів шляхом доповнення системи рівнянь рівноваги типу (2.3) додатковими невідомими параметрами формоутворення та відповідними рівняннями, що, власне, функціонально виражатимуть накладені умови і обмеження. Для цього будуються модифіковані функції Лагранжа \mathfrak{R}_i із невідомими коефіцієнтами (параметрами) $\lambda_{i,h}$, що мають наступну формулу:

$$\mathfrak{R}_i = \sum_{j=1}^n R_{i,j} \cdot \delta_{i,j} \pm \sum_{h=1}^{t_i} \lambda_{i,h} \cdot \varphi_{i,h} + G'_i, \quad (2.9)$$

де: $\varphi_{i,h}$ – функціонально записані умови та/або обмеження виду

$$\varphi_{i,h} = \zeta_{i,h}(x_i, y_i, z_i) = 0, (h = \overline{1, t_i}); \quad (2.10)$$

h – порядковий номер функції $\varphi_{i,h}$, якій мають задовольняти координати i -го вільного вузла (з множини w вільних вузлів); t_i – кількість накладених функцій

та/або умов для i -го вузла; G'_i – деяка невизначена константа, що враховує введення додаткових функцій.

Остаточна система рівнянь, що описує форму та стан моделі, одержується шляхом диференціювання функції (2.9) за координатами кожного i -го вузла (x_i, y_i та z_i), а також за коефіцієнтами $\lambda_{i,h}$. Результуюча система має вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^{n_i} (x_j - x_i) \cdot R_{i,j} / \delta_{i,j} + \sum_{h=1}^{t_i} \lambda_{i,h} \cdot \partial \varphi_{i,h} / \partial x_i = 0, (i = \overline{1, w}) \\ \sum_{j=1}^{n_i} (y_j - y_i) \cdot R_{i,j} / \delta_{i,j} + \sum_{h=1}^{t_i} \lambda_{i,h} \cdot \partial \varphi_{i,h} / \partial y_i = 0, (i = \overline{1, w}) \\ \sum_{j=1}^{n_i} (z_j - z_i) \cdot R_{i,j} / \delta_{i,j} + \sum_{h=1}^{t_i} \lambda_{i,h} \cdot \partial \varphi_{i,h} / \partial z_i = 0, (i = \overline{1, w}) \\ \varphi_{i,h} = 0. (h = \overline{1, t_i}) \end{array} \right. \quad (2.11)$$

Даний метод також передбачає, що інструментом управління формою і положенням усіх елементів моделі є формальні формоутворюючі навантаження складні з t_i компонентів для кожного i -го вільного вузла, однак відсотковий вклад кожного із цих компонентів регулюється коефіцієнтами Лагранжа $\lambda_{i,h}$. Водночас, даний метод є дуже перспективним з точки зору дослідження сітчастих структур типу тенсегриті й біотенсегриті, оскільки має значний потенціал щодо опису попередньо напружених елементів. Адже саме так працює ОРА людини, забезпечуючи стійкість шляхом напруження м'язів і передаючи додаткові навантаження на кістки та суглоби.

2.1.5.2 Теоретичні методи аналізу та розрахунку фізичних сітчастих та стрижневих структур

Розглядаючи методи моделювання фізичних аналогів сітчастих і стрижневих структур, доцільно насамперед окреслити базові положення класичної теоретичної механіки, що забезпечують можливість аналізу та розрахунку статично невизначуваних стрижневих систем, якими у тому числі являються тенсегриті та

біотенсегриті. У загальному випадку процес аналізу таких систем передбачає виконання кінематичного аналізу розрахункової схеми з подальшим визначенням внутрішніх зусиль і переміщень вузлів усіх елементів моделі. З огляду на багатокomпонентність і просторовий характер подібних систем, найбільш доцільним для аналізу компонентів напружено-деформованого стану їхніх елементів є застосування методів та інструментів чисельного моделювання.

Одним із найбільш розвинених та ефективних інструментів чисельного аналізу процесів, явищ і об'єктів різної фізичної природи на сьогодні є МСЕ, який перш за все інше широко застосовується для дослідження складних механічних систем [50, 53, 102, 121, 136]. З огляду на тематику даного дослідження, подальший виклад зосереджено на основних принципах розрахунку безмоментних статично невизначуваних стрижневих систем та на загальних положеннях застосування МСЕ для розв'язання відповідних задач.

Процес моделювання роботи статично невизначуваної стрижневої системи часто розпочинається з побудови так званої основної системи, яка відрізняється від заданої кількістю в'язів. Формування основної системи може здійснюватися трьома основними способами: шляхом вилучення частини в'язів із заданої системи; шляхом введення додаткових в'язів; шляхом комбінування обох підходів, тобто, вилученням одних в'язів і введенням інших [5, 11, 15, 38, 40, 54, 59]. Це, окрім іншого необхідно для того, щоб переконатися у геометричній незмінюваності моделі досліджуваної сітчастої структури. Після аналізу основної системи на силові, кінематичні чи температурні впливи додатково враховують інші впливи, зумовлені відмінностями між заданою та основною системами.

Вилучені в'язі замінюються еквівалентними зусиллями, які прикладаються до основної системи за напрямками початкового приєднання відповідних зв'язків. Величини цих зусиль визначають таким чином, щоб дійсні переміщення в основній системі у напрямках вилучених в'язів дорівнювали нулю. У випадку введення

додаткових в'язів їм, навпаки, надаються примусові переміщення, підібрані таким чином, щоб у відповідних зв'язках не виникали реакції.

Підбір еквівалентних зусиль або примусових переміщень здійснюється шляхом розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь, складених для опису лінійно-пружних сітчастих або стрижневих структур на основі принципу незалежності дії сил при малих пружних деформаціях, у межах дії закону Гука. При цьому переміщення елементів вважаються малими порівняно з їх геометричними розмірами.

Залежно від способу формування основної системи розрізняють три основні методи розрахунку статично невизначуваних систем: метод сил, метод переміщень та змішаний метод. Метод сил ґрунтується на визначенні зусиль у вилучених в'язях, при цьому система рівнянь відображає умови сумісності деформацій окремих частин дійсної стрижневої системи. Метод переміщень, навпаки, передбачає визначення вузлових переміщень як основних невідомих і базується на умовах рівноваги вузлів і частин системи у місцях введення додаткових в'язів. У багатьох практичних випадках при цьому допускається нехтування пружними деформаціями подовження і зсуву стрижнів, що дозволяє зменшити кількість невідомих. Змішаний метод поєднує обидва підходи та включає рівняння як сумісності, так і рівноваги.

Вибір найбільш релевантного (по відношенню до вирішуваної задачі) методу розрахунку визначається прагненням мінімізувати кількість розрахункових рівнянь і, відповідно, знизити трудомісткість процесу моделювання. Слід зазначити, що метод переміщень з урахуванням пружних деформацій видовження у матричній формі фактично перетворюється на МСЕ, який на сьогодні є базовим інструментом моделювання складних механічних систем. У подальшому даний метод розглядається застосовно до задач механіки стрижневих систем як фізичних аналогів сітчастих структур, що забезпечує наочну інтерпретацію принципів роботи багатокomпонентних моделей ОРА.

Також варто додати, що рівняння рівноваги раніше розглянутої узагальненої (для вирішення задач механіки сітчастих структур) форми статико-геометричного методу також повністю відповідає принципам роботи та формі рівнянь МСЕ при умові накладання умов сталості розмірів усіх ланок моделі. Справа у тому, що умови незмінності довжин усіх ланок інтерпретаційних стрижневих моделей ОРА автоматично гарантують мінімальні варіації переміщень вільних вузлів. Відповідні переміщення обумовлюватимуться лише пружним деформуванням ланок моделі в рамках закону Гука, що також узгоджує умови застосовності цих двох методів.

Це свідчить на користь того, що МСЕ може слугувати чудовим інструментом перевірки правильності роботи побудованих моделей сітчастих структур, які інтерпретують роботу ОРА, таких як біотенсегріті.

2.1.5.3 Застосування методу скінченних елементів при визначенні напружено-деформованого стану досліджуваної моделі

МСЕ належить до варіаційних методів чисельного моделювання та ґрунтується на поданні досліджуваного об'єкту у вигляді сукупності окремих скінченних елементів, які взаємодіють між собою в обмеженій кількості характерних точок – вузлів моделі.

Під час розрахунку стрижневих або сітчастих систем об'єднання скінченних елементів у єдину розрахункову модель здійснюється шляхом складання рівнянь рівноваги для вузлів, у яких прикладаються зусилля взаємодії, що відображають дію внутрішніх напружень уздовж меж сполучення елементів із вузлами. Така ідеалізація вихідного об'єкту, який в загальному випадку має нескінченну кількість ступенів свободи, дає змогу перейти до моделювання напружено-деформованого стану пружної стрижневої системи зі скінченним числом ступенів свободи. Саме досягнення цієї мети є характерним для більшості методів чисельного моделювання, що застосовуються для відтворення роботи об'єктів, явищ і процесів, описуваних диференціальними закономірностями (рівняннями).

Множина видів скінченних елементів є досить широкою, однак для розрахунку найбільш поширених у практиці класичної механіки довільних стрижневих конструкцій й тенсегріті систем (що загалом відносяться до сітчастих структур) доцільно обмежитися елементами у вигляді прямолінійних ланок: стрижнів сталого перерізу або тросів (які працюють як пружні нитки та можуть набувати попереднього напруження при потребі). Граничними умовами таких ланок можуть бути наступні (якщо початковий вузол – i -й, а кінцевий j -й):

- 1) шарнірне опирання в i -му та j -му вузлах (скінченний елемент 1-го типу);
- 2) шарнірне опирання в i -му вузлі та жорстке у j -му вузлі (скінченний елемент 2-го типу);
- 3) жорстке опирання в i -му вузлі та шарнірне у j -му вузлі (скінченний елемент 3-го типу);
- 4) жорстке опирання в i -му та j -му вузлах (скінченний елемент 4-го типу).

Для безмоментних сітчастих структур, кожна ланка яких може працювати виключно на стиск або на розтяг, таких як тенсегріті та біотенсегріті, слід використовувати лише скінченні елементи 1-го типу.

Для загального розуміння подальших викладок, розглянемо базові співвідношення МСЕ.

Як правило, зовнішнє навантаження на скінченні елементи (надалі позначатимемо їх літерою e , включаючи її як нижній індекс фізико-механічних параметрів) задається у вигляді розподіленого уздовж або перпендикулярно до осей ланок навантаження (для тривимірного випадку: q_x , q_y та q_z відповідно). В якості вузлів розрахункової моделі прийнято приймати:

- 1) точки сполучення ланок між собою, точки сполучення більш ніж двох ланок та точки зламу ланок;
- 2) місця приєднання ланок до основи (базові або фіксовані вузли);
- 3) точки прикладання зосереджених зовнішніх навантажень, а саме: сил P_i та моментів M_i .

4) границі ділянок рівномірно розподілених зовнішніх навантажень;

5) границі ділянок прямолінійних стрижневих елементів (у широкому розумінні) з різними параметрами жорсткості: поздовжньою жорсткістю $(EA)_e$ на стиск та розтяг, а також на згин $(EI)_e$.

У випадках, коли жорсткісні характеристики ланок або інтенсивність розподіленого навантаження змінюються вздовж їх довжин, відповідні елементи поділяються на проміжні скінченні елементи шляхом введення додаткових вузлів. Такий підхід дозволяє апроксимувати ланку системою скінченних елементів зі сталими параметрами жорсткості та навантаження. Якщо ж вихідна конструкція містить криволінійні ланки, кожна із них доцільно замінювати одним або набором прямолінійних стрижневих елементів із відповідним введенням проміжних вузлів. Кількість таких елементів і вузлів обирається з урахуванням вимог до точності апроксимації криволінійного елемента в межах поставленої задачі.

Усі вузли дискретної розрахункової моделі, включаючи опорні (фіксовані), позначаються порядковими номерами $i = 1, 2, \dots, m$ (де m – загальна кількість вузлів моделі). Ланки також позначаються порядковими номерами $h = 1, 2, \dots, v$ (де v – загальна кількість ланок моделі). Так як досліджувана модель представляє собою сукупність окремих елементів, сполучених вузлами, то в МСЕ слід розрізняти характеристики, що властиві усій системі та кожному її елементу окремо. Відтак, для опису конструкції та її елементів використовуються два типи системи координат (тут ми розглядаємо тривимірний випадок для плоских розрахункових моделей):

- 1) глобальна – координатна система $Oxyz$ для усієї розрахункової моделі;
- 2) локальна – координатна система $Ox'y'z'$ для кожного окремого скінченного елемента e .

У глобальній системі координат $Oxyz$ описуються параметри, які визначають загальні властивості системи: положення та переміщення вузлів, вузлові зовнішні навантаження, вузлові реакції від суміжних з вузлами ланок, а також загальна

матриця жорсткості розрахункової моделі. Початок і напрямок осей координат глобальної системи можуть обиратися довільно, хоч варто при цьому брати до уваги геометричні та структурні особливості розрахункової моделі.

З математичної ж точки зору головна ідея МСЕ полягає у тому, що шуканий параметр досліджуваного фізичного явища або процесу представляється в формі деякої глобальної функції $u(x, y, z)$, яка досліджується по всьому об'єкту Ξ , у якому і розвивається даний процес [102] (у нашому випадку таким процесом є розподіл внутрішніх зусиль у ланках моделі та вузлові переміщення). Така функція відтворюється по частинах в окремих фрагментах об'єкту Ξ , на які він має бути попередньо розбитий у відповідності до особливостей його геометричної форми та специфіки розповсюдження досліджуваного процесу. Самі ж фрагменти прийнято називати скінченними елементами. У межах кожного зі скінченних елементів шукана функція визначається локально з допомогою спеціальних базисних функцій або, як їх прийнято називати у МСЕ, функцій форм скінченних елементів, що є широко уживаними в рамках даного методу. Зазвичай, функції форм будуються на основі інтерполяційних поліномів. Загалом, в рамках інтерполяційних методів зміну функції у деякій області можна описати за допомогою значень цієї функції у задалегідь обраних точках досліджуваного об'єкту (сітчастої структури), на основі інтерполяції [97, 98, 161, 189].

Відтак, глобальний процес розрахунку за МСЕ вимагає дискретного представлення досліджуваного тіла Ξ з подальшим відтворенням w значень вузлових величин u_1, u_2, \dots, u_w , що задовільняють рівнянням у часткових похідних із урахуванням накладених на границі Γ умов. У нашому дослідженні нами був використаний варіаційний метод реалізації відповідного глобального процесу розрахунку.

Варіаційний метод приводиться до задачі мінімізації повної потенціальної енергії або, так званої, віртуальної роботи, що виконується усіма компонентами

системи (мається на увазі досліджуваний об'єкт, явище чи процес, а у нашому випадку – сітчаста структура типу біотенсегриті) внаслідок геометрично або фізично допустимих варіацій її параметрів. Якщо позначити таку роботу чи енергію як Π , то вона визначатиметься наступним виразом:

$$\Pi = \int_{\Xi} F_{\Xi}(x, y, z, u, \partial u / \partial x, \partial u / \partial y, \partial u / \partial z, \dots) d\Xi + \int_{\Gamma} F_{\Gamma}(x, y, z) d\Gamma, \quad (2.12)$$

де F_{Ξ} та F_{Γ} – відомі функціонали координат, функції $u(x, y, z)$ та її часткових похідних.

Шляхом представлення функції $u(x, y, z)$ у кожному окремому i -му вузлі скінченно-елементної моделі ($i = 1, 2, \dots, w$) деякою новою функцією g_i , що залежить не лише від координат, а й від шуканих її вузлових параметрів (u_1, u_2, \dots, u_r):

$$g_i = \zeta(x, y, z, \overline{u_1, u_r}), \quad (2.13)$$

функціонали F_{Ξ} та F_{Γ} перетворюють на функції, залежні від аналогічних змінних, і процес мінімізації Π зводиться до системи рівнянь:

$$\partial \Pi / \partial u_i = 0. \quad (2.14)$$

Як правило, функції g_i будуються таким чином, щоб у кожному вузлі скінченно-елементної моделі виконувалась така рівність:

$$u_i(x_i, y_i, z_i) = g_i = \sum_{j=1}^n H_{i,j}(x_i, y_i, z_i) \cdot u_{i,j}, \quad (2.15)$$

Причому, функції $H(x, y, z)$ мають задовольняти граничним умовам та забезпечувати необхідну ступінь неперервності. В такому випадку система (2.14) приводиться до системи алгебраїчних рівнянь, що у матричній формі має такий класичний вигляд:

$$[A] \cdot \{u\} = \{B\}, \quad (2.16)$$

де $\{u\}$ – вектор-стовпець невідомих вузлових параметрів:

$$\{u\}^T = [u_1 \quad u_2 \quad \dots \quad u_w]; \quad (2.17)$$

Матриця $[A]$ та вектор-стовпець $\{B\}$ визначають інтеграли від функцій g_i та

їхніх похідних, які залежать виключно від геометричних особливостей досліджуваної системи (об'єкту) Ξ . Даний підхід актуальний, якщо відомий функціональний еквівалент диференціальних закономірностей досліджуваного процесу або явища.

Загалом слід зазначити, що єдиним недоліком МСЕ у порівнянні з раніше розглянутим статико-геометричним методом прикладної геометрії є відсутність наочності на етапі формування системи розрахункових рівнянь, а також підвищена трудомісткість їх складання й подальшої комп'ютерної реалізації, за умови, що не використовується спеціалізоване програмне забезпечення, яке передбачає автоматизований розрахунок. У межах даного дисертаційного дослідження зазначені особливості нівелюються шляхом використання спеціалізованого програмного забезпечення Mathcad та ПК ЛПРА, що забезпечує реалізацію чисельних алгоритмів, автоматизацію побудови розрахункових схем і виконання варіаційного числення при розрахунках компонентів напружено-деформованого стану елементів досліджуваної моделі ОРА.

2.2 Організація дослідження

Дослідження проводилося на базі Науково-дослідного інституту Національного університету фізичного виховання і спорту України, фітнес-центру «АЕРО» (м. Червоноград) та Центру фізичної терапії «Олімпійський» (м. Київ) у період з 2022 до 2026 рр.

Контингент досліджуваних: 9 жінок 30-65 років із ожирінням, у яких виявлено клінічно підтверджені функціональні порушення КС – гоналгії. Показники абсолютної маси тіла досліджуваних жінок знаходились у діапазоні 70-117,1 кг, зросту – у межах 155-170 см. У жінок першого зрілого віку показники ІМТ були в межах 28,9-29,1 кг/м², другого зрілого віку – 25,7-40,5 кг/м².

Критерії включення жінок в дослідження:

- Вік: 30–65 років (жінки першого та другого зрілого віку).
- Наявність клінічно підтвердженої надмірної маси тіла або ожиріння за значеннями ІМТ.
- Наявність клінічно підтверджених функціональних порушень КС:
 - гоналгії, підтвержені клінічним обстеженням,
 - скарги на біль у ділянці одного або обох колінних суглобів, що пов'язані з руховою активністю та/або виконанням побутових навантажень.
- Функціональна спроможність: здатність до самостійного пересування та участі у дослідженні.
- Добровільна участь: наявність інформованої згоди на участь у дослідженні.

Критерії виключення жінок з дослідження:

- Гострі травматичні ураження КС або нижніх кінцівок, що суттєво впливають на функцію суглоба.
- Післяопераційні стани на колінному суглобі (ендопротезування, артроскопічні втручання тощо).
- Системні запальні або ревматологічні захворювання, що можуть бути провідним джерелом суглобового болю.
- Неврологічні порушення, що впливають на ходу, рівновагу та руховий контроль.
- Інші стани, що унеможливають участь у дослідженні.

Збір та обробка даних здійснювалися відповідно до Гельсинської декларації Всесвітньої медичної асоціації щодо етичних принципів медичних досліджень за участю людини як об'єкта дослідження [131]. Усі учасниці були поінформовані про процедуру вимірювань та підписали інформовану згоду на обробку персональних даних і дозвіл на використання їх показників для наукових цілей (додаток Н).

Дослідження проводили у три етапи.

На першому етапі (жовтень 2022 – червень 2023 рр.) здійснено теоретичний аналіз вітчизняних і зарубіжних літературних джерел, що дозволило визначити сучасні уявлення про ожиріння, дослідити його вплив на ОРА, визначити та узагальнити підходи до моделювання характеру роботи ОРА у осіб із ожирінням, як інструмент вибору та використання засобів ФТ та фітнесу. Узгоджено терміни проведення дослідження, обґрунтовано мету і поставлено конкретні завдання роботи.

На другому етапі (липень 2023 – липень 2025 рр.) проведено первинне експериментальне обстеження жінок з ожирінням та гоналгіями, зокрема антропометричні вимірювання та біоімпедансний аналіз. Отримані емпіричні дані були використані як вихідні параметри для подальшої побудови інтерпретаційної фізико-математичної моделі роботи КС. Виконано первинну математико-статистичну обробку результатів. Проведено анкетування жінок із метою визначення характеру та інтенсивності больового синдрому, рівня активності, участі та якості життя із застосуванням стандартизованих опитувальників WOMAC та EuroQol-5D. Здійснено побудову та аналіз інтерпретаційної фізико-математичної моделі КС у складі нижньої кінцівки ОРА з використанням методів прикладної дискретної геометрії та чисельного моделювання. Результати моделювання дозволили оцінити вплив ожиріння на біомеханіку КС та визначити характер і ступінь його функціонального перенавантаження, що стало науковим підґрунтям для розробки практичних рекомендацій до застосування засобів ФТ та фітнесу у жінок з ожирінням та гоналгіями.

На третьому етапі (серпень 2025 – січень 2026 рр.) проведено аналіз і узагальнення отриманих результатів, завершено оформлення дисертаційної роботи.

РОЗДІЛ 3

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ НАДМІРНОЇ МАСИ ТІЛА НА ОПОРНО-РУХОВИЙ АПАРАТ НА ОСНОВІ ГЕОМЕТРИЧНОГО Й ЧИСЕЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

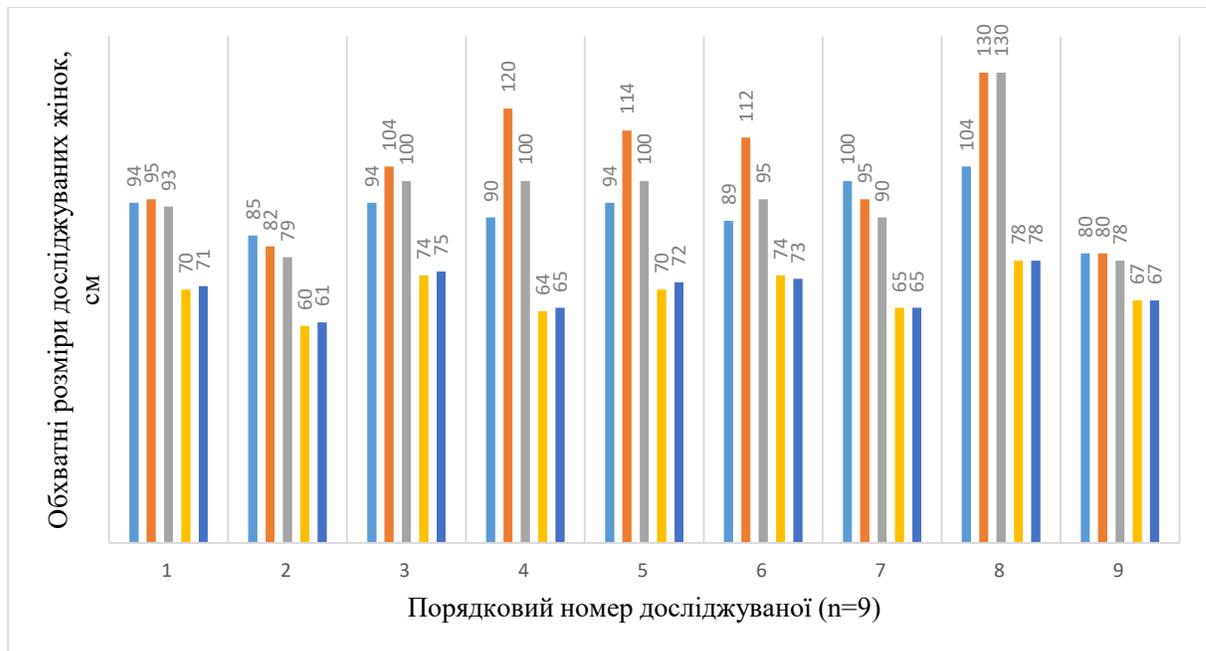
3.1 Аналіз клінічних показників та функціонального стану

Аналіз антропометричних даних (рис. 3.1) засвідчив значну варіабельність показників обхватних розмірів у досліджуваній групі. Так, окружність грудної клітки у жінок коливалась у межах від 80 до 104 см, що свідчить про неоднорідність морфологічної будови тулуба. Виявлений широкий діапазон окружностей тулуба, зокрема талії (78–130 см) та живота (80–130 см), свідчить про наявність абдомінального типу ожиріння у значної частини досліджуваних.

З позицій біомеханіки, абдомінальне ожиріння може призводити до зміщення загального центру мас тіла вперед і вниз, що, в свою чергу, призводить до формування додаткових моментів сили відносно осі КС [96, 157], і, як наслідок, до зростання компресійних і зсувних навантажень у структурах суглобу та створює передумови для розвитку або посилення больового синдрому.

Аналіз обхватних розмірів стегна показав підвищення значень до 60-78 см. Підвищення обхватних розмірів стегна може виступати предиктором зниження м'язової сили, що, в свою чергу, негативно впливає на стабілізаційну функцію м'язово-зв'язкового апарату КС.

Отримані результати підтверджують переважну локалізацію надлишкової жирової маси в ділянці тулуба та нижніх кінцівок, характерну для абдомінального типу ожиріння у жінок, що зумовлює необхідність подальшого аналізу біомеханічних умов навантаження на КС.



- Примітка 1.** ■ – обхватні розміри грудей.
Примітка 2. ■ – обхватні розміри живота.
Примітка 3. ■ – обхватні розміри талії.
Примітка 4. ■ – обхватні розміри стегна правої ноги.
Примітка 5. ■ – обхватні розміри стегна лівої ноги.

Рисунок 3.1 – Обхватні розміри досліджуваних жінок (n=9), см

Під час виконання біоімпедансного дослідження було встановлено, що показники абсолютної маси тіла (табл. 3.1) досліджуваних жінок знаходились у діапазоні 70-117,1 кг. У жінок першого зрілого віку показники ІМТ знаходились в межах 28,9-29,1 кг/м², другого зрілого віку – 25,7-40,5 кг/м² (табл 3.1): жінки з надмірною масою тіла – 3 особи, з ожирінням – 6 осіб.

При аналізі безжирової та жирової компонент (табл. 3.1) було встановлено, що у досліджуваній групі жінок з ожирінням середній відсотковий вміст жиру в організмі становив 42,6 %, при цьому мінімальне зафіксоване значення дорівнювало 31,7 %, а максимальне — 48,7 %. Як відомо, надлишок жирової компоненти та відсутність необхідного м'язового корсету може призводити до надмірного навантаження на суглоби. М'язова слабкість зазвичай виникає через брак або відсутність рухової активності та вікові зміни.

В таблиці 3.1 також наведено рекомендовані норми вмісту жирової компоненти, що були визначені для кожної жінки індивідуально в залежності від її масо-зрістових показників із застосуванням біоемпедансного аналізу складу тіла.

Таблиця 3.1 – Показники компонентного складу досліджуваних жінок [22]

ПІП	Вік, роки	Маса тіла, кг	Зріст, см	ІМТ, кг/м ²	Жиров а компонента (α), %	Жиров а компонента (Q), кг	Безжир ова компонента (P), кг	Вода, %	Рекомендовані норми вмісту жирової компоненти згідно віку та маси тіла	
									Жирова компонента, %	Жирова компонент а, кг
1	54	89,5	165	32,9	45,7	40,9	48,6	39,8	23-34	14,5-25,1
2	30	78,8	165	28,9	41,8	32,9	45,9	42,6	21-33	12,2-22,6
3	34	104,6	162	39,9	42,5	44,4	60,2	42,1	21-33	16,0-29,6
4	38	86,8	160	33,9	46	40	46,9	39,5	21-33	12,5-23,1
5	69	99,2	164	36,9	48,7	48,3	50,9	37,5	24-36	16, 1-28, 6
6	55	89,4	164	33,2	46,7	41,8	47,6	39,1	23-34	14, 2-24, 5
7	44	61,8	155	25,7	34,7	23,1	38,7	45,8	23-34	11, 6-19, 9
8	65	117,1	170	40,5	45,6	53,5	63,7	39,8	24-36	20, 1-35,8
9	30	70	155	29,1	31,7	22,2	47,8	50,0	21-33	12, 7-23, 5

Загальноприйнятим вважається, що оптимальний вміст жирової тканини в жіночому організмі, який забезпечує нормальне функціонування органів і систем, перебуває у межах 21–32 % [133].

Вміст води в організмі людини змінюється залежно від віку, статі, відсоткового вмісту жирової тканини, м'язової маси та рівня гідратації. Вода є необхідним компонентом для забезпечення всіх фізіологічних функцій організму, зокрема бере участь у терморегуляції, процесах виведення продуктів обміну та токсичних речовин, а також у транспорті поживних речовин, кисню та інших біологічно активних компонентів до клітин. Для жіночого організму нормативний вміст води становить 45–50 % [186].

У досліджуваній групі жінок середня маса води в організмі становила 36,62 кг, що в середньому відповідало 41,8 % від загальної маси тіла (табл. 3.1).

Отримані показники свідчать про доцільність урахування стану водного балансу під час формування рекомендацій до застосування засобів ФТ та фітнесу. З огляду на необхідність уникнення надмірних суглобових навантажень, раціональним є використання комплексу вправ, орієнтованих на м'яку активацію м'язових груп і руховий контроль. Такий підхід, у поєднанні з дотриманням адекватного питного режиму, створює умови для підтримання показників гідратації в межах фізіологічної норми та сприяє підвищенню ефективності фізичних навантажень, що у подальшому забезпечить можливість об'єктивного відстеження змін у показниках компонентного складу тіла, а також динаміки ІМТ [22].

Під час аналізу отриманих показників компонентного складу нижніх кінцівок у досліджених жінок було встановлено, що в середньому 46 % від загальної маси нижніх кінцівок становила жирова компонента. Таким чином, фактична маса нижньої кінцівки була в середньому на 85,19 % більшою за її передбачувану масу, розраховану за умов нормального співвідношення жирової та безжирової компонент ($46 / (100 - 46) \times 100 \%$). Слід зазначити, що біоімпедансний аналізатор компонентного складу тіла визначав передбачувану масу кінцівки (у кг) з урахуванням зросту та очікуваної маси тіла досліджуваних жінок, яка відповідала би оптимальним показникам. Вказані розрахункові значення для правої та лівої нижніх кінцівок наведено в таблиці 3.2.

Важливим показником у межах даного дослідження є показник асиметрії нижніх кінцівок [135]. Загальноприйнятим вважається, що його нормативне значення не перевищує 2,5 %. Двосторонні рухи є типовими для більшості видів рухової активності людини та регулярно повторюються як під час виконання фізичних вправ, так і в процесі повсякденної діяльності. У зв'язку з подібністю рухових шаблонів часто припускається відсутність двосторонніх відмінностей у довжині кінцівок і функціонуванні ключових суглобів, котрі забезпечують ці рухи. Водночас, такий підхід нерідко ігнорує наявну анатомічну та функціональну

асиметрію людського тіла, яка може мати суттєве значення для оцінки біомеханічних умов навантаження та формування компенсаторних механізмів руху.

Таблиця 3.2 – Показники компонентного складу нижніх кінцівок у досліджуваних жінок [22]

№	Права нижня кінцівка					Ліва нижня кінцівка					Асиметрія кінцівок, %
	Відносний вміст жиру, %	Абсолютний вміст жиру (q _{RL}), кг	Безжирова маса (p _{RL}), кг	Фактична маса, кг	Передбачувана м'язова маса, кг	Відносний вміст жиру, %	Абсолютний вміст жиру (q _{RL}), кг	Безжирова маса (p _{RL}), кг	Фактична маса, кг	Передбачувана м'язова маса, кг	
1	49	7,5	7,8	15,3	7,4	48,3	7,4	7,9	15,3	7,5	1,3
2	41,8	5,8	8,1	13,9	7,7	41,7	5,7	8	13,7	7,6	1,2
3	46,8	9,3	10,5	19,8	9,9	47,2	9,1	10,2	19,3	9,6	2,8
4	48,2	7,3	7,8	15,1	7,4	47,8	7,2	7,9	15,1	7,4	1,3
5	57,8	9	8,4	17,4	7,9	51,1	8,9	8,5	17,4	8,1	1,2
6	47,4	7,5	8,3	15,8	7,8	47,1	7,4	8,3	15,7	7,8	0
7	41	4,6	6,6	11,2	6,3	41	4,6	6,6	11,2	6,2	0
8	50,2	11,1	11	22,1	10,4	50,4	11	10,8	21,8	10,2	2,7
9	37,6	5	8,2	13,2	7,7	38,1	4,9	8	12,9	7,5	2,4

У процесі дослідження було визначено відсоткове значення асиметрії нижніх кінцівок з метою кількісної оцінки різниці у величинах навантажень, зумовлених власною вагою елементів нижньої частини тіла у досліджуваній групі жінок. Показник асиметрії (А) обчислювали за наведеною формулою [171]:

$$A = (|L - R| / \max[L, R]) \times 100\%, \quad (3.1)$$

де: L та R – це відповідно значення ваги лівої та правої нижніх кінцівок.

У результаті проведеного аналізу встановлено, що серед 9 жінок досліджуваної групи у 2 осіб асиметрії нижніх кінцівок не виявлено, у 4 осіб показник асиметрії перебував у межах нормативних значень, тоді як у 3 осіб він перевищував прийнятну норму (табл. 3.2).

Під час аналізу показників верхньої частини тіла встановлено наявність асиметрії маси верхніх кінцівок у досліджуваній групі (табл. 3.3). Також було отримано дані, на підставі яких визначено наближені значення маси верхньої частини тіла, що передається на нижні відділи ОРА.

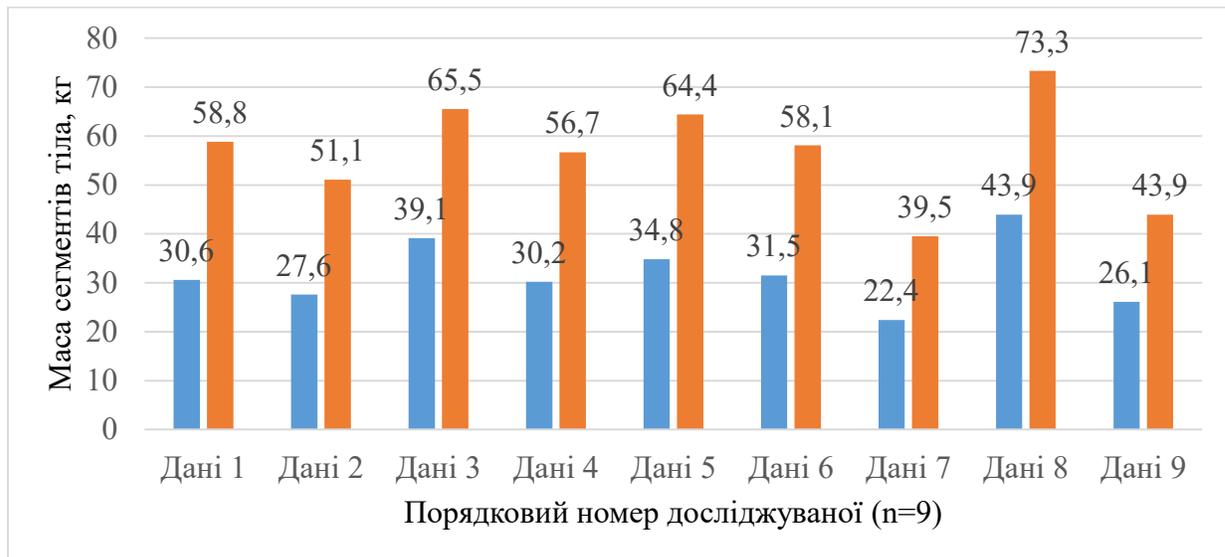
За результатами проведених розрахунків побудовано діаграму, яка наочно відображає співвідношення маси нижніх кінцівок і маси верхньої частини тіла (рис. 3.2).

Таблиця 3.3 – Показники компонентного складу верхніх кінцівок та тулуба у досліджуваних жінок [22]

Права верхня кінцівка				Ліва нижня кінцівка				Тулуб			
Відносний вміст жиру, %	Абсолютний вміст жиру (q_{RH}), кг	Безжирова маса (p_{RH}), кг	Передбачувана м'язова маса, кг	Відносний вміст жиру, %	Абсолютний вміст жиру (q_{RH}), кг	Безжирова маса (p_{RH}), кг	Передбачувана м'язова маса, кг	Відносний вміст жиру, %	Абсолютний вміст жиру (q_{RH}), кг	Безжирова маса (p_{RH}), кг	Передбачувана м'язова маса, кг
46,4	2,2	2,5	2,4	46,4	2,4	2,7	2,5	43,7	21,4	27,6	26,4
43,9	1,7	2,2	2	44,1	1,8	2,3	2,2	41,3	17,8	25,3	24,1
51,2	3,3	3,2	2,9	52,5	3,6	3,3	3,1	36,6	19,1	33	31,5
48,2	2,2	2,4	2,2	48,5	2,4	2,6	2,4	44,3	20,9	26,2	25,1
51,3	2,8	2,7	2,5	51,6	3,1	2,9	2,7	46,3	24,5	28,4	27,2
48	2,2	2,4	2,3	49	2,5	2,6	2,4	46,1	22,3	26,1	25
39,5	1,2	1,8	1,7	39,1	1,2	1,9	1,7	34,6	11,6	21,8	20,9
53	3,8	3,3	3,1	53,4	4,2	3,6	3,4	40,3	23,5	34,9	33,3
37,2	1,4	2,3	2,2	37,5	1,4	2,4	2,2	26,2	9,5	26,9	25,7

Аналіз отриманих результатів засвідчив, що у досліджуваних жінок співвідношення жирової та м'язової компонент маси тіла не відповідає оптимальним показникам, при цьому м'язова складова є недостатньо розвиненою (рис. 3.2). За таких умов ідеться про наявність ознак так званого «прихованого» ожиріння або про недостатній рівень тренуваності м'язової системи [52].

Отримані результати доцільно використовувати як вихідні дані для формування практичних рекомендацій з використання засобів ФТ та фітнесу у жінок з ожирінням та гоналгіями.



Примітка 1. ■ – Вага нижніх кінцівок, кг.

Примітка 2. ■ – Вага верхньої частини тіла, кг.

Рисунок 3.2 – Діаграма співвідношення маси нижніх кінцівок та маси верхньої частини тіла (кг) [22]

Слід зазначити, що результати проведеного аналізу клінічних показників та функціонального стану створюють можливість для визначення відсоткового значення перенавантаження КС (λ) у жінок, що брали участь у дослідженні. Фактичне перевантаження (у кг), може бути визначене, як сума (Q) жирової маси нижньої кінцівки (тут необхідно приймати до розрахунку повну жирову масу, оскільки достеменно не відомо, яка частка жиру відкладається вище і нижче колінних суглобів) та жирових мас верхньої кінцівки й тулуба.

Для отримання відсоткового показника перевантаження КС, отримане значення перевантаження (Q) у кг повинне бути віднесене до суми безжирової маси (P) нижніх та верхніх кінцівок й тулуба. При цьому приймалось припущення, що

вага ніг нижче колін не суттєво впливає на їх перевантаження. Таким чином, показник λ може бути визначений за наступною формулою [22]:

$$\lambda = (Q/P) \times 100\%. \quad (3.2)$$

У наведеній формулі показники Q та P відповідають значенням маси жирової тканини та безжирової маси тіла досліджуваної особи.

Якщо розглядати навантаження на правий і лівий КС диференційовано, відповідні показники для лівої та правої половин тіла відрізнятимуться й становитимуть відповідно Q_L і P_L (для лівої частини тіла) та Q_R і P_R (для правої частини тіла):

$$Q_L = q_{LL} + q_{LH} + \frac{1}{2} \cdot q_T, \quad (3.3)$$

$$P_L = p_{LL} + p_{LH} + \frac{1}{2} \cdot p_T, \quad (3.4)$$

$$Q_R = q_{RL} + q_{RH} + \frac{1}{2} \cdot q_T, \quad (3.5)$$

$$P_R = p_{RL} + p_{RH} + \frac{1}{2} \cdot p_T, \quad (3.6)$$

де: q_{LL} та p_{LL} – це відповідно вага жиру та кістково-м'язевої маси лівої ноги (аббревіатура індексу «LL» – від англ. «Left Leg»); q_{LH} та p_{LH} – це відповідно вага жиру та кістково-м'язевої маси лівої руки (аббревіатура індексу «LH» – від англ. «Left Hand»); q_{RL} та p_{RL} – це відповідно вага жиру та кістково-м'язевої маси правої ноги (аббревіатура індексу «RL» – від англ. «Right Leg»); q_{RH} та p_{RH} – це відповідно вага жиру та кістково-м'язевої маси правої руки (аббревіатура індексу «RH» – від англ. «Right Hand»); q_T та p_T – це відповідно вага жиру та кістково-м'язевої маси тулуба (аббревіатура індексу «T» – від англ. «Trunk») [22].

З урахуванням формул (3.3) – (3.6) тотожність (3.2) доцільно подати у вигляді двох окремих співвідношень для лівої та правої частини тіла, що, відповідно, дає змогу визначити відсоткові значення перевантажень для лівого та правого КС (λ_L та λ_R):

$$\lambda_L = (Q_L/P_L) \times 100\%, \quad (3.7)$$

$$\lambda_R = (Q_R/P_R) \times 100\%. \quad (3.8)$$

Для повноти викладу доцільно також зазначити, що мають виконуватися такі дві рівності:

$$Q = Q_L + Q_R, \quad (3.9)$$

$$P = P_L + P_R. \quad (3.10)$$

З метою формування більш чіткого уявлення про наслідки надмірної маси тіла та ожиріння у жінок на функціонування КС доцільно побудувати діаграму залежності відсоткового показника перенавантаження КС λ від відсоткового значення надмірної ваги α (табл. 3.1).

Для цього попередньо виокремимо значення показників α та λ для всіх досліджуваних жінок у таблицю 3.4, упорядкувавши вихідні дані за зростанням показника α . Показник α визначається за наступною формулою [22]:

$$\alpha = (Q/[Q + P]) \times 100\%. \quad (3.11)$$

Таблиця 3.4 – Вміст жирової компоненти (α) та перенавантаження КС (λ) [22]

№	Початкові порядкові номери, присвоєні досліджуваним жінкам до ранжування їх параметрів за зростанням параметру α	Відносний вміст жиру у всьому тілі (α), %	Перенавантаження колінних суглобів (λ), %	Абсолютний вміст жиру у всьому тілі (Q), кг	Безжирова компонента (P), кг
1	9	31,71429	46,44351	22,2	47,8
2	7	37,37864	59,68992	23,1	38,7
3	2	41,75127	71,67756	32,9	45,9
4	3	42,44742	73,75415	44,4	60,2
5	8	45,64846	83,98744	53,5	63,7
6	1	45,69832	84,15638	40,9	48,6
7	4	46,02992	85,28785	40	46,9
8	6	46,75615	87,81513	41,8	47,6
9	5	48,68952	94,89194	48,3	50,9

Відповідну діаграму наведено на рисунку 3.3. Аналіз отриманих даних свідчить про нелінійний характер залежності між показниками α та λ . Це означає, що зі зростанням ІМТ (зумовленим збільшенням жирової маси тіла) перевантаження КС починає зростати нелінійно. Виявлена тенденція є несприятливою з позицій збереження здоров'я жінок з ожирінням, оскільки за умов нелінійної залежності підвищення навантаження на КС може відбуватися прискорено та супроводжуватися загостренням гоналгій, на відміну від ситуації з лінійним, пропорційним характером зростання навантажень.

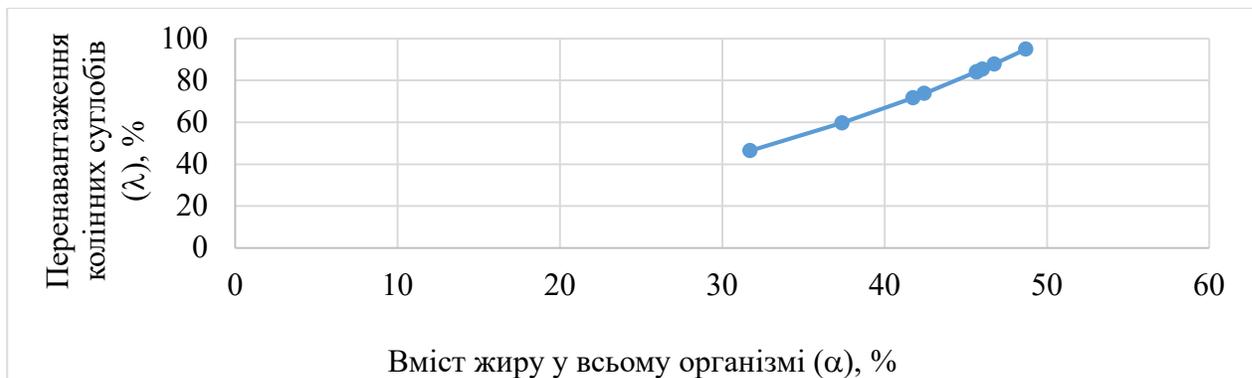


Рисунок 3.3 – Діаграма залежності між показниками α та λ [22]

Проведений аналіз антропометричної організації тіла досліджених жінок засвідчив наявність підвищених ризиків нелінійного зростання перевантаження КС у разі подальшого збільшення відсоткової частки жирової тканини в організмі.

Звернемо увагу, що у функціональних залежностях (3.2) та (3.11) показники Q та P є спільними параметрами варіювання. Окрім того, кількість параметрів варіювання у цих функціях однакова і дорівнює двом. Вилучимо з рівнянь (3.2) та (3.11) показники Q та P , а потім зв'яжемо між собою параметри λ та α , застосувавши елементи теорії параметризації [40]. Для цього виконаємо наступну послідовність операцій.

З рівняння (3.2) виділимо показник P :

$$P = (Q/\lambda) \times 100 \%,$$

та підставимо одержаний вираз до тотожності (3.11):

$$\alpha = \{ Q/[Q + (Q/\lambda) \times 100 \%] \} \times 100 \%.$$

Скоротивши у даній формули параметр Q у чисельнику та знаменнику отримаємо залежність $\alpha = f(\lambda)$:

$$\alpha = \frac{100 \%}{1 + (1/\lambda) \times 100 \%}, \text{ або:}$$

$$\alpha = f(\lambda) = (\lambda \times 100 \%) / (\lambda + 100 \%). \quad (3.12)$$

Здійснивши ряд перетворень, можемо отримати зворотну залежність $\lambda = f(\alpha)$ [22]:

$$\lambda = f(\alpha) = (\alpha \times 100 \%) / (100 \% - \alpha). \quad (3.13)$$

Функціональні залежності (3.12) та (3.13) дозволяють без зайвих експериментальних даних та значної кількості вимірювань проаналізувати міру перенавантаження КС λ у жінок з ожирінням, враховуючи лише відсоток жирової тканини α у їхньому тілі (незалежно від загальної маси тіла) і навпаки [20].

На жаль, дані функції не дають можливості прослідкувати, яким саме чином вік та стан організму досліджуваних осіб впливає на перебіг розвитку гоналгій внаслідок перенавантаження колінних суглобів. Справа в тому, що в залежності від вікових особливостей та менструального циклу, у організмі досліджуваних жінок може міститися різний обсяг жирових тканин, відсотковий вміст яких α_0 вважається нормальним, а значить таким, що не призводить до перевантаження КС. Для того, щоб врахувати нормальний відсотковий вміст жирових тканин α_0 у складі тіла досліджуваних жінок, слід спершу проаналізувати специфіку функції (3.13). Для цього скористаємося інструментами математичного аналізу [9]. Зокрема, перевіримо дану функцію на наявність асимптот. Справа в тому, що графік функції $\lambda = f(\alpha)$ при змінній прямує до деякого значення $\alpha \rightarrow \alpha_{\text{asym}}$. (від англійської: «asymptotic value» – асимптотичне значення), матиме вертикальну асимптоту:

$$\alpha = \alpha_{\text{asym.}}, \quad (3.14)$$

якщо:

$$\lim_{\alpha \rightarrow \alpha_{\text{asym.}}} f(\alpha) = \pm\infty. \quad (3.15)$$

В той же час графік функції $\lambda = f(\alpha)$ матиме горизонтальну асимптоту:

$$\lambda = \lambda_{\text{asym.}}, \quad (3.16)$$

тільки в тому випадку, коли існує скінченна границя цієї функції рівна $\lambda_{\text{asym.}}$ при змінній α прямує до нескінченності $\alpha \rightarrow \pm\infty$:

$$\lim_{\alpha \rightarrow \pm\infty} f(\alpha) = \lambda_{\text{asym.}}. \quad (3.17)$$

Продемонструємо, що функція (3.13) має і вертикальну і горизонтальну асимптоти. Однією з особливостей (ознакою наявності асимптот), яку слід перевіряти – є знаменник дробових функцій. В нашому випадку маємо наступну умову на вертикальну асимптоту:

$$100 \% - \alpha \neq 0. \quad (3.18)$$

З рівності (3.18) стає очевидним, що рівняння вертикальної асимптоти:

$$\alpha = \alpha_{\text{asym.}} = 100 \%, \quad (3.18)$$

що цілком логічно, виходячи з факту неможливості досягнення організмом 100-відсоткового вмісту жирових тканин [20].

Горизонтальну асимптоту знайдемо за формулою (3.17):

$$\lim_{\alpha \rightarrow \pm\infty} f(\alpha) = \lim_{\alpha \rightarrow \pm\infty} \frac{\alpha \times 100 \%}{100 \% - \alpha} = \lim_{\alpha \rightarrow \pm\infty} \frac{\alpha \times 100 \% / \alpha}{100 \% / \alpha - \alpha / \alpha} = \lim_{\alpha \rightarrow \pm\infty} \frac{100 \%}{0 - 1} = -100 \% = \lambda_{\text{asym.}}. \quad (3.19)$$

Це свідчить про те, що рівняння горизонтальної асимптоти матиме вид:

$$\lambda = \lambda_{\text{asym.}} = -100 \%. \quad (3.20)$$

Асимптота (3.20) не матиме фізичного змісту для нашої задачі, оскільки значення відсотку перевантаження КС не може бути меншим за 0 %. Окрім того,

очевидним є те, що функція (3.13) і, як наслідок, функція (3.12) є гіперболічними й мають дві перпендикулярні асимптоти. Це, окрім іншого, означає, що існуватиме по дві гілки цих гіпербол. Однак, фізичний зміст мають лише ті частини гілок гіпербол, які знаходитимуться у I-му квадранті координатних площин $\alpha O \lambda$ та $\lambda O \alpha$ для функцій $\lambda = f(\alpha)$ та $\alpha = f(\lambda)$ відповідно.

Тепер, маючи функцію $\lambda = f(\alpha)$, можемо модифікувати її таким чином, щоб вона враховувала вікові особливості та менструальний цикл досліджуваних жінок, зважаючи на те, що у організмі досліджуваних жінок може міститися деякий нормальний відсоток жирових тканин α_0 [20]. Піддамо функцію (3.13) відповідній модифікації. Для цього проаналізуємо положення асимптот на координатній площині $\alpha O \lambda$ (рис. 3.4). Графік функції $\lambda = f(\alpha)$ проходить через початок координат (що очевидно, так як при $\alpha = 0$ маємо $\lambda = 0$). Натомість, вимагається здійснити таку модифікацію цієї функції, щоб її графік проходив через точку із координатами $\alpha = \alpha_0$ та $\lambda = 0$. Найпростіше цього можна досягти шляхом зміщення графіка даної функції вниз до перетину графіку з віссю $O\alpha$, або шляхом зсування (поступального руху) уже існуючої точки перетину графіку цієї функції (тобто точки з координатами $\alpha = 0$ та $\lambda = 0$ разом із самим графіком) вправо у напрямку зростання значень аргумента α (уздовж осі $O\alpha$).

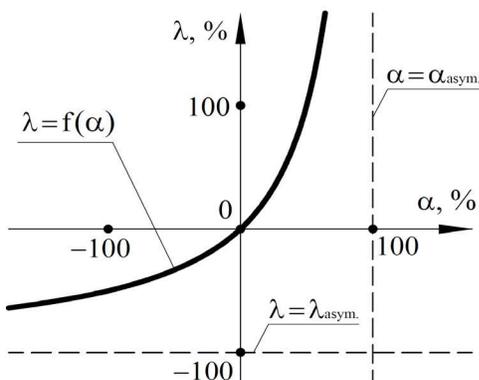


Рисунок 3.4 – Графік функції (3.13) із асимптотами [20]

Наприклад, щоб графік деякої умовної функції $y=f(x)$ змістити вправо/вліво на величину Δx (уздовж осі Ox) необхідно до аргументів функції додати/відняти відповідне значення Δx : $y = f(x \pm \Delta x)$ (якщо $\Delta x < 0$ – графік зміститься вправо, а якщо $\Delta x > 0$ – графік зміститься вліво), а щоб змістити цей же графік ввверх/вниз на величину Δy (уздовж осі Oy) необхідно до ординат функції додати/відняти відповідне значення Δy : $y \pm \Delta y = f(x)$ (якщо $\Delta y < 0$ – графік зміститься ввверх, а якщо $\Delta y > 0$ – графік зміститься вниз); на рисунку 3.5 наочно показана візуалізація даного принципу [20].

Очевидно, що рух графіка функції $\lambda = f(\alpha)$ вправо недопустимий, оскільки асимптотичне значення $\alpha_{\text{asym.}} = 100\%$ не може бути збільшеним через неможливість досягнення й тим більше перевищення 100-відсоткового значення вмісту жиркових тканин у організмі [20].

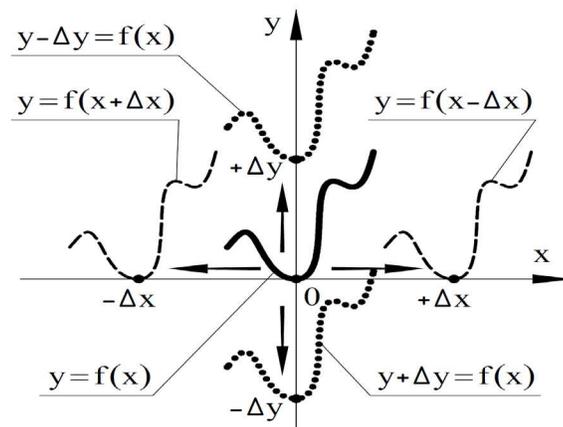


Рисунок 3.5 – Ілюстрація принципів зміщення графіків при модифікації їх функцій [20]

Натомість зміщення графіка даної функції вниз не призведе до порушення умови недосяжності $\alpha_{\text{asym.}} = 100\%$. А зміщення горизонтальної асимптоти

$\lambda = -100\%$ разом із графіком функції $\lambda = f(\alpha)$ не суперечитиме жодним фізичним аксіоматичним даним про людський організм. Рівняння нової горизонтальної асимптоти набуде наступного виду:

$$\lambda = \lambda_{\text{asym.}} - \lambda_0 = -(100 \% + \lambda_0). \quad (3.21)$$

Для того, щоб виконати відповідний рух графіку функції вниз, потрібно розуміти, на яку величину зміщення λ_0 вниз по вертикалі (уздовж координатної осі $O\lambda$) має переміститися відповідний графік. Якщо відповідне значення λ_0 відоме, функція зміщеного вниз по вертикалі графіку матиме вид:

$$\lambda + \lambda_0 = f(\alpha),$$

звідки отримаємо:

$$\lambda = f(\alpha) - \lambda_0 = (\alpha \times 100 \%)/(100 \% - \alpha) - \lambda_0. \quad (3.22)$$

Очевидно, що якщо метою зміщення графіку вниз є його перетин із горизонтальною віссю координат $O\alpha$, то у точці зі значенням абсцис α_0 функція λ матиме нульовий показник. Таким чином, має виконуватися умова:

$$\lambda = (\alpha_0 \times 100 \%)/(100 \% - \alpha_0) - \lambda_0 = 0, \quad (3.23)$$

звідки отримаємо:

$$\lambda_0 = (\alpha_0 \times 100 \%)/(100 \% - \alpha_0). \quad (3.24)$$

Підставляючи цю величину до функції (3.22), отримаємо:

$$\lambda = \frac{\alpha \times 100 \%}{100 \% - \alpha} - \frac{\alpha_0 \times 100 \%}{100 \% - \alpha_0}.$$

Після приведення правої частини цієї рівності до спільного знаменника та спрощення відповідного виразу, матимемо наступну функцію:

$$\lambda = \frac{(\alpha - \alpha_0)}{(100 \% - \alpha) \cdot (100 \% - \alpha_0)} \times 10^4 \%. \quad (3.25)$$

Однак, зважаючи на суто математичну природу одержання функції (3.25), вона є лише гіпотезою на даному етапі та потребує доведення [20].

Для доведення гіпотези (3.25) повернемося до самого початку й проаналізуємо, як зміниться формула (3.11) для визначення показника перенавантаження КС λ якщо від ваги жирової тканини Q відняти деяку нормальну вагу жирової тканини q , наявність якої не спричинятиме перевантаження, доки її обсяг не буде перевищено. Формула (3.11) набуде наступного виду:

$$\lambda = [(Q - q) / P] \times 100 \% . \quad (3.26)$$

При цьому, формула (3.11) для визначення відсоткового показника надмірної ваги α у тілі залишиться незмінною.

В той же час, наявність величини нормальної ваги жирової тканини q дасть змогу по аналогії до формули (3.11) обчислити значення нормального відсотку жирових тканин α_0 у тілі за формулою:

$$\alpha_0 = (q / [q + P]) \times 100 \% . \quad (3.27)$$

Виражаючи з формули (3.27) величину q через показник α_0 та значення кістково-м'язевої маси тіла P , одержимо:

$$q = \alpha_0 \cdot P / (100 \% - \alpha_0) . \quad (3.28)$$

З формули (3.26) виразимо значення P :

$$P = [(Q - q) / \lambda] \times 100 \% , \quad (3.29)$$

та підставимо до (3.11). Одержимо:

$$\alpha = \frac{Q}{Q + [(Q - q) / \lambda] \times 100 \%} \times 100 \% .$$

Останній вираз після спрощення набуде наступного вигляду:

$$\alpha = \frac{\lambda \cdot Q}{\lambda \cdot Q + (Q - q) \times 100 \%} \times 100 \% . \quad (3.30)$$

Підставимо значення P з формули (29) до тотожності (28):

$$q = \frac{\alpha_0 \cdot (Q - q)}{\lambda \cdot (100 \% - \alpha_0)} \times 100 \% .$$

Виразивши з цього виразу значення q та здійснивши ряд спрощень, отримаємо наступну формулу:

$$q = \frac{\alpha_0 \cdot Q}{\lambda \cdot (100 \% - \alpha_0) + \alpha_0 \times 100 \%} \times 100 \% . \quad (3.31)$$

Підставивши значення q з формули (3.31) до (3.30) одержимо вираз:

$$\alpha = \frac{\lambda \cdot Q}{\lambda \cdot Q + \left[Q - \frac{\alpha_0 \cdot Q}{\lambda \cdot (100 \% - \alpha_0) + \alpha_0 \times 100 \%} \times 100 \% \right] \times 100 \%} \times 100 \% ,$$

який після скорочення параметру Q матиме наступний вид:

$$\alpha = \frac{\lambda}{\lambda + \left[1 - \frac{\alpha_0}{\lambda \cdot (100 \% - \alpha_0) + \alpha_0 \times 100 \%} \times 100 \% \right] \times 100 \%} \times 100 \% ,$$

або, після ряду додаткових спрощень:

$$\alpha = \frac{\lambda \cdot (100 \% - \alpha_0) + \alpha_0 \times 100 \%}{\lambda \cdot (100 \% - \alpha_0) + 10^4 \%} \times 100 \% . \quad (3.32)$$

Якщо виключити з цієї тотожності параметр α_0 , то у спрощеній формі, беручи до уваги формулу (3.12), вона може бути записана наступним чином:

$$\alpha = f(\lambda + \lambda_0) = \frac{(\lambda + \lambda_0) \times 100 \%}{(\lambda + \lambda_0) + 100 \%} ,$$

де значення λ_0 визначається формулою (3.24). Найбільше практичний інтерес представляє запис даного рівняння саме у формі (3.32), так як він не вимагає додаткового визначення параметра λ_0 [20].

Виражаючи з тотожності (3.32) відсотковими показниками перевантаження колінних суглобів λ , одержимо наступний вираз:

$$\lambda = f(\alpha) - \lambda_0 = \frac{(\alpha - \alpha_0)}{(100 \% - \alpha) \cdot (100 \% - \alpha_0)} \times 10^4 \% . \quad (3.33)$$

Вираз (3.33) повністю тотожний виразу (3.25), що підтверджує прийняту гіпотезу. Отже, формула (3.33) демонструє об'єктивну математичну залежність

відсоткового показника перевантаження КС λ від відсоткового показника надмірної ваги α (тобто $\lambda = f(\alpha)$) та передбачає можливість наявності деякого нормального відсотку жирових тканин α_0 у організмі досліджуваних жінок, який, у свою чергу, може варіюватися, враховуючи їхні вікові особливості та менструальні цикли.

Натомість вираз (3.32) встановлює зворотню залежність параметра α від λ (тобто $\alpha = f(\lambda)$), уможливлуючи також і врахування наявності нормального відсотку жирових тканин α_0 .

Схематично представлені графіки функцій (3.32) та (3.33) представлені на рисунках 3.6 та 3.7 відповідно. Окрім іншого, на цих рисунках проілюстровано принципи модифікації, обумовлені вищенаведеними міркуваннями щодо зміщення початкових графіків відповідних функцій.

Однак, і ця формула, хоч і точніша, ніж початкова (3.13), проте також має недолік практичного характеру, так як є незастосовною по відношенню до жінок, організм яких містить нижчий відсоток жирових тканин α ніж нормальне значення цього показника α_0 , тобто вміст жирових тканин їхнього тіла α є меншим за α_0 :

$$\alpha < \alpha_0,$$

адже в такому випадку відсотковий показниками перевантаження КС λ прийматиме від'ємні значення, що не має фізичного сенсу.

Для того, щоб залежність λ від α була об'єктивною на інтервалі значень аргументу (α) від 0% до 100%, необхідно модифікувати тотожність (3.33) таким чином, аби функціональна залежність $\lambda = f(\alpha)$ мала наступну форму:

$$\lambda = \begin{cases} \frac{(\alpha - \alpha_0)}{(100\% - \alpha) \cdot (100\% - \alpha_0)} \times 10^4 \% & \Rightarrow \alpha_0 \leq \alpha < 100\% \\ 0 & \Rightarrow 0\% \leq \alpha < \alpha_0 \end{cases}, \quad (3.34)$$

але при умові, що відповідна функціональна залежність буде неперервно визначуваною на усьому інтервалі визначення функції λ та її аргументів α . У формулі (34) й надалі ми позначатимемо символом « \Rightarrow » логічний оператор «якщо».

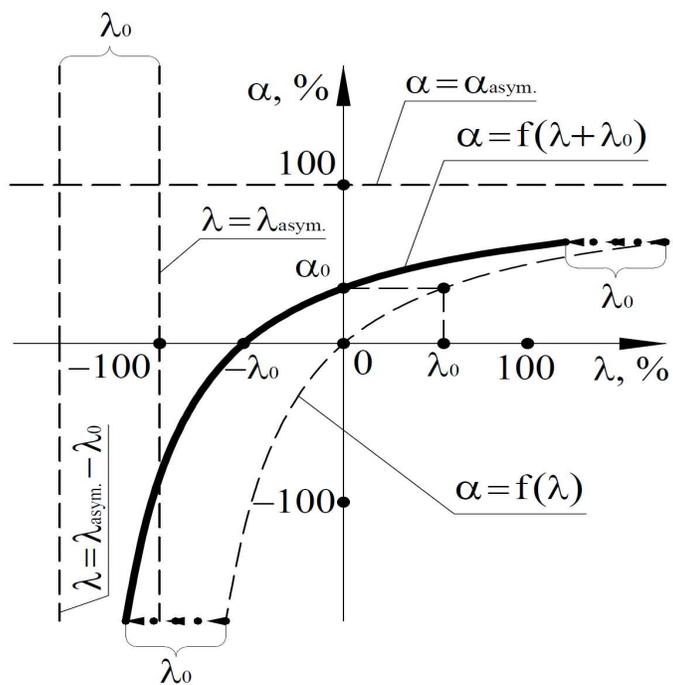


Рисунок 3.6 – Графік функції (3.32) із асимптотами [20]

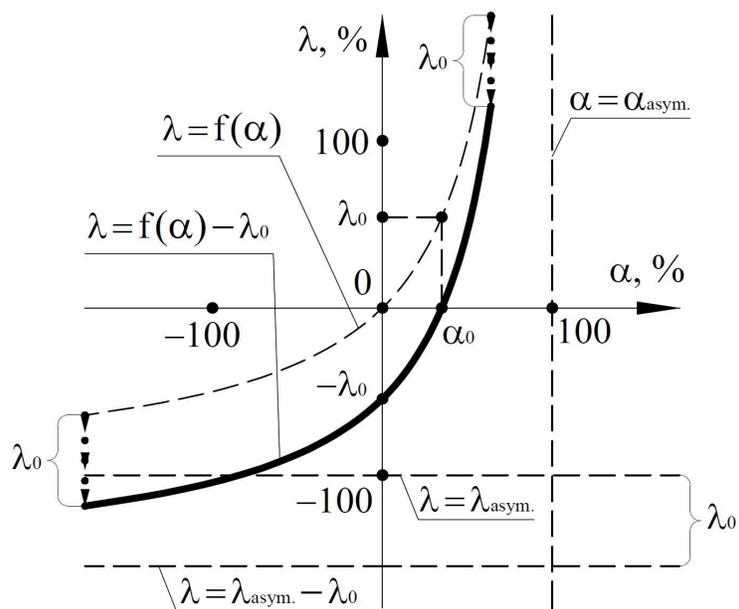


Рисунок 3.7 – Графік функції (3.33) із асимптотами [20]

Для вирішення даної задачі звернемося до так званих функцій активації, що використовуються при створенні та програмуванні штучних нейронних мереж [132] й закрома при моделюванні роботи штучних персептронів [176]. У штучних нейромережах функції активації, що представлені у подальших формулах як $\varphi(\alpha)$, визначають вихідний сигнал нейрона в залежності від індукованого локального поля α , значення якого ми в даній роботі прийматимемо еквівалентним значенню аргументу α (тобто відсоткового вмісту жиривих тканин тіла) функції $\lambda = f(\alpha)$. У класичній теорії штучних нейронних мереж існує три основні типи функцій активації $\varphi(\alpha)$:

1) функція одиничного стрибка (threshold function), або порогова функція, що у технічній літературі більш відома, як функція Хевісайда (рис. 3.8):

$$\varphi(\alpha) = \begin{cases} 1 & \Rightarrow \alpha \geq 0\%, \\ 0 & \Rightarrow \alpha < 0\%; \end{cases} \quad (3.35)$$

2) кусково-лінійна функція (piecewise-linear function) має наступну форму запису (рис. 3.9):

$$\varphi(\alpha) = \begin{cases} 1 & \Rightarrow \alpha \geq +1/2\%, \\ |\alpha| & \Rightarrow -1/2\% < \alpha < +1/2\%, \\ 0 & \Rightarrow \alpha \leq -1/2\%; \end{cases} \quad (3.36)$$

3) Сігмоїдальна, S-подібна функція (sigmoid function), що найбільш розповсюдженою та швидко зростаючою функцією, яка підтримує баланс між лінійним і нелінійним характером. Практичним прикладом сігмоїдальної функції може слугувати логістична функція (logistic function), що має такий вид (рис. 3.10):

$$\varphi(\alpha) = \frac{1}{1 + \exp(-\alpha \cdot \eta)} = \frac{1}{1 + e^{-\eta\alpha}}, \quad (3.37)$$

де $e \approx 2.7182$ – основа натурального логарифму; η – невід’ємний коефіцієнт (як правило $\eta \gg 1$) зі зростанням якого характер переходу графіка функції через вісь ординат (в нашому, це вісь $O\lambda$) стає більш різким, наближаючись за виглядом до графіка функції (3.35).

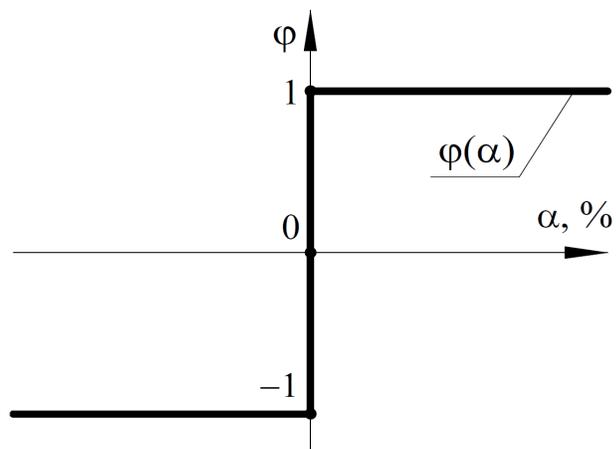


Рисунок 3.8 – Графік функцій активації (3.35) [20]

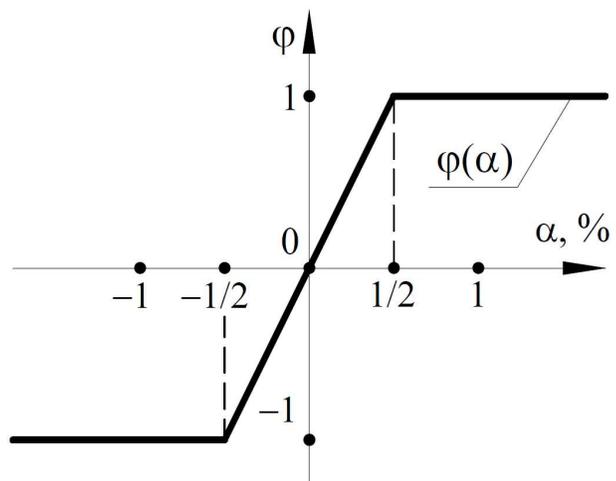


Рисунок 3.9 – Графік функцій активації (3.36) [20]

Одна із цих функцій може бути використана для модифікації тотожності (3.33) шляхом перемноження їх правих частин. Це дозволить вирівняти значення функції до порогового значення аргументів (які для форм запису (3.35), (3.36) та (3.37) становлять $\alpha = 0$), перетворивши їх на нульові (тобто: $\lambda = 0$), та водночас залишити незмінними значення функції (3.33) після відповідного порогового значення аргументу.

Проаналізуємо релевантність застосування кожної з цих трьох функції активації по відношенню до тотожності (3.33) з метою її модифікації [20]. Функція (3.35) є найбільш застосовною для модифікації, оскільки вона має найбільш різкий характер перепаду значень функції у області порогового значення аргументу α . Однак, їх застосування можливе лише на основі алгоритмічного програмування в середовищі прикладних пакетів чисельної або символічної математики, в той час як відповідні інструменти можуть виявитися занадто складними або інколи навіть недоступними для фахівців у галузі ФТ.

Функція (3.36) є найменш застосовним інструментом для вирішення даної задачі, оскільки, окрім аналогічного до попередньої функції недоліку, має також дві зайві точки перелому при значеннях аргументу α рівних $-1/2$ та $+1/2$.

Натомість функція (3.37) є неперервною та не вимагає застосування жодних додаткових програм або інструментів для її застосування, а тому є найбільш привабливою та логічною з точки зору її використання для модифікації тотожності (3.33). Однак, і сама функція (3.37) вимагає доповнення (як це, наприклад, було зроблено у [43]) перш ніж її можна буде використовувати для вищезначеної мети, оскільки її порогове значення аргументу має співпадати зі значенням нормального відсоткового вмісту жирних тканин α_0 у тілі досліджуваних жінок. З графічної точки зору таке доповнення повинне спричинити зміщення графіка функції (3.37) вправо по уздовж напрямку зростання координатної осі $O\alpha$ на величину α_0 (рис. 3.11).

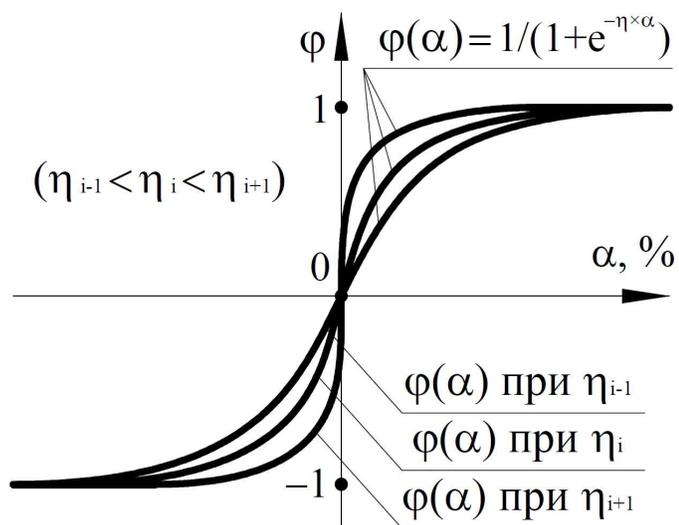


Рисунок 3.10 – Графік функцій активації (3.37) [20]

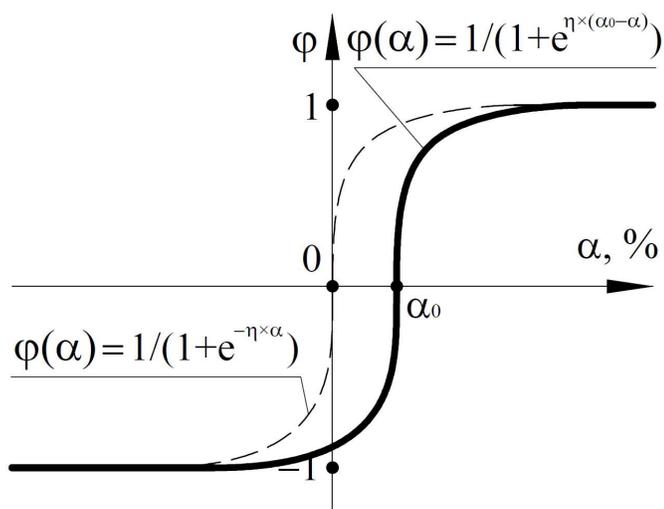


Рисунок 3.11 – Графік функцій активації (3.38) [20]

Функція (3.37) прийме наступну форму:

$$\varphi(\alpha) = \frac{1}{1 + \exp[-\eta \cdot (\alpha - \alpha_0)]} = \frac{1}{1 + \exp[\eta \cdot (\alpha_0 - \alpha)]} = \frac{1}{1 + e^{\eta \cdot (\alpha_0 - \alpha)}}. \quad (3.38)$$

Множення правої частини тотожності (3.33) на функцію активації (3.38) дозволить отримати шукану модифіковану функцію для визначення точної залежності відсоткового показника перевантаження КС λ від відсоткового показника надмірної ваги α (тобто $\lambda = f(\alpha)$):

$$\lambda = [f(\alpha) - \lambda_0] \cdot \varphi(\alpha) = \left\{ \frac{(\alpha - \alpha_0) \times 10^4 \%}{(100 \% - \alpha) \cdot (100 \% - \alpha_0)} \right\} \cdot \left\{ \frac{1}{1 + e^{\eta \cdot (\alpha_0 - \alpha)}} \right\}. \quad (3.39)$$

Умовна візуалізація графіка функції (3.39) представлена на рисунку 3.12.

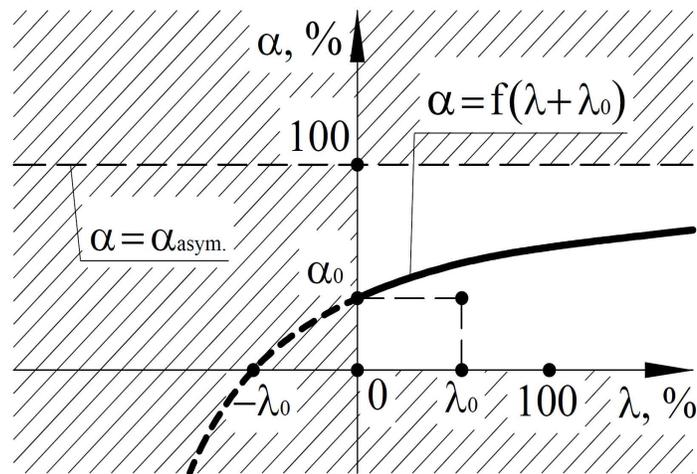


Рисунок 3.12 – Графік функції (3.32) із виділеними областями застосування відповідно до (3.40) [20]

Цікавим є той факт, що тотожність (3.32), яка встановлює зворотну залежність між показниками λ та α (тобто $\alpha = f(\lambda)$) не вимагає жодних модифікацій, оскільки в межах фізично раціональних значень аргументу λ , значення функції α є ціликом логічними та передбачуваними [20].

Це нашо́вхує на думку про те, що потрібно чітко визначити області дії закономірностей, що визначаються функціями (3.39) та (3.32).

Нагадаємо, що обидві функції є гіперболами, які мають по дві взаємно перпендикулярні асимптоти. Це, окрім іншого, означає, що існуватиме по дві гілки цих гіпербол.

Однак, фізичний зміст мають лише ті частини гілок гіпербол, які знаходитимуться у I-му квадранті координатних площин $\alpha O \lambda$ та $\lambda O \alpha$ відповідно. Враховуючи усе вищезазначене, запишемо обмеження на використання результатів розрахунків на основі функцій (3.39) та (3.32) відповідно (тобто для $\lambda = f(\alpha)$ та $\alpha = f(\lambda)$):

$$\begin{cases} 0 \leq \alpha < \alpha_{\text{asym.}}, \text{ (де } \alpha_{\text{asym.}} = 100\%) \\ \lambda > 0. \end{cases} \quad (3.40)$$

Умови (3.40) засвідчують те, що неможливими є а ні від'ємні значення показника α й значень функції $\lambda = f(\alpha)$, а ні досягнення 100 %-го вмісту жирових тканин в організмі.

На рисунках 3.12 та 3.13 заштриховані усі зони, у яких значення функцій (3.39) та (3.32) не мають жодного сенсу, або не можуть існувати; водночас, незаштрихована область виділяє на площині $\lambda O \alpha$ межі застосування відповідних функцій.

На рисунку 3.14 наведено графіки остаточно модифікованої функції залежності $\lambda = [f(\alpha) - \lambda_0] \times \varphi(\alpha)$ (3.39) для жінок, фактичний та очікуваний (рекомендований) вміст жирових тканин яких був проаналізований із застосуванням біоемпедансного аналізу складу тіла у таблицях 3.1, 3.2, 3.3 [22]. Відповідні відсоткові показники масового та відсоткового вмісту жирових тканин у досліджуваних жінок наведено у таблиці 3.5.

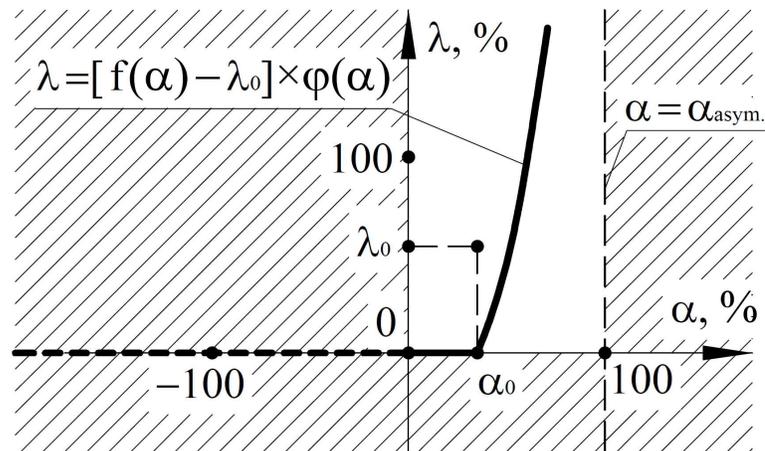


Рисунок 3.13 – Графік функції (3.39) із виділеними областями застосування відповідно до (3.40) [20]

Окрім того, на рисунку 3.14 та у таблиці 3.5 (у аналогічному порядку) неведено розрахункові прогнозовані діапазони показників перевантаження КС λ для досліджуваних жінок при визначених фактичних показниках відсоткового вмісту жирових тканин α . Нижні межі показників перевантаження позначені на рисунку 3.14 індексами «lower», а верхні – індексами «upper». При цьому значення коефіцієнта η у формулах (3.39) було встановлене рівним 10 [20].

Результати розрахунків на основні встановленої функціональної залежності між відсотковим показником перенавантаження КС λ та відсотковим показником надмірної ваги α , представлених у таблиці 3.5 та на рисунку 3.14, вказують на те, що характер цієї залежності суттєво варіюється у жінок різних вікових груп. Зокрема очевидним є те, що для жінок старшого віку графіки відповідних залежностей (функцій λ від α) мають більш різкий характер зростання, ніж для жінок молодшого віку. Це у великій мірі пов'язано із тим, що для молодших жінок рекомендовані норми відсоткового вмісту жирової тканини в організмі є нижчими, ніж для старших жінок [20]. Таким чином, розвиток гоналгій у жінок старшого віку

має тенденцію до більш стрімкого прогресування. Це свідчить про те, що рекомендації щодо ФТ для цієї категорії жінок слід формувати набагато обережніше, зважаючи на необхідність уникнення додаткового перевантаження КС при виконанні вправ та при здійсненні повсякденної рухової активності.

Отримані результати є надзвичайно важливими, оскільки в подальших етапах дослідження вкрай цікавим може стати виконання порівняння визначених показників перевантаження КС із мірою фактичного перевантаження, яке буде отримане при моделювання внутрішніх зусиль у КС для жінок із вибірки, наведеної у таблиці 3.5.

Таблиця 3.5 – Показники компонентного складу тіла досліджуваних жінок [20]

№ п/п	Вік, роки	Зріст, см	Маса тіла ($Q + P$), кг	Безжирова компонента (P), кг	Фактичні значення жирової компоненти		Рекомендовані значення жирової компоненти		Прогнозовані діапазони показників в перевантаження колінних суглобів (λ), %
					Жирова компонента (α),	Жирова компонента (Q), кг	Жирова компонента, %	Жирова компонента, кг	
1	54	165	89.5	48.6	45.7	40.9	23-34	14.5-25.1	32.65-54.29
2	30	165	78.8	45.9	41.8	32.9	21-33	12.2-22.6	22.57-45.24
3	34	162	104.6	60.2	42.5	44.4	21-33	16.0-29.6	24.66-47.33
4	38	160	86.8	46.9	46	40	21-33	12.5-23.1	35.93-58.6
5	69	164	99.2	50.9	48.7	48.3	24-36	16.1-28.6	38.68-63.35
6	55	164	89.4	47.6	46.7	41.8	23-34	14.2-24.5	36.1-57.75
7	44	155	61.8	38.7	34.7	23.1	23-34	11.6-19.9	1.62-23.27
8	65	170	117.1	63.7	45.6	53.5	24-36	20.1-35.8	27.57-52.24
9	30	155	70	47.8	31.7	22.2	21-33	12.7-23.5	0- 19.83

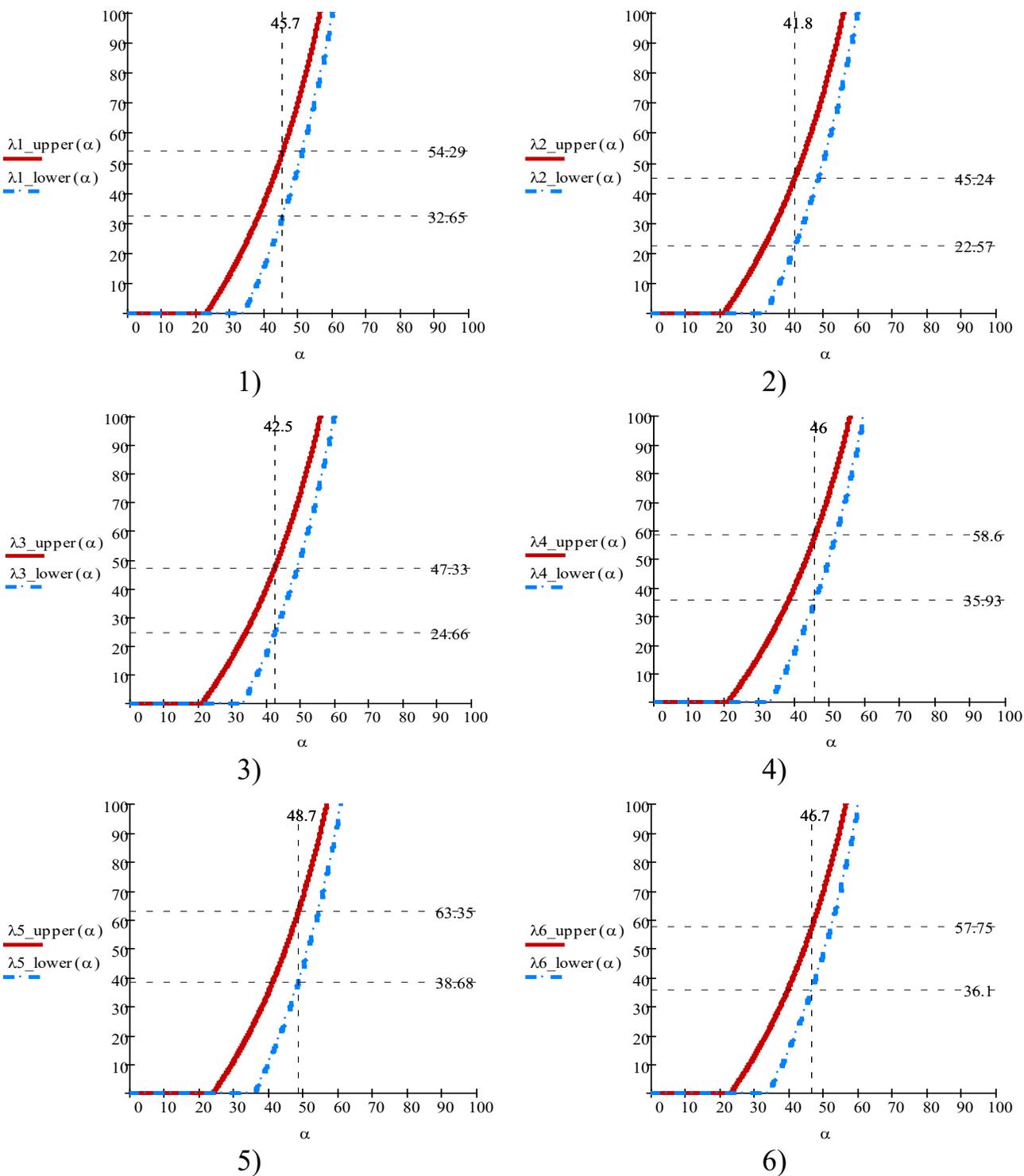
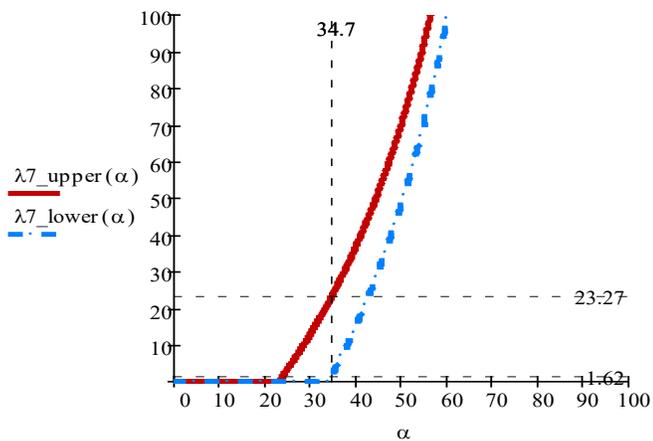
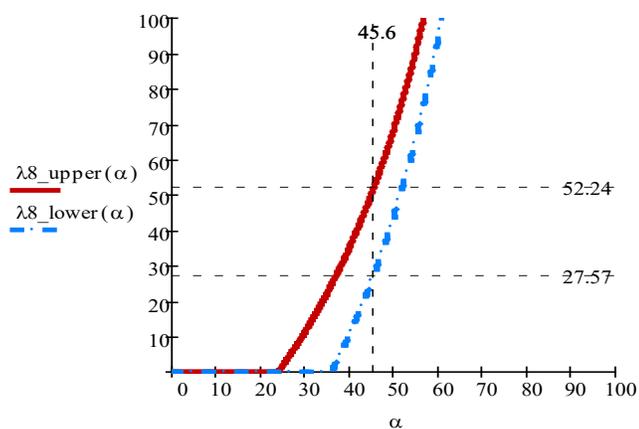


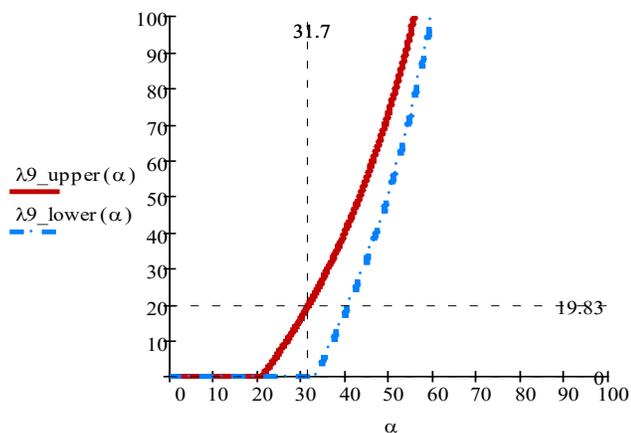
Рисунок 3.14 – Графіки функції (3.39), побудовані для даних строк таблиці 3.5: 1) для строки 1; 2) для строки 2; 3) для строки 3; 4) для строки 4; 5) для строки 5; 6) для строки 6 [20]



7)



8)



9)

Продовження рис. 3.14 – Графіки функції (3.39), побудовані для даних строк таблиці 3.5: 7) для строки 7; 8) для строки 8; 9) для строки 9 [20]

Моделювання здійснюватиметься на основі побудови інтерпретаційної фізико-математичної моделі нижньої частини ОРА жіночого тіла. І коли фактичні зусилля будуть визначені (шляхом складання внутрішніх сил у стрижнях моделі, що сходитимуться у вузлах, які інтерпретують коліна), можливим стане й визначення напружень на поверхні хрящевої тканини КС (так як їх площу буде можливо визначити на основі антропометричних даних досліджуваних жінок). Оскільки значення допустимих напружень, які без порушення нормального функціонування суглобів можуть діяти на поверхню їх хрящів, є відомими, то напруження, отримані в результаті розрахунків, можна буде порівняти саме із цими відомими значеннями, визначивши їх відсоткове співвідношення і, як наслідок, міру дійсного перевантаження. Усе це дасть змогу більш об'єктивно та індивідуально підходити до вибору вправ та підходів в рамках реабілітаційного втручання.

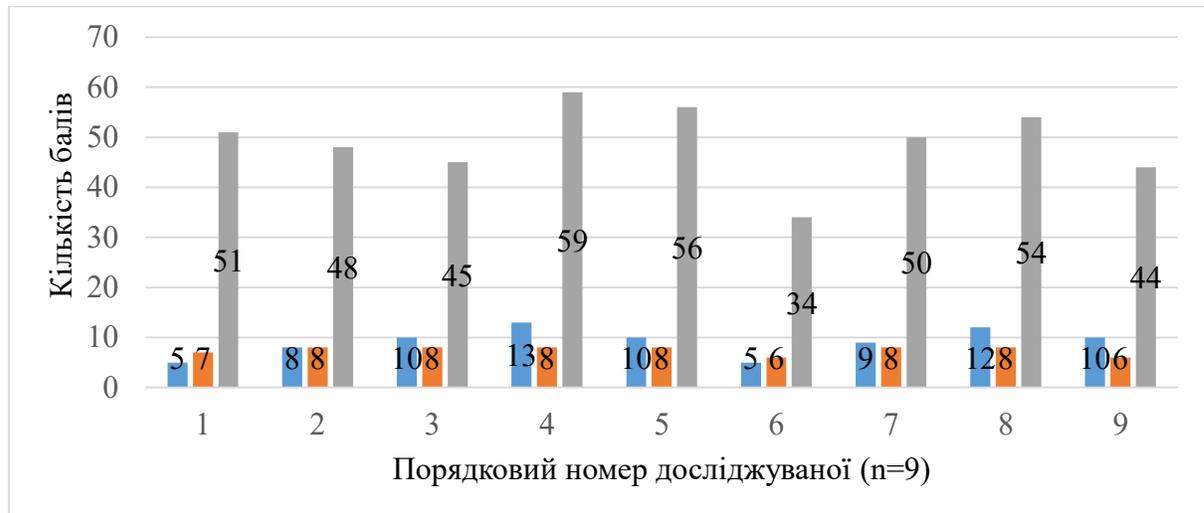
3.2 Аналіз активності та участі

Оцінка активності та участі жінок з ожирінням і гоналгіями здійснювалася із застосуванням валідованих міжнародних інструментів, які використовуються у клінічній практиці для визначення рівня обмеження функцій та повсякденної активності. Зокрема, застосовано опитувальники WOMAC та EQ-5D, які дозволяють кількісно оцінити вплив стану колінного суглоба на функціональний статус і якість життя жінок, відповідно до принципів МКФ.

За результатами оцінки за WOMAC (рис. 3.15), усі жінки, які брали участь у дослідженні, продемонстрували різного ступеня вираженості порушення за трьома доменами – біль, скутість та функція.

Статистичний аналіз результатів секції «Біль» індексу WOMAC засвідчив, що переважна більшість учасниць скаржилися на наявність помірного або вираженого

болю під час навантаження. Середній показник болю становив $8,4 \pm 2,9$ бала, що вказує на клінічно значущий больовий синдром у досліджуваній групі.



Примітка 1. ■ – А. Біль (0-20).

Примітка 2. ■ – В. Скутість (0-8).

Примітка 3. ■ – С. Функція (0-68).

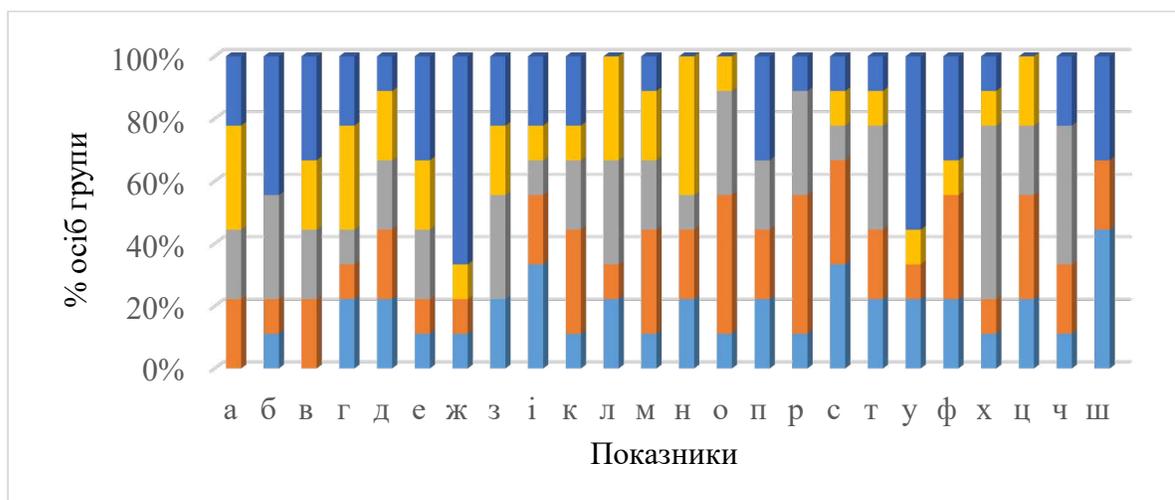
Рисунок 3.15 – Показники досліджуваних жінок за секціями опитувальника WOMAC

Показники секції «Скутість» (0–8 балів) коливались в межах 5–8 балів, при середньому значенні $7,1 \pm 0,9$ бала, що свідчить про наявність вираженої ранкової скутості або скутості після фізичної бездіяльності, що типові для гоналгій у контексті ожиріння.

Статистичний аналіз сумарних показників секції «Фізична функція» був найбільш обтяженим (рис. 3.16). У 6 з 9 пацієток зафіксовано понад 50 балів, що свідчить про істотні обмеження фізичної активності (зокрема ходьба, підйом по сходах, стояння). Середнє значення показника становило $49,3 \pm 5,2$ бала.

Також, аналіз результатів засвідчив переважання середніх і високих балів за більшістю функціональних показників, що свідчить про виражені порушення ОРА та істотне зниження рівня активності серед жінок досліджуваної вибірки.

Отримані дані обґрунтовують необхідність застосування індивідуалізованого реабілітаційного підходу, спрямованого на корекцію наявних функціональних обмежень.



Примітка 1. ■ – 0 балів.

Примітка 2. ■ – 1 бал.

Примітка 3. ■ – 2 бали.

Примітка 4. ■ – 3 бали.

Примітка 5. ■ – 4 бали.

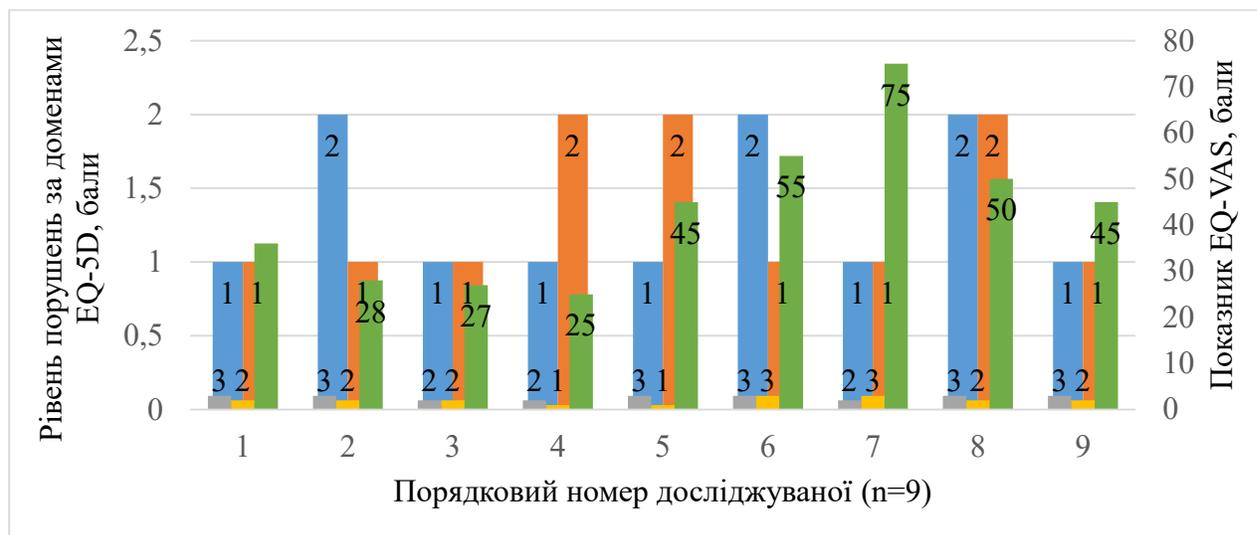
Рисунок 3.16 – Показники досліджуваних жінок за всіма секціями опитувальника WOMAC:

а – під час ходьби по квартирі; б – підйомі і спуску сходами; в – у нічний час в ліжку; г – лежачи чи сидючи; д – під час сну; е – скутість зранку; ж – скутість протягом дня; з – при підйомі сходами; и – під час спуску сходами; к – при підйомі зі стільця; л – при стоянні; м – при нахилі вниз; н – під час ходьби по квартирі; о – під час сідання або виходу з авто; п – при ходьбі по вулиці; р – при надяганні шкарпеток/панчіх; с – при підйомі з ліжка; т – при зніманні шкарпеток/панчіх; у – лежачи в ліжку; ф – заходячи в/виходячи з ванни; х – при присіданні; ц – сідаючи/встаючи з унітазу; ч – під час виконання важкої домашньої роботи; ш – під час виконання легкої домашньої роботи

Статистичний аналіз результатів за доменами індексу EuroQol-5D засвідчив переважання незначних або помірних порушень функціонального стану у жінок з гоналгіями на тлі ожиріння. Зокрема, середні значення за доменами «Мобільність» та «Самообслуговування» становили по $1,3 \pm 0,5$ бала, що свідчить про наявність окремих труднощів при пересуванні та виконанні щоденних дій для

самообслуговування (рис. 3.17).

Показник розділу «Звична активність» становив $2,7 \pm 0,5$ бала та був найвищим серед усіх доменів, що свідчить про істотне зниження здатності до виконання професійної, побутової та соціальної активності.



- Примітка 1.** ■ – Мобільність (0-4 бали).
Примітка 2. ■ – Самообслуговування (0-4 бали).
Примітка 3. ■ – Звична активність (0-4 бали).
Примітка 4. ■ – Біль / дискомфорт (0-4 бали).
Примітка 5. ■ – Тривога / депресія (0-4 бали).
Примітка 6. ■ – EQ-VAS (0-100 балів).

Рисунок 3.17 – Показники досліджуваних жінок за опитувальником EuroQol-5D

За доменом «Біль / дискомфорт» середнє значення становило $2,0 \pm 0,7$ бала, що підтверджує наявність хронічного больового синдрому, характерного для осіб із дегенеративно-дистрофічними змінами КС.

За розділом «Тривога / депресія» середнє значення становило $1,6 \pm 0,7$ бала, що демонструє наявність емоційного напруження, яке супроводжує тривалий больовий синдром і функціональні обмеження.

Суб'єктивна оцінка стану здоров'я за шкалою EQ-VAS становила $42,9 \pm 16,1$ бала, що свідчить про зниження ЯЖ та негативне сприйняття власного здоров'я більшістю учасниць на момент дослідження.

3.3 Формування дискретної геометричної моделі опорно-рухового апарату людини

Проведений аналіз засвідчує, що біотенсегріті-модель за умови її поглибленого дослідження та подальшого методичного доопрацювання може бути використана як концептуальна основа для забезпечення достатньо точного моделювання особливостей функціонування ОРА людини.

На сьогодні встановлено, що математичний апарат, здатний адекватно описувати функціонування біотенсегріті, практично відсутній. Наявні наукові дослідження зосереджені переважно на аналізі результатів експериментальних робіт, пов'язаних зі створенням сітчастих аналогів окремих елементів ОРА людини. Зазначені сітчасті, або, точніше, стрижнево-тросові аналоги (біотенсегріті-моделі) лише наближено відтворюють реальні механічні особливості роботи ОРА, що зумовлено їх суттєвим спрощенням та використанням мінімально необхідної кількості стрижнів і тросів.

З метою скорочення викладу надалі у тексті для позначення елементів стрижнево-тросової системи інколи використовуватиметься узагальнений термін «ланка» з відповідним уточненням характеру її роботи (на стиск — для стрижнів; на розтяг — для тросів). Водночас у розділах, присвячених механіко-математичному аналізу геометричної незмінюваності окремих елементів моделі, застосовуватимуться терміни «стрижень» і «трос» з метою збереження термінологічної точності та забезпечення доступності викладеного матеріалу для фахівців фізико-математичного й інженерного профілів.

Важливо підкреслити, що, на відміну від м'язової тканини, кістки не мають здатності до активного скорочення і, відповідно, не є джерелом внутрішніх зусиль. Водночас вони повинні забезпечувати сприйняття не лише власної ваги тіла та динамічних навантажень, що виникають у процесі рухової діяльності людини, але й додаткових, а в окремих випадках — надлишкових зусиль, обумовлених

скороченням м'язів. Саме цим пояснюється різноманітність та інженерна доцільність форм кісткових структур.

З огляду на складну геометрію та фізичну неоднорідність кісткової тканини, кістки в реальних умовах експлуатації працюють не лише на стиск, але й зазнають дії розтягувальних, згинальних, крутильних та поперечних зусиль, хоча у переважній більшості випадків такий характер навантаження є для них нефізіологічним. Це свідчить про те, що стрижневі механічні аналоги кісткових елементів у складі біотенсегриті-моделей повинні бути стійкими до практично всіх основних видів механічного впливу.

З метою пояснення принципів інтерпретації кісток як просторових твердих тіл у вигляді певного набору стрижнів доцільно звернутися до основ кінематичного аналізу механічних систем [5, 15]. Зокрема, розглянемо положення кінематичного аналізу сітчастих структур, а саме стрижневих систем, приймаючи об'єкти дослідження такими, що складаються виключно зі стрижнів. Такий підхід зумовлений тим, що кісткові елементи повинні зберігати свою геометричну форму незалежно від характеру зусиль, які виникають у них під час функціонування ОРА.

Стрижневими системами за визначенням вважають механічні системи, що складаються з окремих, як правило, прямолінійних стрижнів, з'єднаних між собою у вузлах за допомогою різних типів сполучень або кріплень. Найбільш поширеними видами таких з'єднань є жорсткі та шарнірні сполучення. У випадку жорсткого з'єднання стрижнів процес визначення всіх компонентів напружено-деформованого стану (НДС) системи суттєво ускладнюється, оскільки такі системи, як правило, є статично невизначуваними, а їх аналіз потребує застосування методів чисельного моделювання [9].

Якщо ж у системі застосовуються виключно шарнірні з'єднання, розрахунок компонентів НДС значною мірою спрощується, оскільки у такому разі можуть бути використані лише рівняння статичної рівноваги. Це зумовлює те, що у більшості прикладних задач механіки навіть у випадках, коли вузли фактично є жорсткими,

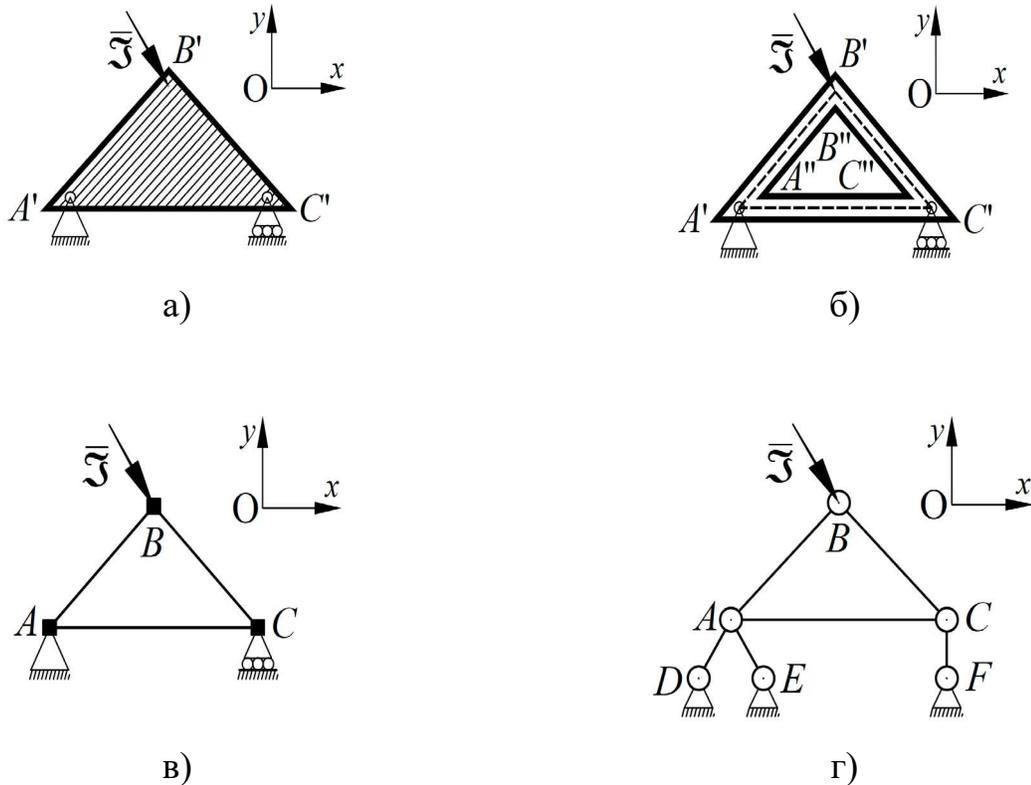
їх доцільно замінювати або, точніше, інтерпретувати як шарнірні. Подібне спрощення є припустимим також з огляду на те, що за умови прикладання зосереджених навантажень безпосередньо у вузлах з'єднання стрижнів внутрішні зусилля, що виникають у шарнірних системах, неістотно відрізняються від відповідних зусиль у системах із жорсткими вузлами та аналогічною топологією. Особливо це справедливо у випадках, коли стрижні мають достатньо велику довжину, що обумовлює їх підвищену гнучкість.

Відтак, під час побудови сітчастих моделей кісткових елементів зі шарнірними з'єднаннями як у площинній, так і в просторовій постановці необхідно дотримуватися принципів забезпечення геометричної незмінюваності відповідних моделей за дії зовнішніх сил, прикладених у вузлах системи. При цьому передбачається, що внутрішні зусилля, які виникають у стрижнях, не призводять до втрати їх стійкості та зумовлюють роботу елементів виключно в межах пружних деформацій, тобто в області дії закону Гука [179].

Проілюструємо процес інтерпретації кісткових елементів зі складною криволінійною геометричною формою шляхом їх подання у вигляді системи прямолінійних стрижнів, спираючись на положення класичної механіки [48].

Почнемо з двовимірної інтерпретації (рис. 3.18). Зобразимо в площині суцільне жорстке тіло на двох опорах у формі трикутника $A'B'C'$ (рис. 3.18 а), у околі вершин B' якого діє деяке зусилля \vec{F} , що не спричиняє його пластичних (тобто таких, які можуть зберігатися після припинення дії даної сили) деформацій. Ліва і права опори називаються відповідно – шарнірно-нерухома та шарнірно-рухома (ковзаюча). Утворимо концентричний отвір $A''B''C''$ у середині трикутника, що повторюватиме форму самого трикутника таким чином, щоб кожна грань такого отвору була паралельна зовнішнім граням трикутного тіла (рис. 3.18 б). Вважатимемо, що товщини граней утвореного тіла підібрані такими чином, щоб продовжувати забезпечувати стійкість даного тіла (конструкції) у межах пружних деформацій, незважаючи на послаблення отвором. Умовно замінимо грані

утвореного тіла на стрижні із жорстким сполученням їхніх вершин, нехтуючи при цьому товщинами граней і зображуючи їх у вигляді простих прямолінійних відрізків для схематичного спрощення вихідного тіла, як механічної системи ABC (див. рисунок 3.18 в.); водночас, замінимо зображення шарнірних опор на еквівалентні з точки зору механіки комбінації стрижнів AD і AE (замість лівої нерухокої опори), а також CF (замість правої рухомої опори).



Примітка 1. а) модель трикутного суцільного жорсткого тіла $A'B'C'$.

Примітка 2. б) утворення пустоти $A''B''C''$ у тілі $A'B'C'$.

Примітка 3. в) заміна граней пустотного тіла $A'B'C'A''B''C''$ на систему із жорстким сполученням стрижнів.

Примітка 4. г) заміна жорстких сполучень стрижнів на шарнірні.

Рисунок 3.18 – Інтерпретація трикутного суцільного жорсткого тіла стрижневою шарнірною системою на площині [47]

Тепер, слідуючи принципу вище описаної заміни жорстких вузлових сполучень на шарніри, перетворимо механічну модель тіла на стрижневу безмоментну систему (див. рисунок 3.18 г.).

Вочевидь, зовнішнє зусилля \bar{Z} , діюче тепер безпосередньо на вузол B (а не в околі вершини B' початково заданого тіла $A'B'C'$), не змінюватиме геометричної форми механічної системи ABC .

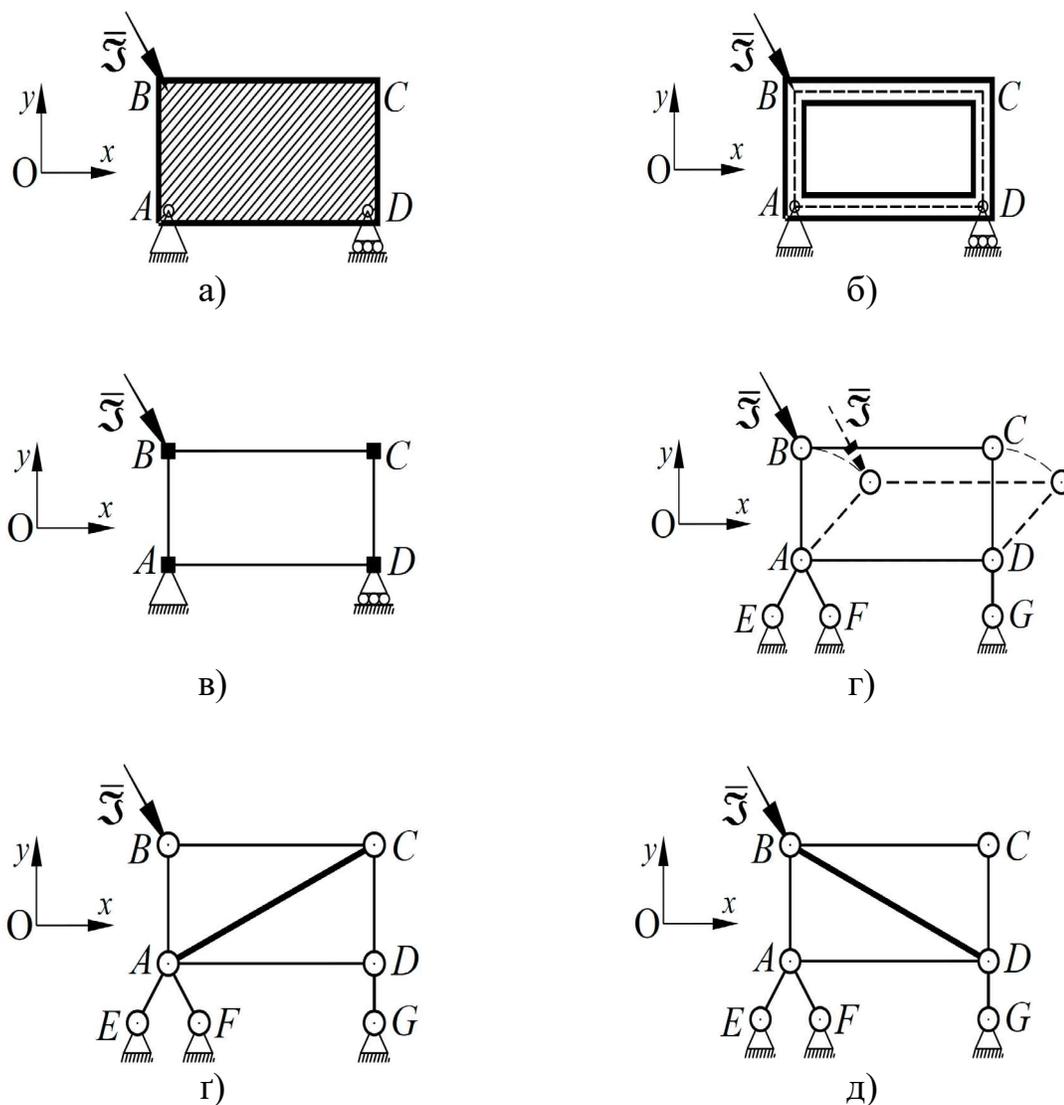
Система ABC , якщо не враховувати опорні стрижні AD , AE і CF , складатиметься з трьох основних стрижнів AB , BC і AC , залишаючись геометрично незмінюваною під дію сторонніх вузлових навантажень [47].

Якщо ж за аналогічним принципом спробувати перетворити чотирикутне тіло $A'B'C'D'$ на шарнірну стрижневу механічну систему A а прикласти зовнішнє зусилля \bar{Z} до шарніра B (так само, як і до вузла C), то система виявиться геометрично змінюваною, тобто такою, яка може змінювати свою форму без деформації її елементів.

Водночас, як було з'ясовано вище, трикутна стрижнева система є геометрично незмінюваною. Це означає, що для перетворення системи $ABCD$ на геометрично незмінювану необхідно додати щонайменше ще один стрижень, з'єднавши вузли A і C , або B і D фактично перетворивши цю систему на системи із двох трикутних шарнірних підсистем ABC і ADC (див. рисунок 3.19 г.), або ABD і BCD (див. рисунок 3.19 д.).

З точки зору кінематичного аналізу, кожна трикутна стрижнева підсистема називається диском.

Об'єднані між собою диски також утворюють єдиний диск у разі, якщо вони мають два спільних шарніри, або спільний стрижень, як показано на рисунках 3.19 г і 3.19 д.



Примітка 1. а) модель чотирикутного суцільного жорсткого тіла $A'B'C'D'$.

Примітка 2. б) утворення пустоти $A''B''C''D''$ у тілі $A'B'C'D'$.

Примітка 3. в) заміна граней пустотного тіла $A'B'C'D'A''B''C''D''$ на систему $ABCD$ із жорстким сполученням стрижнів.

Примітка 4. г) заміна жорстких сполучень стрижнів системи $ABCD$ на шарнірні із втратою її геометричної незмінюваності.

Примітка 5. г) додавання у систему $ABCD$ стрижня AC для забезпечення її геометричної незмінюваності.

Примітка 6. д) додавання у систему $ABCD$ стрижня BD для забезпечення її геометричної незмінюваності.

Рисунок 3.19 – Інтерпретація чотирикутного суцільного жорсткого тіла стрижневою шарнірною системою на площині [47]

З даного прикладу випливає, що для послідовного розширення геометрично незмінюваної стрижневої системи кожен новий вузол має бути приєднаний до уже існуючого диску цієї системи, представленого шарнірним трикутником, за допомогою двох додаткових стрижнів. Слід зазначити також, що кожен два такі додаткові стрижні не повинні лежати на одній прямій, оскільки в такому разі система буде миттєво змінюваною [15]. Стрижневі системи (або ферми), одержані на основі такого підходу прийнято називати найпростішими системами. Приклади таких систем продемонстровані на рисунку 3.20.

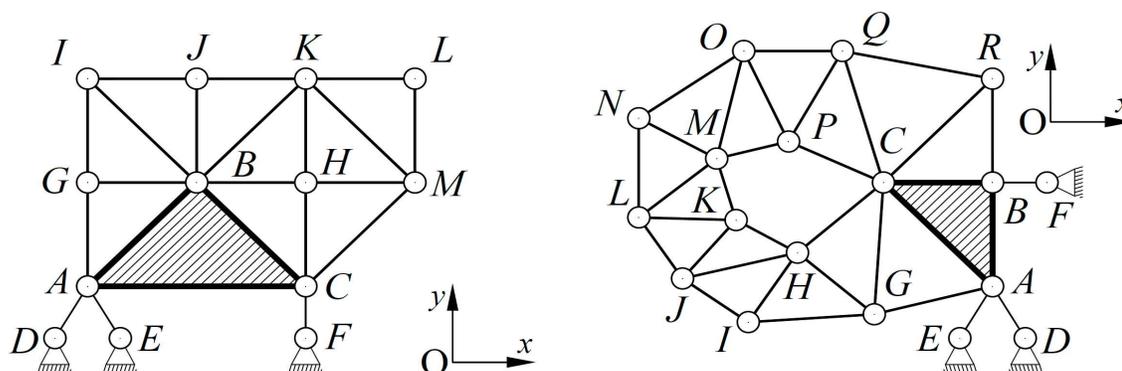


Рисунок 3.20 – Стрижневі системи, одержані шляхом послідовного попарного додавання стержнів до основних трикутників (дисків ABC) [47]

При перевірці геометричної незмінюваності будь-якої найпростішої стрижневої системи необхідно прийняти у ній так званий основний трикутник. На рисунку 3.20 такі основні трикутники умовно заштриховані. Це може бути будь-який шарнірний трикутник даної ферми. У плоскій інтерпретації задач механіки ферм, що складаються виключно з шарнірних трикутників є априорно геометрично незмінюваними. Перевірку геометричної незмінюваності можна виконувати й зворотнім шляхом, послідовно відкидаючи кожен вузол і по два стрижні, які у цьому вузлі сполучаються. Якщо у результаті такого послідовного вилучення від

вихідної ферми залишається система у вигляді одного шарнірного трикутника, то можна вважати, що й досліджувана ферма також є геометрично незмінюваною.

Якщо позначити літерами W і V відповідно кількість стрижнів та вузлів механічної стрижневої системи (ферми), то повне число найпростішої геометрично незмінюваної стрижневої системи складатиме:

$$W = 3 + 2 \cdot (V - 3) \text{ або } W = 2 \cdot V - 3, \quad (3.41)$$

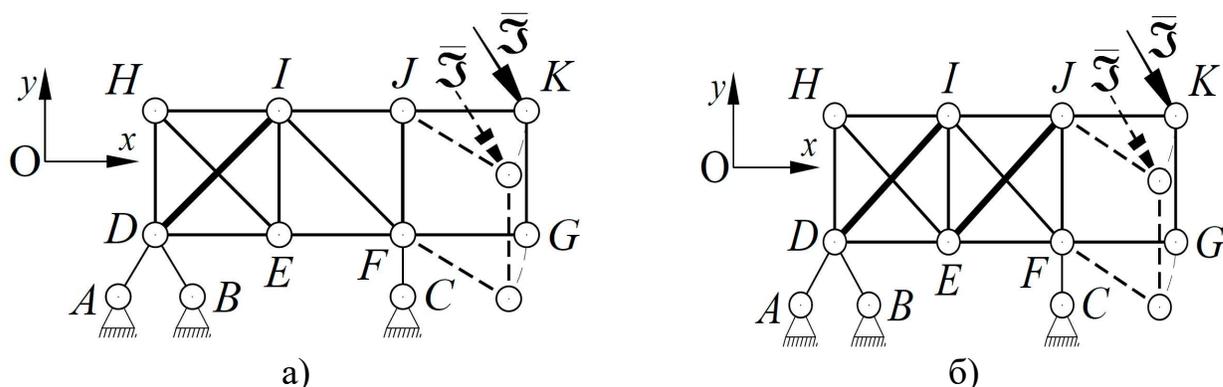
оскільки кожен основний шарнірний трикутник має по 3 вузли та по 3 стрижні, а кожен із приєднаних $(V - 3)$ вузлів додаються шляхом сполучення двома стрижнями. З формули (3.41) випливає, що для геометричної незмінюваності стрижневої системи необхідно, щоб виконувалася наступна умова:

$$W \geq 2 \cdot V - 3. \quad (3.42)$$

Зауважимо, що виконання умови (3.42) є необхідним, але не достатнім для повного набору вимог до геометричної незмінюваності стрижневої системи, оскільки деякі диски можуть містити не лише мінімально необхідну згідно з (3.42), але й надлишкову кількість стрижнів, в той час як деякі фрагменти системи можуть залишатися геометрично змінюваними, наприклад, якщо ці фрагменти представляють собою шарнірні чотирикутники, як це показано на рисунках 3.21 а і 3.21 б). Тобто, формула (3.42) може виконуватися, тоді як фактично геометрія системи не забезпечує утворення суцільного диску з елементів ферми [47].

Ще одним важливим питанням є приєднанням геометрично незмінюваної системи до основи. У двовимірному випадку найпростішим способом приєднання до основи являється застосування двох шарнірів – одного нерухомого і одного рухомого – або їх стрижневих аналогів, як це було показано на рисунках 3.18 г та 3.19 г. При цьому, два з трьох стрижнів не обов'язково мають бути сполучені у одному шарнірі (інтерпретуючи нерухомий шарнір), а натомість можуть бути роз'єднані й не мати спільних шарнірів, розміщуючись у різних частинах диску (рис. 3.22 а) [47]. Однак, якщо усі три опорні стрижні приєднані до диску

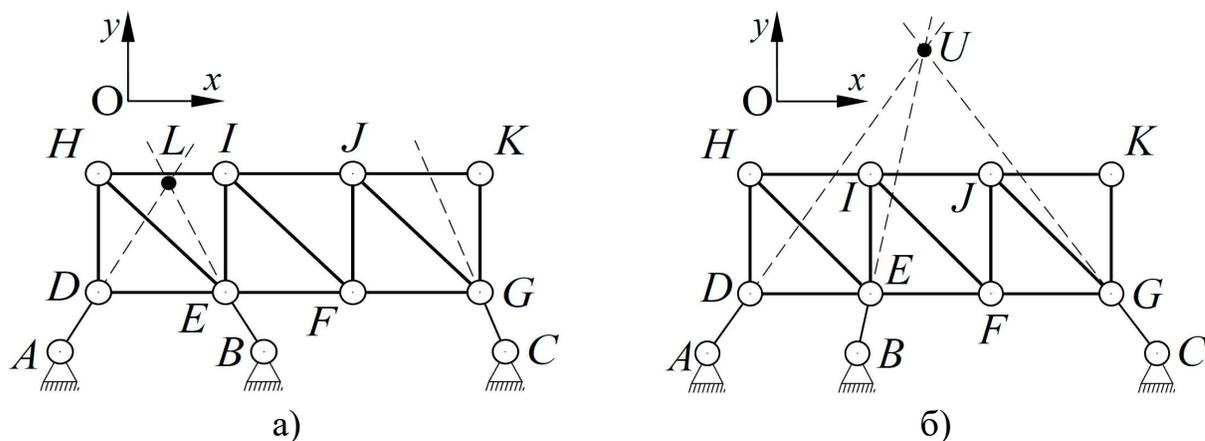
таким чином, що їхні осі перетинаються в одній умовній точці O (яка представляє собою миттєвий центр обертання), то система вважається геометрично змінюваною, оскільки в такому разі вона може здійснювати нескінченно малі обертальні переміщення, які на практиці можуть бути скінченними, хоч і малими (рис. 3.22 а).



Примітка 1. а) випадок, коли $W=2 \cdot V-3$, при якому стрижень DI є надлишковим, в той час як прямокутник $FGKJ$ є геометрично змінюваним.

Примітка 2. б) випадок, коли $W>2 \cdot V-3$, при якому стрижні DI та EJ є надлишковими, в той час як прямокутник $FGKJ$ залишається геометрично змінюваним.

Рисунок 3.21 – Ілюстрація необхідності, але не достатності виконання умови (2)



Примітка 1. а) правильне приєднання із застосуванням трьох стрижнів AD , BE і CG (точка L – місце перетину осей стрижнів AD і BE).

Примітка 2. б) неправильне приєднання: випадок, коли осі стрижнів AD , BE і CG перетинаються у спільній точці U – миттєвому центрі обертання.

Рисунок 3.22 – Приєднання до основи із застосуванням стрижневих аналогів нерухомих шарнірів [47]

Система закріплена подібним чином володіє миттєвою рухомістю (тобто миттєвою змінюваністю). Окремим випадком такої миттєво змінюваної системи є система, усі три опорні стрижні якої є паралельними між собою (так як з математичної точки зору напрямки паралельних стрижнів перетинаються між собою у єдиній точці, що знаходиться на нескінченній віддаленості від системи; цю точку називають невласною).

Наслідком цих тверджень стає правило, за яким можна з'єднувати два довільні диски між собою, утворюючи новий єдиний диск із використанням трьох нових стрижнів, а саме: два диска утворюють геометрично незмінювану систему, якщо вони поєднані між собою за допомогою трьох стрижнів, осі котрих не перетинаються у одній точці й не є паралельними між собою.

Спираючись на усе вище викладене, перейдемо до просторового (тривимірного) випадку.

Плоскі трикутні диски зберігають свою форму і у просторі за виключенням того, що кожен їх вузол має у тривимірному просторі не дві, а три координати. Тож, як і на площині, так і у просторі, трикутний диск можна інтерпретувати шарнірним стрижневим трикутником.

Однак, так як вершини трикутника завжди лежать у одній площині, тоді як кістки людського організму інколи мають складну просторову форму, необхідно додатково ввести поняття просторового диску, який інтерпретуватиме складніші об'ємні тіла (фігури). Для цього знову скористаємося базовими положеннями механіки та по аналогії до двовимірного випадку розглянемо принципи наближеної заміни просторових суцільних тіл стрижневими конструкціями (системами) [47].

З точки зору геометрії (стереометрії) найпростішою просторовою фігурою є тетраедр, який має 4 вершини та 6 ребер.

Як і у попередньому плоскому випадку, зобразимо в просторі суцільне жорстке тіло, але цього разу вже на трьох опорах й у формі тетраедральної піраміди (рис. 3.23 а).

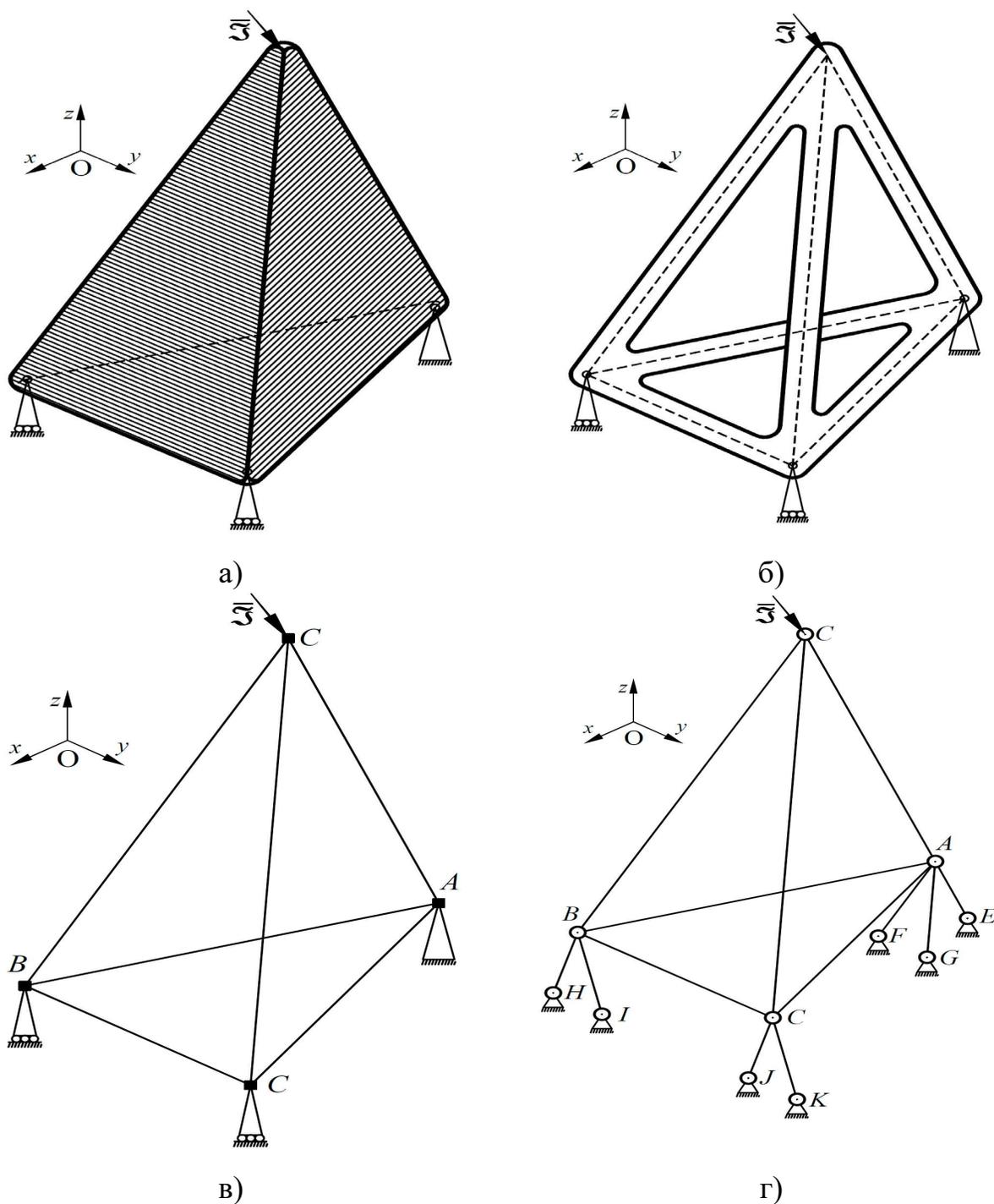
Також по аналогії до плоского випадку замінимо повнотілу піраміду на тетраедральний каркас $ABCD$ із шарнірним сполученням стрижнів та прикладемо до утвореної стрижневої системи зусилля \bar{Z} , у околі вершин D .

Як і раніше, вважатимемо, що дія сили \bar{Z} спричиняє роботу системи (або тепер уже просторової ферми) лише у рамках пружних деформацій. Як і на площині, так і у просторі замінимо опори стрижневими аналогами, однак цього разу нерухома опора інтерпретуватиметься не двома, а трьома стрижнями (EA , FA і GA), у той час як рухомі опори можна замінювати як двома стрижнями (по два стрижня на опору: HB і IB та JC і KC , див. рисунок 3.23 а.), так і одним стрижнем (по одному стрижню на опору: HB та KC , наприклад), залежно від того, скільки ступенів свободи ми хочемо залишити даній опорі.

Однак, із застосуванням однострижневих опор слід бути вкрай обережним через складнощі забезпечення геометричної незмінюваності усієї конструкції або її локальних фрагментів у такому разі.

Для справедливості варто сказати, що і для просторового випадку існує можливість виникнення миттєво змінюваних систем та центрів миттєвого обертання, але у даній роботі ми обмежмося лише згадкою про це.

Процес переходу від повнотілої тетраедральної піраміди до просторової шарнірної ферми $ABCD$ проілюстровано на рисунках 3.23 а-г. Очевидно, отримана система не змінюватиме свою просторову форму під дію зовнішнього навантаження \bar{Z} , допоки внутрішні зусилля, які виникають у стрижнях, спричинятимуть лише пружні деформації [47].



Примітка 1. а) вихідне тетрадральне суцільне жорстке тіло.

Примітка 2. б) – утворення порожнечі у просторовому тілі.

Примітка 3. в) – заміна ребер порожнього тіла на систему із жорстким сполученням стрижнів.

Примітка 4. г) – заміна жорстких вузлових сполучень стрижнів на шарнірні.

Рисунок 3.23 – Інтерпретація тетрадрального суцільного жорсткого тіла стрижневою шарнірною системою $ABCD$ у просторі [47]

Для того, щоб додати ще один вузол до отриманої просторової елементарної шарнірної ферми, зберігаючи одержану конструкцію геометрично незмінюваною, необхідно сполучити цю вершину із трьома іншими вершинами за допомогою нових трьох стрижнів. Таким чином, якщо вважати, що для просторових ферм (знову ж таки, по аналогії з двовимірним випадком) у процесі їх перевірки на геометричну незмінюваність необхідно обирати основний шарнірний тетраедр, то залежність між кількістю стрижнів та вузлів моделі визначатиметься із наступних міркувань.

Нехай загальна кількість стрижнів та вузлів моделі, як і раніше, складають W і V відповідно. Основний шарнірний тетраедр має 4 вузли та 6 стрижнів (або ребер, якщо говорити суто геометричною термінологією); кожен із інших приєднаних вузлів у кількості $(V - 4)$ приєднуються за допомогою трьох стрижнів [47].

Відтак повна кількість стрижнів у найпростішій просторовій геометрично незмінюваній фермі складе:

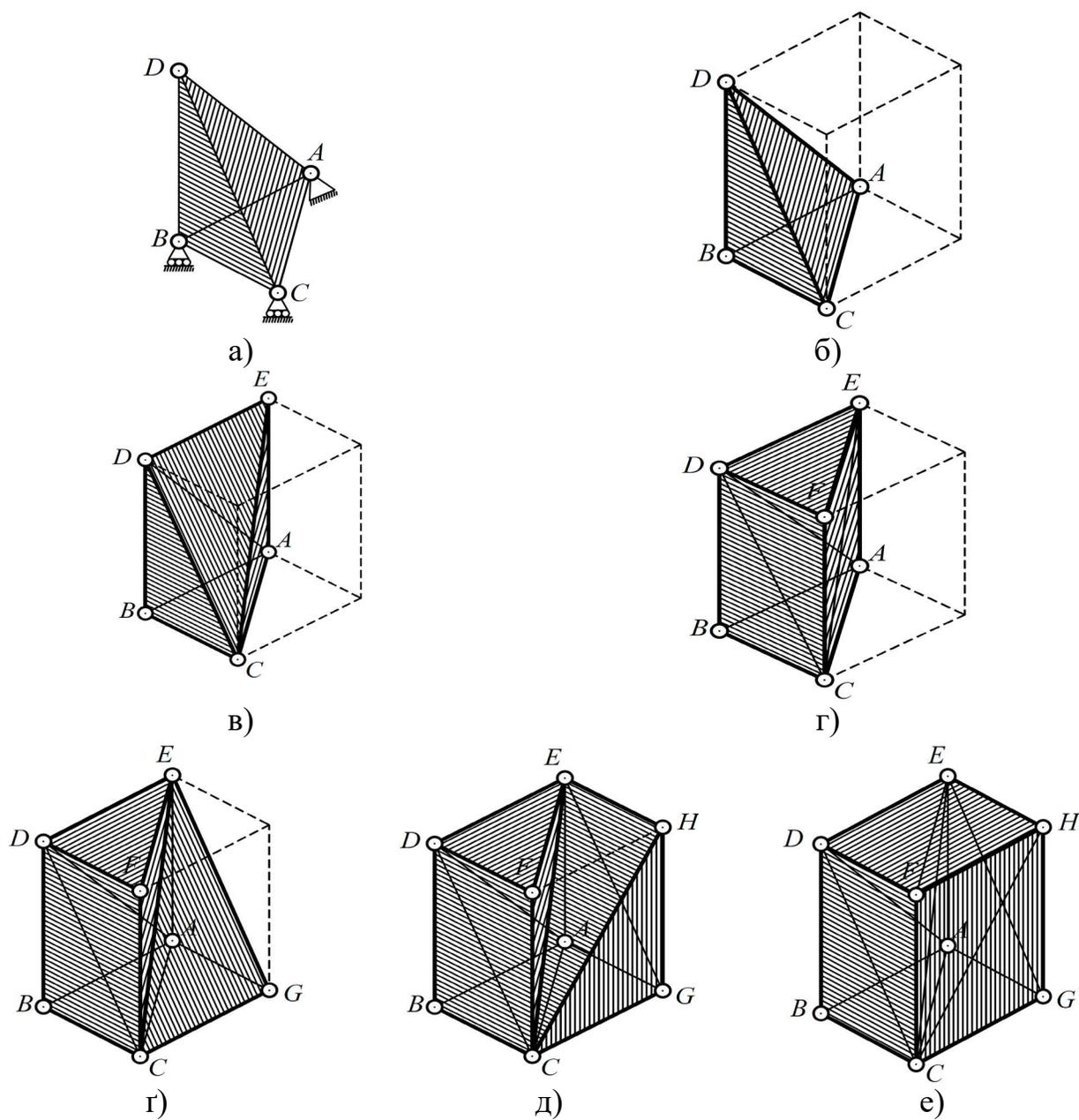
$$W = 6 + 3 \cdot (V - 4) \text{ або } W = 3 \cdot V - 6, \quad (3.43)$$

звідки очевидно, що для геометричної незмінюваності просторової стрижневої системи необхідно (але не достатньо), щоб виконувалася наступна умова:

$$W \geq 3 \cdot V - 6. \quad (3.44)$$

Очевидно, що по відношенню до просторових ферм діють усі ті ж самі правила приєднання до основи, що й для плоских, за виключенням того, що кількість опорних стрижнів, як це було зазначено вище, потребується більша. Порядок перевірки геометричної незмінюваності просторових ферм також може здійснювати як шляхом аналізу почергового приєднання вузлів, так і шляхом послідовної декомпозиції системи, по аналогії з двовимірним випадком.

Приклад покрокової побудови стрижневої системи (ферми), одержаної на основі додавання вузлів до базового тетраедра, продемонстровані на рисунку 3.24.



Примітка 1. а) базовий тетраедр $ABCD$.

Примітка 2. б) додавання контуру у вигляді прямокутного паралелепіпеда для обмеження області подальшого додавання вузлів та стрижнів.

Примітка 3. в) додавання вузла E та стрижнів AE , CE і DE .

Примітка 4. г) додавання вузла F та стрижнів CF , DF і EF .

Примітка 5. г) додавання вузла G та стрижнів AG , CG і EG .

Примітка 6. д) додавання вузла H та стрижнів CH , EH і GH .

Примітка 7. е) додавання стрижня FH та утворення просторового диску $ECFH$.

Рисунок 3.24 – Покрокова побудова стрижневої системи $ABCDEFGH$ на основі базового тетраедра $ABCD$ [47]

3.4 Моделювання і порівняння компонентів напружено-деформованого стану опорно-рухового апарату людини з нормальною та надмірною масою тіла

З урахуванням викладених положень щодо забезпечення геометричної незмінюваності стрижневих систем можливим є перехід до безпосереднього формування інтерпретаційних моделей кісткових елементів. На даному етапі модель будується за умови, що ОРА перебуває у положенні стоячи, при цьому стопи обох нижніх кінцівок повністю та анатомічно правильно контактують з опорною поверхнею (землею або підлогою), яка надалі розглядатиметься як основа. Така постановка задачі є принципово важливою для коректного визначення опорних і вільних вузлів моделі.

З огляду на те, що у подальшому інтерпретаційна модель кісток буде доповнена м'язовими елементами з метою формування повної біотенсегриті-моделі нижньої частини ОРА людини, на даному етапі передбачається пропуск нумерації окремих вузлів. Це дозволяє забезпечити структурну узгодженість моделі при подальшому введенні елементів, що інтерпретуватимуть відповідні м'язи та зони їх кріплення до кісткових структур.

Моделювання кісткових елементів і їх сполучень здійснюється у напрямку знизу вгору з умовним поділом системи на чотири фрагменти та відповідні рівні моделі, що забезпечує логічну послідовність побудови та подальшого аналізу НДС [48].

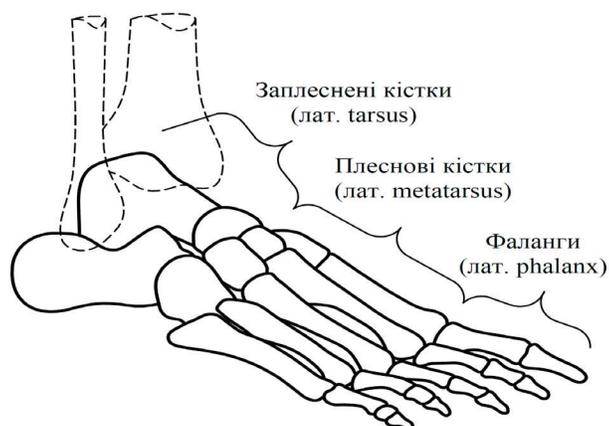
1. Рівень 1 – фрагмент інтерпретаційної стрижневої моделі кісток стопи. Кістки стопи діляться на три групи: заплеснені кістки (лат. *tarsus*), плеснові кістки (лат. *metatarsus*) та фаланги (лат. *phalanx*). Так як фаланги у положенні людини стоячи на двох ногах повністю контактують із основою, пропонується інтерпретувати відповідні групи кісток одиничними стрижнями для кожного

пальця (усього 5 стрижнів: $S_{01}S_{06}$, $S_{02}S_{07}$, $S_{03}S_{08}$, $S_{04}S_{09}$ та $S_{05}S_{10}$), при чому початок і кінець кожного стрижня представлятимуть собою шарнірно-нерухомі опори.

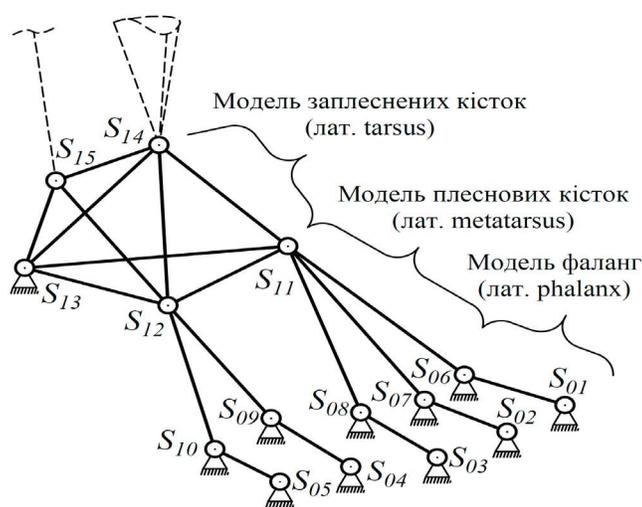
Плеснові кістки також доцільно інтерпретувати одиничними стрижнями, кожен з яких з одного кінця шарнірно приєднується до фаланг, а з іншої до групи заплеснених кісток (загалом 5 стрижнів: $S_{06}S_{11}$, $S_{07}S_{11}$, $S_{08}S_{11}$, $S_{09}S_{12}$ та $S_{10}S_{12}$). Самі ж заплеснені кістки найбільш раціонально інтерпретувати комбінацією із 9-ти стрижнів, сполучених 5-ма шарнірами, що утворюють жорстке тіло шляхом приєднання до базового просторового тетраедра $S_{11}S_{12}S_{13}S_{14}$ додаткового вузла S_{15} (за допомогою нових трьох стрижнів $S_{15}S_{12}$, $S_{15}S_{13}$ і $S_{15}S_{14}$), який є шарніром для подальшого кріплення малогомілкової кістки. Найнижчий вузол даного фрагменту S_{13} інтерпретаційної моделі має бути приєднаний до основи і представляти собою шарнірно-нерухому опору. Ця опора інтерпретує точку контакту п'яти з основою.

Одержаний фрагмент інтерпретаційної моделі із кістками стопи представлений на рисунку 3.25 [48].

2. Рівень 2 – фрагмент інтерпретаційної стрижневої моделі великогомілкової (лат. *tibia*) та малогомілкової кісток (лат. *fibula*). Форма великогомілкової кістки характерна тим, що вона має більш вузьку основу та розширюється у верхній частині, забезпечуючи достатню площу контакту в колінному суглобі для сприйняття навантаження від стегнової кістки та від близько половини ваги верхньої частини тіла. Відтак, великогомілкову кістку можна у найбільш спрощеному вигляді інтерпретувати одним тетраедром $S_{14}S_{21}S_{22}S_{23}$ із одним вузлом S_{14} в основі та трикутником $S_{21}S_{22}S_{23}$ в оголовку (у верхній частині, що входить до складу КС). Таким чином, великогомілкова кістка складається із 6-ти стрижнів ($S_{14}S_{21}$, $S_{14}S_{22}$, $S_{14}S_{23}$, $S_{21}S_{22}$, $S_{21}S_{23}$ та $S_{22}S_{23}$), сполучених 4-ма шарнірами [48]. Малоюмілкова кістка є тоншою, ніж великогомілкова, та має відносно рівномірну товщину; це дозволяє припустити, що дана кістка має сталі (усереднені) параметри жорсткості по всій довжині, а значить, з механічної точки зору може бути інтерпретована єдиним стрижнем $S_{15}S_{23}$.



а)



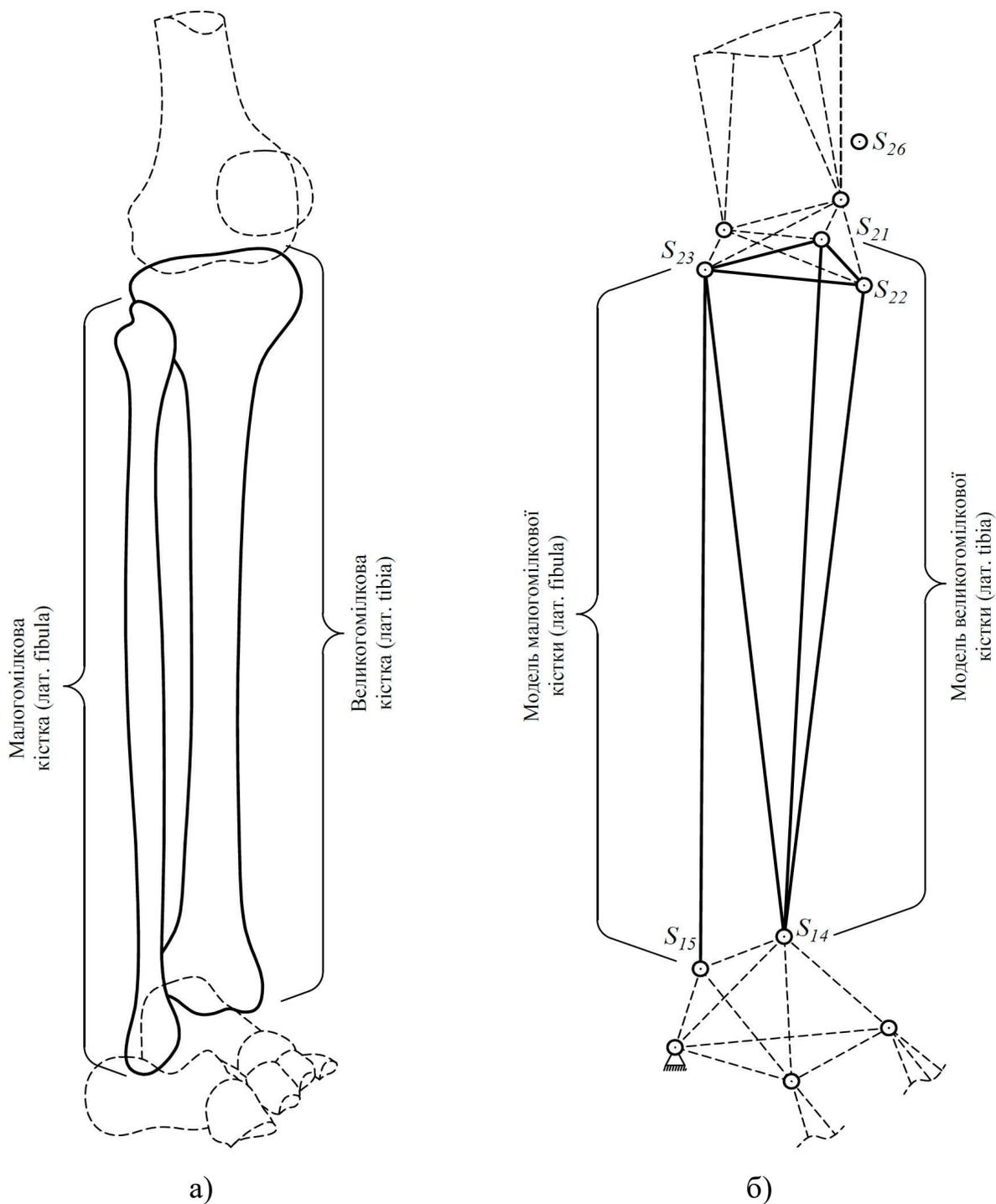
б)

Примітка 1. а) зображення основних груп кісток стопи.

Примітка 2. б) інтерпретаційна стрижнева модель кісток стопи.

Рисунок 3.25 – Фрагмент інтерпретаційної стрижневої моделі кісток стопи [48]

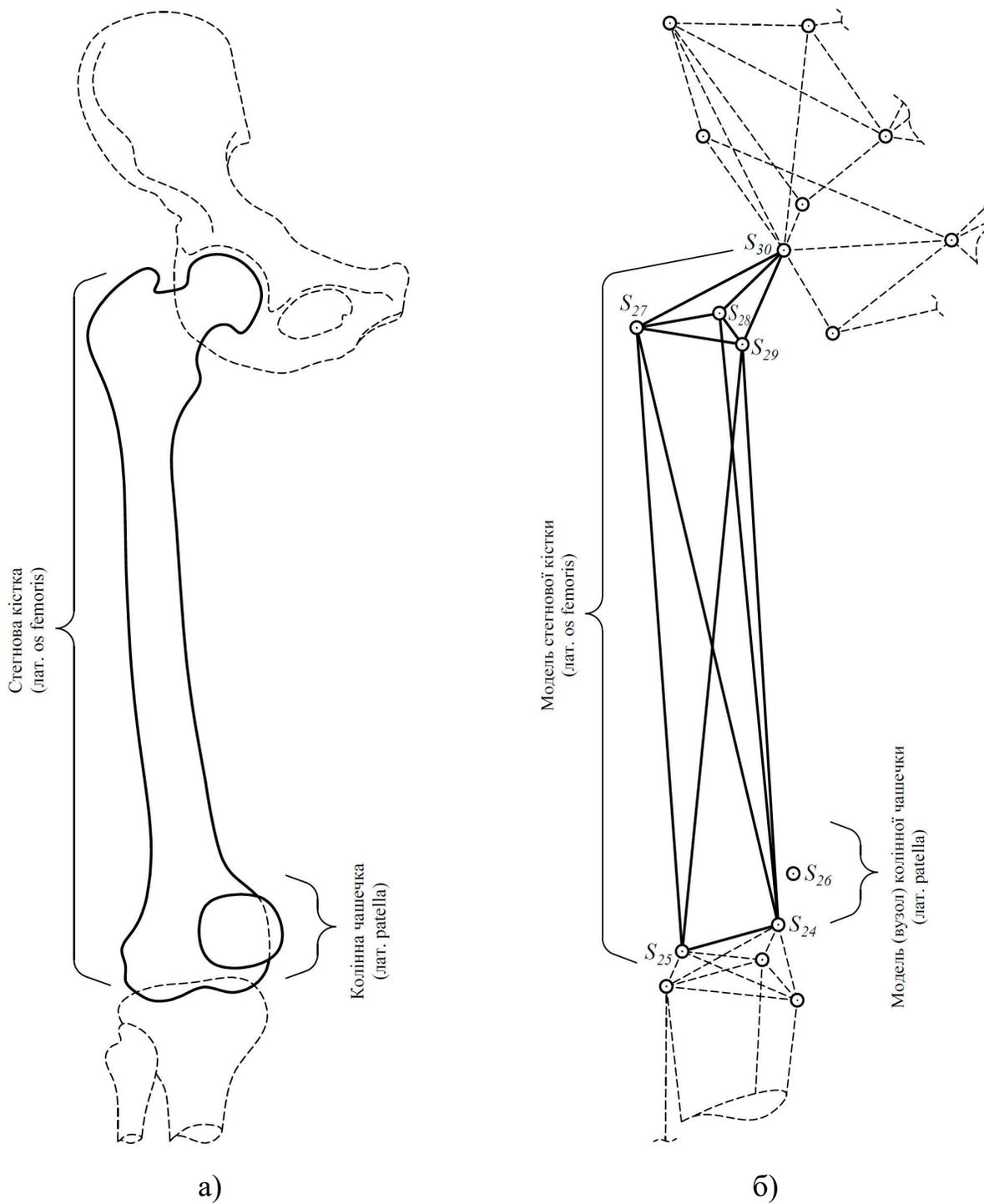
Інтерпретаційна модель малогомілкової кістки верхнім кінцем шарнірно приєднується до великогомілкової кістки із зовнішньої сторони (у вузлі S_{23}), а нижнім кінцем шарнірно приєднується до зовнішнього боку заплеснених кісток (у вузлі S_{15}) [48]. Одержаний фрагмент інтерпретаційної моделі із великогомілковою та малогомілковою кістками представлений на рисунку 3.26.



Примітка 1. а) зображення великогомілкової та малогомілкової кісток.

Примітка 2. б) інтерпретаційна стрижнева модель великогомілкової та малогомілкової кісток.

Рисунок 3.26 – Фрагмент інтерпретаційної стрижневої моделі великогомілкової та малогомілкової кісток [48]



Примітка 1. а) зображення колінної чашечки та стегнової кістки.

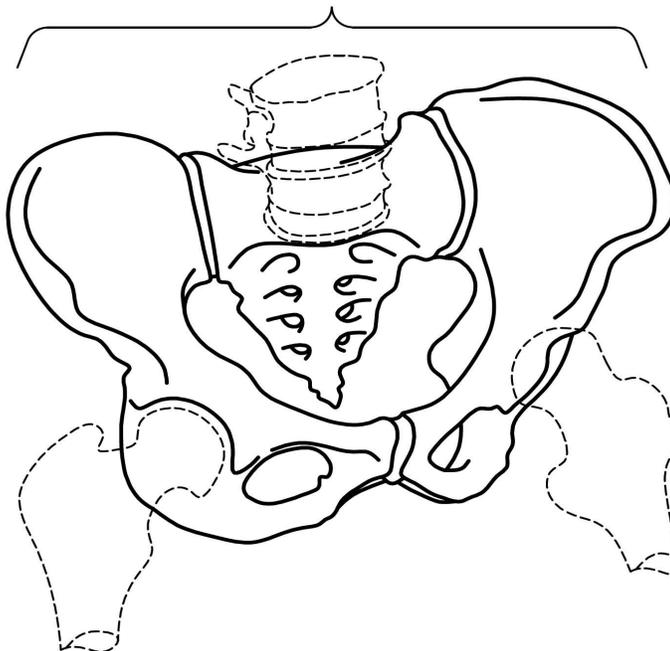
Примітка 2. б) інтерпретаційна стрижнева модель колінної чашечки та стегнової кістки.

Рисунок 3.27 – Фрагмент інтерпретаційної стрижневої моделі колінної чашечки та стегнової кістки [48]

Тут варто додати, що між фрагментами моделей великогомілкової та стегнової кісток мають бути додані хрящові сполучні тканини КС, які, виконуючи роль своєрідного демпферного шарніру, забезпечують плавність згинання ноги в коліні, пом'якшуючи надто різкі навантаження динамічного характеру. Відповідні тканини пропонується інтерпретувати пружними стрижнями $S_{21}S_{24}$, $S_{21}S_{25}$, $S_{22}S_{24}$, $S_{22}S_{25}$, $S_{23}S_{24}$ і $S_{23}S_{25}$.

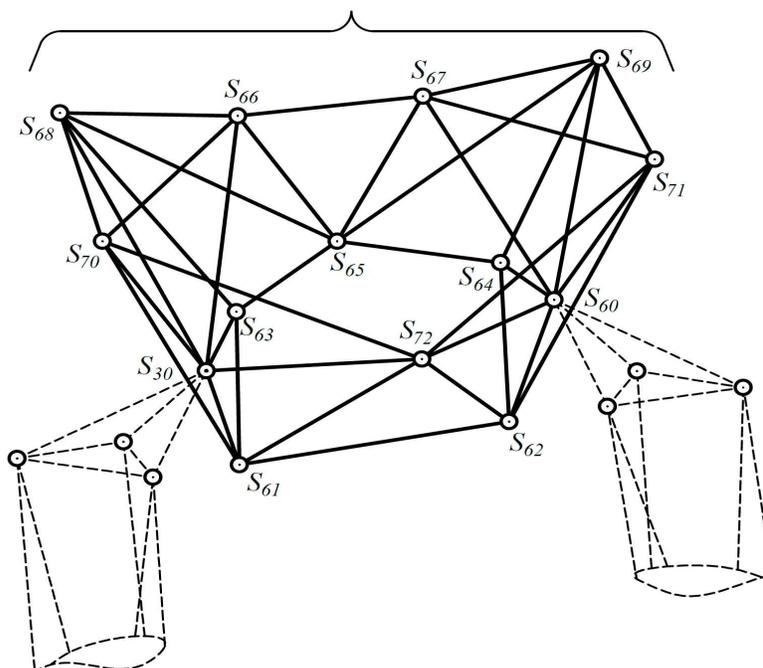
4. Рівень 4 – фрагмент інтерпретаційної стрижневої моделі кісток тазу. Кістки тазу ще називаються тазостегновими кістками або тазовими кістками (лат. *os coxae*). Кожна тазостегнова кістка утворена з трьох кісток: клубової кістки (лат. *os ilium*), сідничної кістки (лат. *os ischii*) та лобкової кістки (лат. *os pubis*). Таз також включає криж (лат. *os sacrum*) та куприк (лат. *os coccygis*). Ці кістки зростаються в районі вертлюжної западини, утворюючи єдиний анатомічний утвір. Забезпечення геометричної незмінюваності інтерпретаційної стрижневої моделі тазових кісток представляє собою особливо складну задачу, оскільки таз містить симетричний набір кісток у лівій та правій частині ОРА людини й має сполучатися через тазостегнові суглоби із обома нижніми кінцівками, водночас маючи достатньо вузлів для передачі навантажень від верхньої частини тіла, а також для можливості приєднання достатньої кількості м'язів у подальшому. Щоб уникнути довгих викладок зазначимо лише, що побудова відповідної моделі виконується шляхом утворення двох базових сполучених у вузлі S_{72} жорстких тіл, представлених тетраедрами $S_{30}S_{61}S_{70}S_{72}$ та $S_{60}S_{62}S_{71}S_{72}$ із покроковим приєднанням до них додаткових вузлів та ланок до досягнення геометричної незмінюваності й просторової жорсткості. В результаті пропонується зупинити процес побудови моделі кісток тазу на мінімально-необхідній комбінації вузлів і стрижнів, що утворюють просторову жорстку стрижневу систему $S_{30}S_{60}S_{61}S_{62}S_{63}S_{64}S_{65}S_{66}S_{67}S_{68}S_{69}S_{70}S_{71}S_{72}$, яка містить 14 вузлів, 36 стрижнів та задовольняє тотожності (3.44) [48]. Одержаний фрагмент інтерпретаційної моделі із кістками тазу представлений на рисунку 3.28.

Кістки тазу (лат. pelvis)



а)

Модель кісток тазу (лат. pelvis)



б)

Примітка 1. а) зображення кісток тазу.

Примітка 2. б) інтерпретаційна стрижнева модель кісток тазу.

Рисунок 3.28 – Фрагмент інтерпретаційної стрижневої моделі кісток тазу [48]

Варто зазначити, що відсутність послідовності у нумерації вузлів вище продемонстрованих фрагментів моделі пов'язана із парністю усіх кісток нижніх кінцівок. Відтак, для кращого розуміння інтерпретаційної моделі кісток нижньої частини ОРА людини, на рисунку 3.29 приведено повний набір дискретно представлених фрагментів кісток, що включає усі 72 вузли лівої та правої ніг, а також тазу людського тіла [48]. Тепер, маючи інтерпретаційні моделі усіх кісток нижньої частини ОРА людського тіла, перевіримо, чи виконується формула (3.44) для усіх чотирьох вищеописаних рівнів:

1) для кісток стопи, згідно зі запропонованою інтерпретаційною стрижневою моделлю (див. рис. 3.25 б. та 3.29), якщо не враховувати опорні вузли $S_{01}, S_{02}, S_{03}, S_{04}, S_{05}, S_{06}, S_{07}, S_{08}, S_{09}$ та S_{10} (так як, наприклад, для правої ноги у позиції людини стоячи вини із землею та вузлами S_{11}, S_{12} та S_{13} утворюють геометрично незмінювану систему), доцільно перевіряти лише незмінюваність фрагмента системи $S_{11}S_{12}S_{13}S_{14}S_{15}$ для правої ноги (в той час як для лівої ноги це буде фрагмент $S_{41}S_{42}S_{43}S_{44}S_{45}$), для якого кількість вузлів та стрижнів складає: $V = 5$ та $W = 9$, й рівність (3.44) виконується:

$$9 \geq 3 \cdot 5 - 6 = 9;$$

2) для інтерпретаційних стрижневих моделей малоомілкової та великоомілкової кісток (див. рис. 3.26 б. та 3.29), представлених лише одним стрижнем ($S_{15}S_{23}$ – для правої ноги, й $S_{45}S_{53}$ – для лівої ноги) та тетраедром ($S_{14}S_{21}S_{22}S_{23}$ – для правої ноги, й $S_{44}S_{51}S_{52}S_{53}$ – для лівої ноги) відповідно, матимемо наступні кількості вузлів та стрижнів: $V = 2$ та $W = 1$, а також $V = 4$ та $W = 6$; для обох випадків рівність (3.44) виконується:

$$1 \geq 3 \cdot 2 - 6 = 0,$$

$$6 \geq 3 \cdot 4 - 6 = 6;$$

тут же доцільно дослідити геометричну незмінюваність фрагментів інтерпретаційних моделей сухожилок колінних суглобів ($S_{21}S_{22}S_{23}S_{24}S_{25}$ та $S_{51}S_{52}S_{53}S_{54}S_{55}$ для правої та лівої ніг відповідно), що розміщуються між

великогомілковими й стегновими кістками; для даних фрагментів моделі $V = 5$ та $W = 10$, й рівність (3.44) виконується:

$$10 \geq 3 \cdot 5 - 6 = 9;$$

3) для інтерпретаційних стрижневих моделей стегнових кісток (див. рис. 3.28 б. та 3.29), представлених стрижневими системами $S_{24}S_{25}S_{27}S_{28}S_{29}S_{30}$ (для правої ноги) та $S_{54}S_{55}S_{27}S_{58}S_{59}S_{60}$ (для лівої ноги), що містять наступну кількість вузлів та стрижнів $V = 6$ та $W = 12$, рівність (3.44) виконується:

$$12 \geq 3 \cdot 6 - 6 = 12;$$

4) для інтерпретаційної стрижневої моделі тазових кісток (див. рис. 3.28 б. та 3.29), представленої стрижневою системою $S_{30}S_{60}S_{61}S_{62}S_{63}S_{64}S_{65}S_{66}S_{67}S_{68}S_{69}S_{70}S_{71}S_{72}$: $V = 14$ та $W = 36$; рівність (3.44) також виконується:

$$36 \geq 3 \cdot 14 - 6 = 36.$$

Очевидно, що хоч кожен фрагмент моделі, який інтерпретує кістки, є геометрично незмінюваним, ОРА людини дозволяє їй займати велике різноманіття анатомічно правильних поз. Це досягається за рахунок пружності та еластичності м'язів і сухожилків, які мають можливість видовжуватися й скорочуватися. Загалом, обмеження у варіаціях поз обумовлюються кількістю ступенів свободи та допустимими кутами повороту кісток у суглобах, які з точки зору механіки є шарнірними сполученнями [48].

Під час руху, й навіть коли людина стоїть нерухомо, м'язи врівноважують положення усіх елементів її ОРА, скорочуючись і призводячи до виникнення внутрішніх зусиль, що компенсують навантаження від власної ваги тіла та не дають йому втратити баланс. Ці зусилля, у свою чергу, спричиняють появу додаткових внутрішніх сил (окрім тих, що стали наслідком дії гравітації на масу частин тіла) у кістках моделі. При цьому, як правило, організм активізує не одну, а цілі групи м'язів.

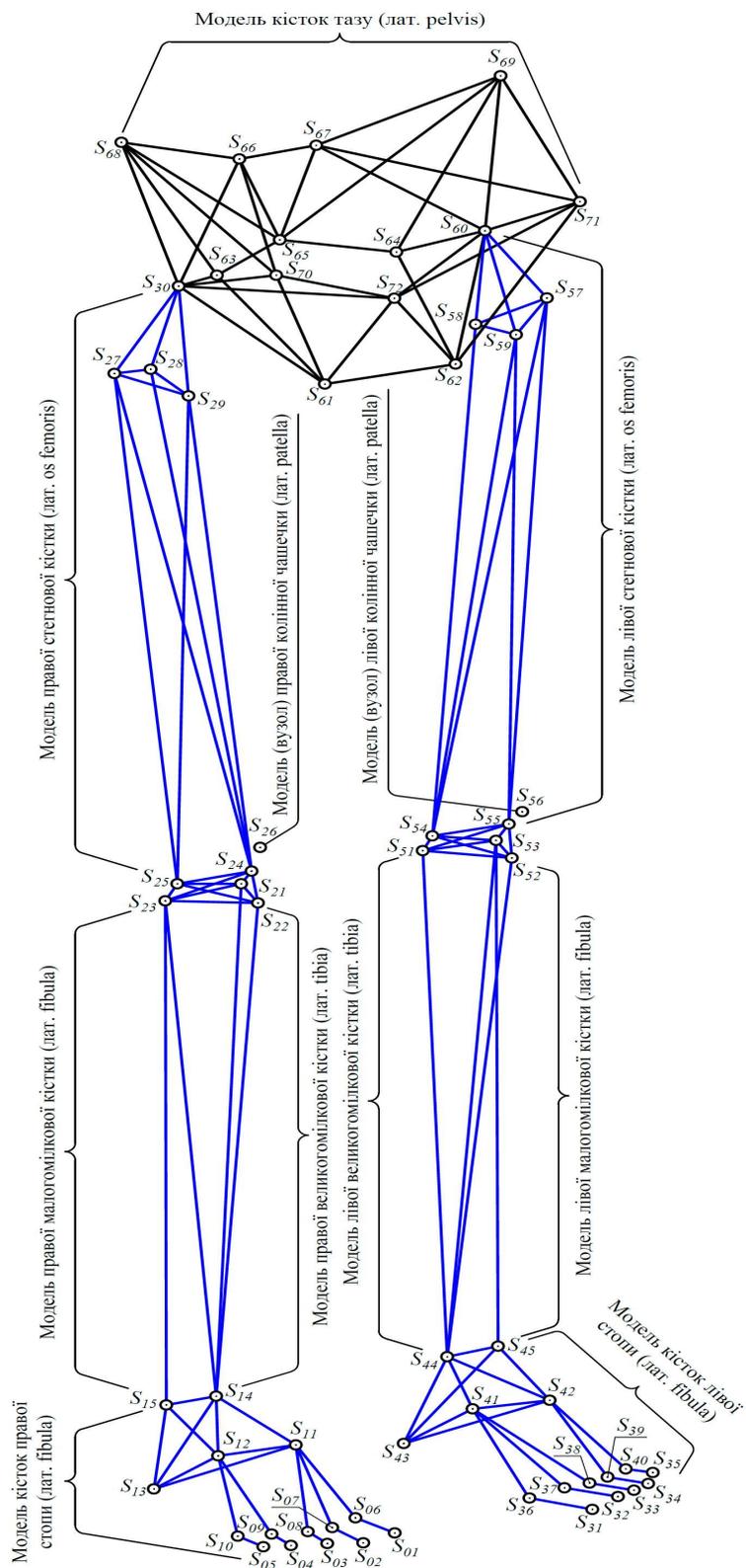


Рисунок 3.29 – Інтерпретаційна дискретно представлена модель кісток нижньої частини ОРА людини [48]

Зважаючи на те, що м'язам характерна більша пружність та еластичність, а також беручи до уваги те, що вони, на відміну від кісток, не повинні й не можуть працювати на стиск, пропонується інтерпретувати усі м'язи розтяжними ланками, що з механічної точки зору є аналогами тросів і працюють у межах пружних деформацій.

Звісно, зважаючи на велику кількість м'язів, що містяться у нижній частині ОРА людини, не всі вони можуть бути включені до моделі, а лише ті, які мають найбільше значення для підтримки стабільних положень людського тіла.

На рисунку 3.30 продемонстровано модель нижньої частини ОРА людини із нанесеними мінімально необхідними групами м'язів, зображеними умовними дугами (криволінійними лініями), які дозволяють утримувати тіло у стійких положеннях та підтримувати геометричну незмінюваність відповідної інтерпретаційної стрижневої моделі.

Дана модель містить наступну кількість вузлів та стрижнів (ланок/тросів) $V = 72$ та $W = 222$, та забезпечує виконання рівності (3.44):

$$222 \geq 3 \cdot 72 - 6 = 210.$$

На перший погляд може здатися, що так як $222 > 210$, то кількість стрижнів/ланок є надмірною, однак, у різних анатомічно правильних позах може бути задіяна різна кількість та комбінація м'язів. Доки одні м'язи задіяні, інші можуть перебувати у розслабленому стані.

Іншими словами, так як інтерпретаційна модель має бути універсальною для моделювання будь-яких анатомічно правильних поз нижньої частини людського тіла, топологія цієї моделі має залишатися незмінною (тобто, не можна вилучати і додавати стрижні/ланки при різних постановках задачі; більше того, людське тіло містить однаковий набір кісток і м'язів незалежно від пози у якій воно перебуває у той чи інший момент) [48].

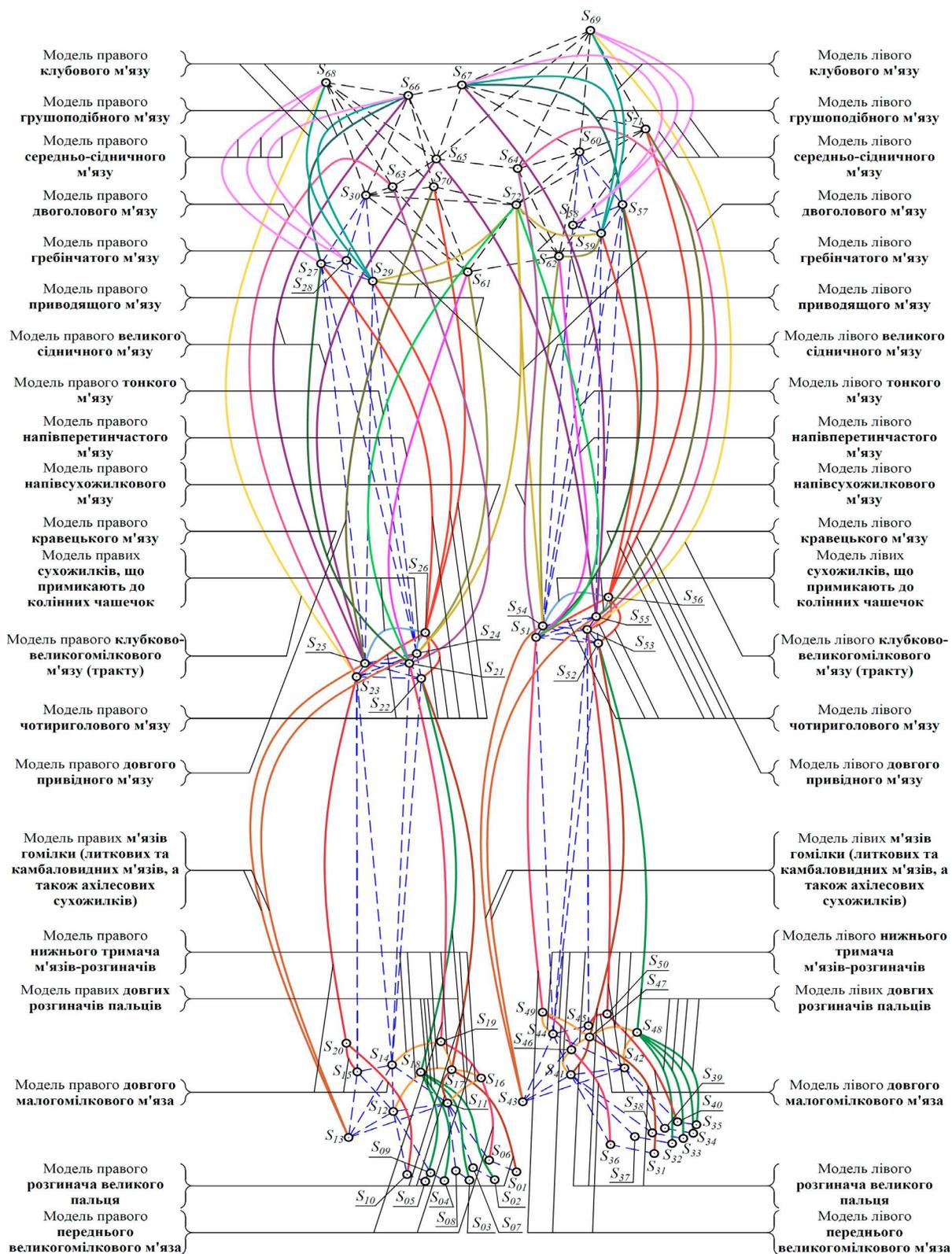


Рисунок 3.30 – Інтерпретаційна дискретна модель нижньої частини ОРА людини із усіма елементами [48], наведеними у таблиці П.1 (Додаток П)

Водночас, слід зазначити, що хоч деякі ланки, які інтерпретують м'язи, могли би й не бути відображеними у даній моделі, однак, це могло би призвести до неможливості здійснення деяких рухів, а також демонструвало би у подальшому некоректний розподіл внутрішніх зусиль у кістках, суглобах і самих м'язах. Необхідно підкреслити, що запропонована модель розробляється з метою подальшого наукового обґрунтування та формування практичних рекомендацій щодо застосування засобів ФТ та фітнесу у жінок з ожирінням і гоналгіями [21]. У зв'язку з цим модель орієнтована на визначення оптимальних шляхів підвищення сили м'язів-стабілізаторів, ключові з яких відображені в її структурі.

Для полегшення сприйняття рисунка 3.30 наведемо таблицю П.1 (Додаток П), що ілюструє відповідність усіх кісток та м'язів нижньої частини ОРА людини вузлам, стрижням та ланкам/тросам її інтерпретаційної дискретної моделі. І хоч на рисунку 15 стрижні та ланки/троси не пронумеровані, втім, у таблиці П.1 Додатку П ці номери наведені для оцінки кількості елементів моделі та їх систематизації [48].

Наведена у таблиці П.1 (Додаток П) інформація повністю описує топологію сітчастої інтерпретаційної моделі нижньої частини ОРА людини у дискретній формі, але не надає жодної інформації щодо принципів формування внутрішніх зусиль у стрижнях і ланках даної моделі.

Найбільший інтерес представляють саме значення внутрішніх зусиль у всіх елементах (ланках) моделі, оскільки вони дають можливість оцінити ступінь перевантаженості у суглобах, і в тому числі у колінних.

3.5 Визначення величини та комбінації м'язових зусиль, що можуть забезпечити відновлення біомеханіки опорно-рухового апарату осіб з ожирінням

Визначення внутрішніх зусиль виконується із використанням методів класичної механіки [5, 15] та методів чисельного моделювання компонентів НДС стрижневих систем [9, 68]. Однак, найпростішим та найбільш наочним із усіх цих

методів є метод вирізання вузлів, що може бути застосованим при умові, що усі сполучення ланок моделі є шарнірними, а у самих ланках діють лише поздовжні зусилля без згинальних або крутних моментів [5].

У роботі [30, 40] було запропоновано використовувати метод вирізання вузлів для вирішення задачі геометричного формоутворення дискретних образів плоских кривих та просторових оболонок; даний підхід отримав назву статико-геометричного методу прикладної геометрії. У роботі [46, 67] було запропоноване узагальнення статико-геометричного методу, що дозволило застосовувати його не лише для вирішення задач формоутворення, але й водночас прямих задач класичної механіки.

Згідно з [67] для опису статичної рівноваги геометрично незмінюваної просторової сітчастої структури необхідно скласти та розв'язати відносно координат усіх вільних (тобто, незафіксованих) вузлів її дискретної моделі систему з рівнянь рівноваги, які для кожного окремого i -го вузла $S_i(x_i, y_i, z_i)$, що сполучається із n суміжними вузлами, матиме наступний вигляд у векторній формі [48]:

$$\sum_{j=1}^n \bar{R}_{i,j} + \bar{\mathfrak{F}}_i = 0, \quad (3.45)$$

тут $\bar{\mathfrak{F}}_i$ та $\bar{R}_{i,j}$ – це відповідно рівнодійний вектор усіх сторонніх сил, прикладених до даного i -го вузла, а також вектор зусилля у довільному стрижні, що сполучає i -й вузол $S_i(x_i, y_i, z_i)$ із j -м вузлом $S_j(x_j, y_j, z_j)$. Вектор $\bar{\mathfrak{F}}_i$ можна записати у наступній формі:

$$\bar{\mathfrak{F}}_i = \mathfrak{F}_{x_i} \cdot \bar{\mathbf{e}}_x + \mathfrak{F}_{y_i} \cdot \bar{\mathbf{e}}_y + \mathfrak{F}_{z_i} \cdot \bar{\mathbf{e}}_z, \quad (3.46)$$

де вирази \mathfrak{F}_{x_i} , \mathfrak{F}_{y_i} і \mathfrak{F}_{z_i} це проєкції вектора $\bar{\mathfrak{F}}_i$ на осі просторової системи координат.

Вектор зусилля $\bar{R}_{i,j}$ може бути записаний у аналогічній формі:

$$\bar{R}_{i,j} = R_{x_{i,j}} \cdot \bar{\mathbf{e}}_x + R_{y_{i,j}} \cdot \bar{\mathbf{e}}_y + R_{z_{i,j}} \cdot \bar{\mathbf{e}}_z = R_{i,j} \cdot \bar{\boldsymbol{\delta}}_{i,j}, \quad (3.47)$$

де $R_{x_{i,j}}$, $R_{y_{i,j}}$ та $R_{z_{i,j}}$ – це компоненти вектору $\bar{R}_{i,j}$ у проєкціях на координатні осі, $R_{i,j}$ – абсолютна величина даного зусилля, що визначається за формулою:

$$R_{i,j} = \sqrt{R_{x_{i,j}}^2 + R_{y_{i,j}}^2 + R_{z_{i,j}}^2}, \quad (3.48)$$

а $\bar{\delta}_{i,j}$ – радіус-вектор, проведений від i -го до j -го вузла, що становить:

$$\bar{\delta}_{i,j} = [(x_j - x_i) \cdot \bar{\mathbf{e}}_x + (y_j - y_i) \cdot \bar{\mathbf{e}}_y + (z_j - z_i) \cdot \bar{\mathbf{e}}_z] / \delta_{i,j}. \quad (3.49)$$

У даній рівності $\delta_{i,j}$ – це абсолютна величина радіус-вектору $\bar{\delta}_{i,j}$, яка представляє собою довжину стрижня або ланки між i -м та j -м вузлами й визначається за наступною формулою [49]:

$$\delta_{i,j} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}. \quad (3.50)$$

У формулах (3.46), (3.47) та (3.49) вектори $\bar{\mathbf{e}}_x$, $\bar{\mathbf{e}}_y$, та $\bar{\mathbf{e}}_z$ – базисні одиничні вектори просторової системи координат [48].

Тотожність (3.45) може бути переписана у формі системи рівнянь, одержаних шляхом проєкціювання її векторних компонентів на координатні осі Ox , Oy і Oz :

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n R_{x_{i,j}} + \mathfrak{F}_{x_i} = 0, \\ \sum_{j=1}^n R_{y_{i,j}} + \mathfrak{F}_{y_i} = 0, \\ \sum_{j=1}^n R_{z_{i,j}} + \mathfrak{F}_{z_i} = 0. \end{cases} \quad (3.51)$$

Однак, беручи до уваги формули (3.46), (3.47) та (3.49), тотожність (3.45) може бути переписана у розгорнутій формі наступним чином [48]:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n (x_j - x_i) \cdot R_{i,j} / \delta_{i,j} + \mathfrak{F}_{x_i} = 0, \\ \sum_{j=1}^n (y_j - y_i) \cdot R_{i,j} / \delta_{i,j} + \mathfrak{F}_{y_i} = 0, \\ \sum_{j=1}^n (z_j - z_i) \cdot R_{i,j} / \delta_{i,j} + \mathfrak{F}_{z_i} = 0. \end{cases} \quad (3.52)$$

Система рівнянь (3.52) повністю визначає стан статичної рівноваги деякого i -го вільного вузла сітчастої структури, незалежно від її типу, будь то стрижнева конструкція, чи комбінована система зі стрижнів та ланок/тросів типу тенсегріті або біотенсегріті. Загальна система рівнянь типу (3.52), складена для усіх вільних вузлів моделі, повністю описує стан її статичної рівноваги під дією зовнішніх навантажень [48].

Водночас, якщо розв'язувати дану систему рівнянь відносно координат вільних вузлів моделі, за умови, що значення усіх вузлових навантажень \bar{F}_i та внутрішніх зусиль \bar{R}_{ij} у ланках відомі, то задача приводиться до формоутворення даної моделі під дією зовнішніх та внутрішніх сил. Такі задачі набули значного поширення у багатьох технічних галузях, зокрема у механіці, архітектурі та промисловому дизайні. Їх основною метою є визначення оптимальних форм деякої конструкції, яка має працювати під дією зовнішніх та внутрішніх впливів різноманітної природи. Заради справедливості слід зазначити, що розв'язання такої загальної системи рівнянь є досить складним завданням у зв'язку із її високою нелінійністю. Тож, для того, щоб спростити процес формоутворення інженери та науковці вдаються до так ітераційних методів розв'язання вищезгаданих систем. Наприклад, у роботі [67] пропонується вводити додаткову розрахункий параметр $\aleph_{i,j}$, який являє собою відношення значень абсолютного зусилля $R_{i,j}$ у стрижнях та ланках моделі до їх довжин $\delta_{i,j}$:

$$\aleph_{i,j} = R_{i,j} / \delta_{i,j} . \quad (3.53)$$

Така підстановка дозволяє на початковій стадії формоутворення задатися припущенням щодо очікуваних величин внутрішніх зусиль у елементах моделі, а потім на проміжних етапах розрахунків уточнювати ці значення. Однак, ще частіше, під час формоутворення, значення усіх $\aleph_{i,j}$ задаються сталими, як априорно задана інформація, і на основі цього отримується форма моделі із пропорційним розподілом внутрішніх зусиль по відношенню до довжин її елементів.

Підставляючи параметр $\aleph_{i,j}$ з тотожності (3.53) до системи (3.52), отримаємо наступну її модифіковану форму [48]:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n (x_j - x_i) \cdot \aleph_{i,j} + \mathfrak{F}_{x_i} = 0, \\ \sum_{j=1}^n (y_j - y_i) \cdot \aleph_{i,j} + \mathfrak{F}_{y_i} = 0, \\ \sum_{j=1}^n (z_j - z_i) \cdot \aleph_{i,j} + \mathfrak{F}_{z_i} = 0. \end{cases} \quad (3.54)$$

Після ітераційного розв'язання системи рівнянь типу (3.54) відносно координат вільних вузлів моделі, визначення внутрішніх зусиль $R_{i,j}$ у її елементах вже не представляє жодних складнощів, оскільки може бути здійснене виходячи з тотожності (3.53), а саме за формулою [48]:

$$R_{i,j} = \aleph_{i,j} \cdot \delta_{i,j}. \quad (3.55)$$

Таким чином, припущення (3.53) стає апіорною формоутворюючою умовою.

У випадку ж, коли мова йде про моделювання нижньої частини ОРА людини, ми не можемо собі дозволити вирішувати задачу формоутворення на основі припущень щодо величин розподілу внутрішніх зусиль по відношенню до довжин фрагментів інтерпретаційної моделі кісток та м'язів, оскільки саме ці внутрішні зусилля й цікавлять нас найбільше і в першу чергу тому, що ці зусилля дозволяють зрозуміти, на скільки перевантаженими є кістки та суглоби. Відтак, при описі роботи моделі необхідно, щоб величини внутрішніх зусиль $R_{i,j}$ або параметри $\aleph_{i,j}$ також були невідомими і визначалися в процесі моделювання.

Для того, щоб забезпечити виконання даної вимоги, проаналізуємо, які саме сили спричиняють виникнення загальних внутрішніх зусиль у стрижнях та ланках моделі, що інтерпретують кістки та м'язи відповідно. Внутрішні зусилля $R_{i,j}$ є результатом дії на вузли моделі двох типів сил:

1) зовнішніх сил, що інтерпретують силу впливу гравітаційного поля Землі на масу окремих частин тіла людини; дані сили позначаються векторами \vec{F}_i для кожного i -го вільного вузла моделі;

2) внутрішні зусилля (позначатимемо їх як $\lambda_{i,j}$ для довільного стрижня або ланки, що сполучає i -й та j -й вузли), спричинені скороченням м'язів для стабілізації того чи іншого положення ОРА людини.

Якщо позначити абсолютну величину того компоненту, який є наслідком протидії силі тяжіння, як $P_{i,j}$, то абсолютну величину результуючого зусилля у відповідному стрижні або ланці можна буде записати наступним чином [48]:

$$R_{i,j} = P_{i,j} + \lambda_{i,j}. \quad (3.56)$$

В дійсності, називати величини $R_{i,j}$, $P_{i,j}$ та $\lambda_{i,j}$ абсолютними не зовсім коректно, адже елементи моделі можуть працювати як на стиск, так і на розтяг, що в свою чергу може надавати усім цим величинам як від'ємного, так і додатного значень. Більше того, у деяких позах ОРА величини $P_{i,j}$ та $\lambda_{i,j}$ можуть взаємно компенсуватися призводячи до того, що величина $R_{i,j}$ буде дорівнювати 0.

З точки зору класичної механіки система, у якій виникають не лише внутрішні зусилля $P_{i,j}$, як наслідок зовнішніх впливів, але й внутрішні зусилля $\lambda_{i,j}$, є системою, що містить попередньо напружені елементи. Тепер, розуміючи це, сформулюємо умови, які необхідно накласти на відповідну модель для того, щоб її рівновага була стабільною під дією зовнішніх та внутрішніх зусиль, а також щоб кількість рівнянь системи рівноваги відповідала кількості невідомих. Перш за все, зазначимо, що умовою стабільності ОРА людини у кожній позі має бути незмінність довжин $\delta_{i,j}$ усіх стрижнів та ланок її інтерпретаційної моделі у кожній із цих поз. Тоді загальна геометрична незмінюваність моделі забезпечується її топологією та достатньою кількістю опорних вузлів. Таким чином, зважаючи на формулу (3.56), а також на необхідність збереження довжин $\delta_{i,j}$ рівними сталим наперед визначеним величинам $\delta_{0\ i,j} = \text{const}_{i,j}$, система рівнянь рівноваги деякого i -го вільного вузла, сполученого із суміжними n вузлами, набуде наступного вигляду:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n (x_j - x_i) \cdot (P_{i,j} + \lambda_{i,j}) / \delta_{i,j} + \mathfrak{F}_{x_i} = 0, \\ \sum_{j=1}^n (y_j - y_i) \cdot (P_{i,j} + \lambda_{i,j}) / \delta_{i,j} + \mathfrak{F}_{y_i} = 0, \\ \sum_{j=1}^n (z_j - z_i) \cdot (P_{i,j} + \lambda_{i,j}) / \delta_{i,j} + \mathfrak{F}_{z_i} = 0, \\ \delta_{i,j} = \delta_{0_{i,j}} \cdot (j = \overline{1, n}) \end{array} \right. \quad (3.57)$$

З системи рівнянь (3.57) очевидно, що у разі, якщо невідомими є і $P_{i,j}$, і $\lambda_{i,j}$ кількість рівнянь буде на n меншим, ніж кількість невідомих. Для того, щоб це виправити, можна скористатися тим же математичним прийомом, що й при геометричному формоутворенні, а саме зв'язати внутрішні зусилля $P_{i,j}$, що виникають під дією сили тяжіння, та довжини $\delta_{i,j}$ стрижів чи ланок, у яких ці зусилля виникають:

$$\aleph_{P_{i,j}} = P_{i,j} / \delta_{i,j} \dots \quad (3.58)$$

При цьому, параметри $\aleph_{P_{i,j}}$ доцільно задавати сталими перед початком кожної ітерації процесу числення та перевизначати перед кожним наступним ітераційним циклом, передбачаючи, що їхні значення будуть у подальшому урівноважені параметрами $\aleph_{\lambda_{i,j}}$ – відношенням $\lambda_{i,j}$ до $\delta_{i,j}$:

$$\aleph_{\lambda_{i,j}} = \lambda_{i,j} / \delta_{i,j} \dots \quad (3.59)$$

Таким чином, беручи до уваги формули (3.53), (3.56), (3.58) та (3.59), $\aleph_{i,j}$ набуває наступної форми:

$$\aleph_{i,j} = \aleph_{P_{i,j}} + \aleph_{\lambda_{i,j}} \dots \quad (3.60)$$

Також, зважаючи на рівності (3.58) та (3.59), а також (3.60), система (3.57) може бути переписана наступним чином:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n (x_j - x_i) \cdot (\aleph_{P_{i,j}} + \aleph_{\lambda_{i,j}}) + \mathfrak{F}_{x_i} = 0, \\ \sum_{j=1}^n (y_j - y_i) \cdot (\aleph_{P_{i,j}} + \aleph_{\lambda_{i,j}}) + \mathfrak{F}_{y_i} = 0, \\ \sum_{j=1}^n (z_j - z_i) \cdot (\aleph_{P_{i,j}} + \aleph_{\lambda_{i,j}}) + \mathfrak{F}_{z_i} = 0, \\ \delta_{i,j} = \delta_{0_{i,j}} \cdot (j = \overline{1, n}) \end{array} \right. \quad (3.61)$$

Якщо вважати, що параметри $\aleph_{P_{i,j}}$ приймаються сталими, то загальна кількість рівнянь системи рівноваги моделі r у будь-якій статичній позі дорівнюватиме сумі кількості координат вільних вузлів та параметрів $\aleph_{\lambda_{i,j}}$ й складатиметься із суми потроєної кількостей усіх вільних вузлів $3 \cdot w$ та кількості усіх стрижнів і ланок моделі v :

$$r = 3 \cdot w + v. \quad (3.62)$$

Таким чином, кількість невідомих дорівнюватиме кількості рівнянь, роблячи останню квадратною.

Однак, на даному етапі, запишемо дану систему без урахування формули (3.59):

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n (x_j - x_i) \cdot (\aleph_{P_{i,j}} + \lambda_{i,j} / \delta_{i,j}) + \mathfrak{F}_{x_i} = 0, \\ \sum_{j=1}^n (y_j - y_i) \cdot (\aleph_{P_{i,j}} + \lambda_{i,j} / \delta_{i,j}) + \mathfrak{F}_{y_i} = 0, \\ \sum_{j=1}^n (z_j - z_i) \cdot (\aleph_{P_{i,j}} + \lambda_{i,j} / \delta_{i,j}) + \mathfrak{F}_{z_i} = 0, \\ \delta_{i,j} = \delta_{0_{i,j}} \cdot (j = \overline{1, n}) \end{array} \right. \quad (3.63)$$

Для того, щоб у подальшому краще розуміти природу зв'язку перших трьох та четвертого рівняння системи (3.63), перепишемо її ще раз, відкривши другі дужки під знаками сум:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n \{(x_j - x_i) \cdot \aleph_{P_{i,j}} + [(x_j - x_i)/\delta_{i,j}] \cdot \lambda_{i,j}\} + \mathfrak{F}_{x_i} = 0, \\ \sum_{j=1}^n \{(y_j - y_i) \cdot \aleph_{P_{i,j}} + [(y_j - y_i)/\delta_{i,j}] \cdot \lambda_{i,j}\} + \mathfrak{F}_{y_i} = 0, \\ \sum_{j=1}^n \{(z_j - z_i) \cdot \aleph_{P_{i,j}} + [(z_j - z_i)/\delta_{i,j}] \cdot \lambda_{i,j}\} + \mathfrak{F}_{z_i} = 0, \\ \delta_{i,j} = \delta_{0_{i,j}} \cdot (j = \overline{1, n}) \end{array} \right. \quad (3.64)$$

Перш ніж продовжити аналіз системи (3.63) та принципи її застосування, розглянемо сітчасту інтерпретаційну модель, як результат умовної оптимізації багатокomпонентної системи [9]. Це дозволить продемонструвати правильність одержаної системи з механічної точки зору, довести її застосовність по відношенню до задачі моделювання компонентів НДС ОРА, а також підтвердити повноту щодо врахування усіх умов стійкості та геометричної незмінюваності моделі.

Для цього спершу повернемося до системи (3.54). Згідно із запропонованим у роботі [67] принципом, якщо на початкових кроках кожного з етапів моделювання параметри щільності внутрішніх зусиль $\aleph_{i,j}$ приймаються сталими величинами й їх варіювання протягом кожного з цих етапів не передбачається, то для можливості надання сітчастій структурі певних властивостей (наприклад, можливість зберігати форму під дією заданих навантажень) слід вдатися до знаходження умовних екстремумів деякої функції \mathfrak{R}_i з використанням невизначених коефіцієнтів Лагранжа [9].

Однак, для того, щоб мати можливість побудувати вищезгадану функцію, необхідно, щоб існувало таке єдине рівняння, диференціювання якого за параметрами варіювання дозволяє отримати кожне з рівнянь систем (3.52) або (3.54). У роботах [67, 68] було продемонстровано, що таке єдине рівняння має форму:

$$\sum_{j=1}^n R_{i,j} \cdot \delta_{i,j} - \varphi_i + G_i = 0, \quad (3.65)$$

або, враховуючи вираз (13):

$$\sum_{j=1}^n \mathfrak{K}_{i,j} \cdot \delta_{i,j}^2 - \varphi_i + G_i = 0, \quad (3.66)$$

де: φ_i – вузлове значення потенціалу формоутворюючих впливів (або незалежної цільової функції); G_i – деяка невизначена константа інтегрування.

Зауважимо, що у рівняннях (3.65) і (3.66) вузлове значення потенціалу формоутворюючих впливів φ_i є єдиним і вважається, що цей потенціал перебуває у градієнтному зв'язку із вузловим рівнодійним навантаженням:

$$\begin{cases} \mathfrak{S}_{x_i} = \partial \varphi_i / \partial x_i, \\ \mathfrak{S}_{y_i} = \partial \varphi_i / \partial y_i, \\ \mathfrak{S}_{z_i} = \partial \varphi_i / \partial z_i. \end{cases} \quad (3.67)$$

У випадку ж, якщо додаткових умов формоутворення (та, відповідно, розподілу внутрішніх зусиль) не одна, а декілька (припустимо, що для кожного i -го вільного вузла кількість таких умов складає t_i), тоді кожна умова описуватиметься окремою додатковою потенціальною функцією $\xi_{i,h}$:

$$\xi_{i,h} = \zeta_{i,h}(x_i, y_i, z_i) = 0, \quad (h = \overline{1, t_i}) \quad (3.68)$$

де h – порядковий номер умови-функції $\xi_{i,h}$, якій мають задовільняти координати i -го вільного вузла з множини вузлів w , чії положення можуть змінюватися.

Внесок від впливу на положення та стійкість деякого i -го вузла t_i додаткових функцій тепер повинен обумовлюватися деякими додатковими параметрами варіювання у зв'язку із тим, що сума неповторюваних умов для усіх вільних вузлів (із множин t_i) складатиме (як ми це вже вище встановили) v , адже саме це число відповідає кількості стрижнів та ланок моделі, тоді як кількість рівнянь рівноваги вільних вузлів складе лише $3 \cdot w$ із загальної кількості r системи рівнянь типу (3.64).

Для того, щоб збалансувати кількість рівнянь та невідомих системи введемо до кожної з додаткових функцій $\xi_{i,h}$ множники $\lambda_{i,h}$, що називаються невизначеними коефіцієнтами Лагранжа. Зважаючи на те, що до кожного вузла буде віднесено множину із t_i додаткових потенціальних функцій $\xi_{i,h}$, а також беручи до уваги те, що кожен коефіцієнт $\lambda_{i,h}$ в процесі числення може набувати як додатного, так і від'ємного значення, запишемо ліві частини рівнянь (3.65) і (3.66) відповідно в більш універсальній та узагальненій формі функцій Лагранжа \mathfrak{R}_i (нехтуючи при цьому наявними у рівняннях (3.65) і (3.66) константами інтегрування G_i , оскільки, як буде очевидно з подальших математичних викладок, ці константи все одно будуть скорочені під час диференціювання):

$$\mathfrak{R}_i = \sum_{j=1}^n P_{i,j} \cdot \delta_{i,j} + \sum_{h=1}^{t_i} \lambda_{i,h} \cdot \xi_{i,h} - \Phi_i, \quad (3.69)$$

або, враховуючи вираз (13):

$$\mathfrak{R}_i = \sum_{j=1}^n \aleph_{i,j} \cdot \delta_{i,j}^2 + \sum_{h=1}^{t_i} \lambda_{i,h} \cdot \xi_{i,h} - \Phi_i. \quad (3.70)$$

Маючи, функції Лагранжа (3.69) і (3.70), можемо здійснити остаточне формування системи рівнянь рівноваги деякого i -го вільного вузла моделі із урахуванням накладених умов її геометричної незмінюваності, шляхом визначення екстремумів даних функцій. При цьому, мінімум функції слід визначати шляхом порівнювання до нуля усіх часткових похідних цієї функції за параметрами варіювання, якими є координати i -го вузла (x_i , y_i та z_i), а також нововведені коефіцієнти $\lambda_{i,h}$. Тобто:

$$\begin{cases} \partial \mathfrak{R}_i / \partial x_i = 0, \\ \partial \mathfrak{R}_i / \partial y_i = 0, \\ \partial \mathfrak{R}_i / \partial z_i = 0, \\ \partial \mathfrak{R}_i / \partial \lambda_{i,h} = 0. (h = \overline{1, t_i}) \end{cases} \quad (3.71)$$

Скористаємося саме функцією (3.69), так як вона не містить штучну заміну змінної (3.53) та дозволить спростити усі подальші математичні перетворення.

Підставляючи (3.69) до (3.71) отримаємо:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n P_{i,j} \cdot (\partial \delta_{i,j} / \partial x_i) + \sum_{h=1}^{t_i} \lambda_{i,h} \cdot (\partial \xi_{i,h} / \partial x_i) - \partial \varphi_i / \partial x_i = 0, \\ \sum_{j=1}^n P_{i,j} \cdot (\partial \delta_{i,j} / \partial y_i) + \sum_{h=1}^{t_i} \lambda_{i,h} \cdot (\partial \xi_{i,h} / \partial y_i) - \partial \varphi_i / \partial y_i = 0, \\ \sum_{j=1}^n P_{i,j} \cdot (\partial \delta_{i,j} / \partial z_i) + \sum_{h=1}^{t_i} \lambda_{i,h} \cdot (\partial \xi_{i,h} / \partial z_i) - \partial \varphi_i / \partial z_i = 0, \\ \xi_{i,h} = 0. \quad (h = \overline{1, t_i}) \end{array} \right. \quad (3.72)$$

Водночас, додаткові функції геометричної незмінюваності моделі $\xi_{i,h}$ мають забезпечувати наперед визначені (тією чи іншою позою ОРА) положення усіх її вузлів. Це у свою чергу повинне призводити до того, що різниці між розрахунковими ($\delta_{i,j}$) та очікуваними ($\delta_{0 i,j}$) довжинами усіх ν стрижнів та ланок моделі, які є інцидентними кожному вільному i -му вузлу, мають бути рівними нулю, тобто має виконуватися рівність:

$$\delta_{i,j} - \delta_{0 i,j} = 0, \quad (j = \overline{1, n}), \quad (3.73)$$

де значення очікуваної довжини $\delta_{0 i,j}$ визначається на основі координат відповідних i -го та j -го вузлів у визначених точках простору $S_{0 i}(x_{0 i}, y_{0 i}, z_{0 i})$ та $S_{0 j}(x_{0 j}, y_{0 j}, z_{0 j})$:

$$\delta_{0 i,j} = \sqrt{(x_{0 j} - x_{0 i})^2 + (y_{0 j} - y_{0 i})^2 + (z_{0 j} - z_{0 i})^2} = \text{const}_{i,j}. \quad (3.74)$$

Але, якщо рівності (3.68) та (3.73) є тотожними, то з цього випливає, що кількість додаткових накладених на кожен i -й вільний вузол умов t_i має відповідати кількості n вузлів, суміжних із досліджуваним i -м вузлом.

Таким чином, індекси h можуть бути замінені на j , а вираз (3.68) може бути записаний у наступній формі:

$$\xi_{i,j} = \zeta_{i,j}(x_i, y_i, z_i) = \delta_{i,j} - \delta_{0_{i,j}} = 0, (j = \overline{1, n}). \quad (3.75)$$

Тепер, підставляючи (3.75) до (3.72), ми отримаємо:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n P_{i,j} \cdot (\partial \delta_{i,j} / \partial x_i) + \sum_{j=1}^n \lambda_{i,j} \cdot (\partial \delta_{i,j} / \partial x_i) - \partial \varphi_i / \partial x_i = 0, \\ \sum_{j=1}^n P_{i,j} \cdot (\partial \delta_{i,j} / \partial y_i) + \sum_{j=1}^n \lambda_{i,j} \cdot (\partial \delta_{i,j} / \partial y_i) - \partial \varphi_i / \partial y_i = 0, \\ \sum_{j=1}^n P_{i,j} \cdot (\partial \delta_{i,j} / \partial z_i) + \sum_{j=1}^n \lambda_{i,j} \cdot (\partial \delta_{i,j} / \partial z_i) - \partial \varphi_i / \partial z_i = 0, \\ \delta_{i,j} - \delta_{0_{i,j}} = 0, (j = \overline{1, n}), \end{array} \right. \quad (3.76)$$

або, після спрощень:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n [(P_{i,j} + \lambda_{i,j}) \cdot (\partial \delta_{i,j} / \partial x_i)] - \partial \varphi_i / \partial x_i = 0, \\ \sum_{j=1}^n [(P_{i,j} + \lambda_{i,j}) \cdot (\partial \delta_{i,j} / \partial y_i)] - \partial \varphi_i / \partial y_i = 0, \\ \sum_{j=1}^n [(P_{i,j} + \lambda_{i,j}) \cdot (\partial \delta_{i,j} / \partial z_i)] - \partial \varphi_i / \partial z_i = 0, \\ \delta_{i,j} = \delta_{0_{i,j}}, (j = \overline{1, n}). \end{array} \right. \quad (3.77)$$

Часткові похідні у перших трьох рівняннях системи (37) становитимуть:

$$\begin{aligned} \partial \delta_{i,j} / \partial x_i &= \partial \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2} / \partial x_i = \\ &= \partial [(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2]^{1/2} / \partial x_i = \\ &= -(1/2) \cdot [(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2]^{-1/2} \cdot [2 \cdot (x_j - x_i)] = \\ &= -(x_j - x_i) / \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2} = -(x_j - x_i) / \delta_{i,j}, \end{aligned} \quad (3.78)$$

й по аналогії до (38) для $\partial \delta_{i,j} / \partial y_i$ та $\partial \delta_{i,j} / \partial z_i$:

$$\partial \delta_{i,j} / \partial y_i = -(y_j - y_i) / \delta_{i,j}, \quad (3.79)$$

$$\partial \delta_{i,j} / \partial z_i = -(z_j - z_i) / \delta_{i,j}. \quad (3.80)$$

Враховуючи вирази (3.78) – (3.80), а також вирази (3.69), система (3.77) може бути переписана наступним чином:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n (P_{i,j} + \lambda_{i,j}) \cdot (x_j - x_i) / \delta_{i,j} + \mathfrak{F}_{x_i} = 0, \\ \sum_{j=1}^n (P_{i,j} + \lambda_{i,j}) \cdot (y_j - y_i) / \delta_{i,j} + \mathfrak{F}_{y_i} = 0, \\ \sum_{j=1}^n (P_{i,j} + \lambda_{i,j}) \cdot (z_j - z_i) / \delta_{i,j} + \mathfrak{F}_{z_i} = 0, \\ \delta_{i,j} = \delta_{0,i,j} \cdot (j = \overline{1, n}) \end{cases} \quad (3.81)$$

Одержана система рівнянь (3.81) повністю еквівалентна системі (3.57), а значить і системі (3.64). Це доводить, що система (2.64) є результатом умовної оптимізації сітчастої структури, що інтерпретує ОРА людини, й вказує на повноту цієї системи з точки зору врахування усіх умов стійкості та геометричної незмінюваності моделі.

Розуміючи це, запишемо повну систему рівнянь рівноваги та стану ОРА людини як біотенсегриті моделі на основі системи (3.64).

Дана система міститиме $3 \cdot w$ рівнянь рівноваги вільних вузлів моделі, кожен i -й із яких сполучатиметься із n_i іншими вузлами моделі, а також v рівнянь геометричної незмінюваності (або стану стійкості) її елементів, що представлятимуть собою функції довжин для відповідної кількості стрижнів та ланок (при цьому для спрощення замість двох індексів біля позначення кожної довжини $\delta_{i,j}$ застосовуватимемо по одному індексу δ_k).

Отже, остаточна повна система у найбільш узагальненій формі матиме наступний вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l}
\sum_{j=1}^{n_1} \{(x_j - x_1) \cdot \aleph_{P_{1,j}} + [(x_j - x_1)/\delta_{1,j}] \cdot \lambda_{1,j}\} + \mathfrak{F}_{x_1} = 0, \\
\sum_{j=1}^{n_2} \{(x_j - x_2) \cdot \aleph_{P_{2,j}} + [(x_j - x_2)/\delta_{2,j}] \cdot \lambda_{2,j}\} + \mathfrak{F}_{x_2} = 0, \\
\vdots \\
\sum_{j=1}^{n_w} \{(x_j - x_w) \cdot \aleph_{P_{w,j}} + [(x_j - x_w)/\delta_{w,j}] \cdot \lambda_{w,j}\} + \mathfrak{F}_{x_w} = 0, \\
\sum_{j=1}^{n_1} \{(y_j - y_1) \cdot \aleph_{P_{1,j}} + [(y_j - y_1)/\delta_{1,j}] \cdot \lambda_{1,j}\} + \mathfrak{F}_{y_1} = 0, \\
\sum_{j=1}^{n_2} \{(y_j - y_2) \cdot \aleph_{P_{2,j}} + [(y_j - y_2)/\delta_{2,j}] \cdot \lambda_{2,j}\} + \mathfrak{F}_{y_2} = 0, \\
\vdots \\
\sum_{j=1}^{n_w} \{(y_j - y_w) \cdot \aleph_{P_{w,j}} + [(y_j - y_w)/\delta_{w,j}] \cdot \lambda_{w,j}\} + \mathfrak{F}_{y_w} = 0, \\
\sum_{j=1}^{n_1} \{(z_j - z_1) \cdot \aleph_{P_{1,j}} + [(z_j - z_1)/\delta_{1,j}] \cdot \lambda_{1,j}\} + \mathfrak{F}_{z_1} = 0, \\
\sum_{j=1}^{n_2} \{(z_j - z_2) \cdot \aleph_{P_{2,j}} + [(z_j - z_2)/\delta_{2,j}] \cdot \lambda_{2,j}\} + \mathfrak{F}_{z_2} = 0, \\
\vdots \\
\sum_{j=1}^{n_w} \{(z_j - z_w) \cdot \aleph_{P_{w,j}} + [(z_j - z_w)/\delta_{w,j}] \cdot \lambda_{w,j}\} + \mathfrak{F}_{z_w} = 0, \\
\delta_1 = \delta_{0_1}, \\
\delta_2 = \delta_{0_2}, \\
\vdots \\
\delta_v = \delta_{0_v}.
\end{array} \right. \quad (3.82)$$

Система рівнянь (3.82) має високу нелінійність, а тому для її розв'язання слід застосовувати багатоциклічне ітераційне числення.

Спираючись на усе вищезазначене, сформулюємо алгоритм застосування системи рівнянь (3.82) для визначення внутрішніх зусиль у елементах (стрижнях та ланках) моделі ОРА.

1. Спираючись на результати біоімпедансного аналізу маси досліджуваної людини, обчислюємо значення зовнішніх сил $\bar{\mathfrak{F}}_i$ для кожного i -го вільного вузла моделі, що інтерпретують сили впливу гравітаційного поля Землі на масу m_i окремих частин тіла (віднесених до відповідних вузлів моделі); дані сили є суто вертикальними в масштабах моделі, а тому формула (3.46) може бути спрощена наступним чином:

$$\bar{\mathfrak{F}}_i = \mathfrak{F}_{x_i} \cdot \bar{\mathbf{e}}_x + \mathfrak{F}_{y_i} \cdot \bar{\mathbf{e}}_y + \mathfrak{F}_{z_i} \cdot \bar{\mathbf{e}}_z = 0 \cdot \bar{\mathbf{e}}_x + 0 \cdot \bar{\mathbf{e}}_y + \mathfrak{F}_{z_i} \cdot \bar{\mathbf{e}}_z = \{0 \quad 0 \quad \mathfrak{F}_{z_i}\}^T, \quad (3.83)$$

де складова сили тяжіння \mathfrak{F}_{z_i} обчислюється за загальновідомою формулою [40]:

$$\mathfrak{F}_{z_i} = -m_i \cdot g; \quad (3.84)$$

тут g – прискорення вільного падіння; знак « $-$ » у правій частині рівняння вказує на те, що сила тяжіння напрямлена у напрямку, протилежному до напрямку вертикальної осі Oz .

Варто зазначити, що векторні складові \mathfrak{F}_{x_i} , і \mathfrak{F}_{y_i} також можуть задані ненульовими, щоправда лише у разі, якщо необхідно буде враховувати вплив бічних навантажень, таких як пориви вітру, бічний тиск від тренажерів або інші сторонні горизонтальні сили, що діятимуть на ОРА людини.

2. Використовуючи координати вузлів моделі, визначаємо довжини δ_{0ij} усіх стрижнів та ланок у заданій позі ОРА за формулою (3.74).

3. Задаємо наближені початкові величини внутрішніх силових компонентів P_{ij} у стрижнях та ланках моделі, спираючись на орієнтовні значення зусиль супротиву силам тяжіння, що виникають як результат взаємодії маси вище розміщених частин тіла із гравітаційним полем Землі.

У найпростішому випадку, для визначення цих зусиль у стрижнях моделі, можна просто розділити суми або півсуми (залежно від того, про які саме кістки йде мова: кістки тазу або кістки ніг) сил тяжіння вище розташованих частин тіла на кількість стрижнів, що інтерпретують ту чи іншу досліджувану кістку; величини початкових внутрішніх зусиль для ланок/тросів, що інтерпретують м'язи і сухожилки, можна визначати як протилежні за знаками і аналогічні за абсолютними величинами значення внутрішніх зусиль у прилеглих стрижнях кісток.

У будь-якому випадку, ці компоненти внутрішніх зусиль можуть бути задані лише орієнтовними й не мають високого значення, оскільки все одно балансуватимуться додатковими зусиллями $\lambda_{i,j}$ у процесі подальшого моделювання роботи ОРА.

4. Визначаємо параметри $\aleph_{P_{i,j}}$ за формулою (3.58), задаючи їх як сталі величини на даному циклі ітерації числення. Кожен наступний цикл інтеграційного числення передбачає перезадання даного параметру, враховуючи стабілізовані в кінці кожного циклу значення довжин $\delta_{i,j}$.

5. Складаємо та розв'язуємо систему рівнянь (3.82) із застосуванням ітераційного числення.

Кожен етап розв'язання даної системи представлятиме собою окремий цикл ітерацій. Такий ітераційний цикл має тривати доти, доки поточне значення абсолютної похибки числення $\sigma^{(t)}$ не стане меншим або не дорівнюватиме деякому заздалегідь встановленому значенню ε :

$$\varepsilon \geq \sigma^{(t)} = \max_{i=1}^w (|x_i^{(t)} - x_i^{(t-1)}|, |y_i^{(t)} - y_i^{(t-1)}|, |z_i^{(t)} - z_i^{(t-1)}|), \quad (3.85)$$

тут t – порядковий номер ітераційного циклу.

Результат розв'язання системи рівнянь (3.82) представляє собою суму множини з $3 \cdot w$ координат вільних вузлів моделі (x_i , y_i й z_i), а також множини з v множників $\lambda_{i,h}$ (загалом r невідомих параметрів).

6. Визначаємо поточні значення повних внутрішніх зусиль у стрижнях та ланках моделі R_{ij} на підставі початково заданих величин P_{ij} та обчислених на поточному циклі ітераційного числення параметрів λ_{ij} , використовуючи рівність (3.56).

7. Маючи обчислені координати вільних вузлів, уточнюємо поточні значення довжин δ_{ij} усіх стрижнів та ланок моделі, а також параметрів $\aleph_{P_{ij}}$ за формулою (3.58). Ці значення слід підставляти до рівнянь рівноваги системи (3.82) на наступному циклі ітераційного числення.

8. Обчислюємо поточні значення параметрів $\aleph_{\lambda_{ij}}$, використовуючи тотожність (3.59).

9. Обчислюємо поточні значення параметрів \aleph_{ij} , використовуючи тотожність (3.53).

10. Повторюємо пункти 4 – 9 даного алгоритму доти, доки максимальні абсолютні похибки σ між значеннями параметрів x_i, y_i, z_i та $\lambda_{i,h}$ на поточному та попередньому ітераційних циклах (по аналогії до формули (3.85), але застосованої не в межах одного ітераційного циклу, а між окремими циклами) не дорівнюватимуть або не стануть меншими від деякої наперед заданої величини η .

11. Виконуємо контроль збіжності циклічного ітераційного числення шляхом візуального аналізу зміни графіку залежності максимальних абсолютних похибок σ величин x_i, y_i, z_i, R_{ij} та \aleph_{ij} у залежності від порядкового номера циклу ітераційного числення.

Повну систему рівнянь типу (3.82), що описує стан статичної рівноваги нижньої частини ОРА людини наведено у Додатку Р для скорочення обсягу математичних викладок у тексті даного розділу.

Окрім того, приклад вихідних координат вузлів та результатів розрахунків внутрішніх зусиль у всіх елементах моделі ОРА для пози, у якій людина перебуває стоячи прямо на обох ногах, наведено у Додатках С і Т відповідно.

Візуалізацію одержаної моделі, стабілізованої під дією сил тяжіння власної маси, а також завдяки внутрішнім напруженням м'язів, задіяних для урівноваження ОРА у відповідні позі, представлено у кількох ракурсах на рисунку 3.31.

Даний приклад було обчислено на основі використання вищеописаного алгоритму та за даними однієї із досліджуваних жінок шляхом біоімпедансного аналізу маси її тіла.

Розглянемо логіку застосування результатів біоімпедансного аналізу маси тіла людини під час визначення зусиль, що прикладаються до вузлів моделі, передаючи на неї сили тяжіння, спричинені дією поля гравітації Землі.

Як уже зазначалося у 1-му та 2-му розділах, біоімпедансний аналіз дає числову оцінку складу тіла та (у багатьох алгоритмах/протоколах та пристроях) – масу сегментів або масово-часткові характеристики, за якими маси відповідних сегментів можуть бути визначені опосередковано.

При формуванні навантажень на модель біотенсегриті ключовим є не розподілення ваги по довжині стрижнів, а, натомість, представлення її у вигляді вузлових концентрованих сил \bar{F}_i . І це є ключовим принципом урахування навантажень від власної ваги тіла, оскільки лише в такому випадку у стрижнях/тросах моделі не виникає згинальних моментів від розподілених навантажень.

Окрім того, саме завдяки такому підходу рівняння рівноваги вузлів системи (3.82) коректно застосовні у безмоментній постановці (тенсегриті/біотенсегриті) й саме у векторній формі компоненти \bar{F}_i можуть бути включені у відповідні рівняння.

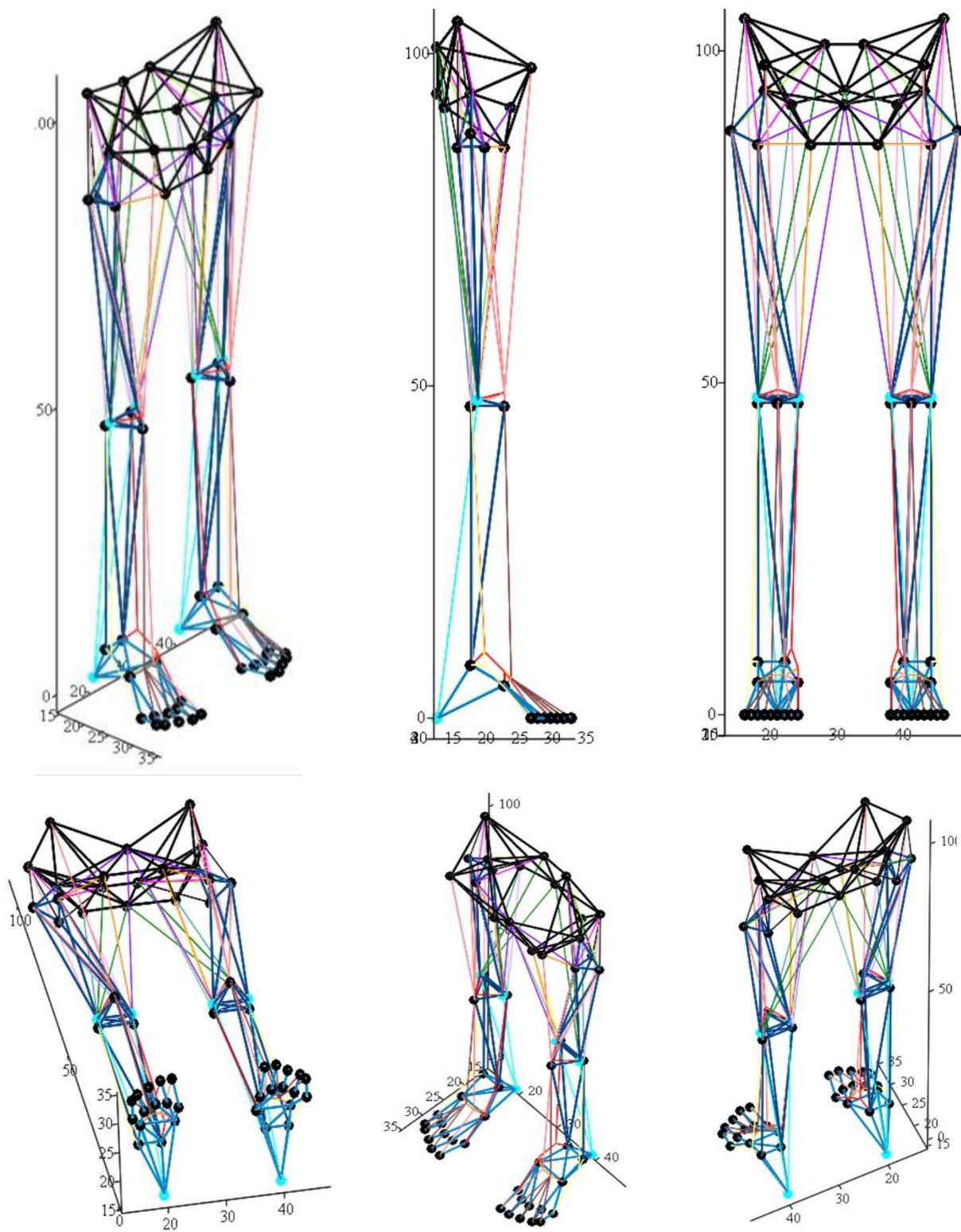


Рисунок 3.31 – Візуалізація дискретної моделі нижньої частини ОРА, рівновага якої описується системою рівнянь типу (3.82)

Одним із найважливіших кроків процесу передачі навантажень від маси тіла на ОРА є узгодження сегментів даного тіла з визначеними вузлами його дискретної моделі. Вузли, які сприйматимуть сили тяжіння називатимемо «гравітаційними вузлами». У даній дискретній моделі усі вузли представляють собою або точки прикладання сил/реакцій, або точки з'єднання ланок. Тому для передачі ваги кожного сегмента треба визначити конкретний(і) вузол(и), який(і) інтерпретує(ють) шлях передачі цієї ваги вниз по іншим сполученим елементам ОРА. Практично це означає, що для кожного сегмента, чия маса відома (або обчислюється за результатами біоімпедансного аналізу), має бути задано:

1) один вузол прикладання (якщо сегмент «прив'язаний» до конкретної кістково-суглобової ділянки), або

2) два або декілька вузлів із визначеними відсотковими частками α , якщо потрібно «розкласти» вагу між двома і більше точками передачі (наприклад, між лівою/правою гілкою таза чи між двома точками моделі однієї кістки тощо).

Слід пам'ятати, що модель також має враховувати вплив навантажень, які безпосередньо не входять до моделі (у зв'язку із її обмеженістю нижньою частиною ОРА), однак вага яких передається на кістки тазу через поперек, м'язи спини й живота, а також діафрагму черевної порожнини. Тобто, вага фрагменту системи «голова-руки-тулуб» зводиться до еквівалентних зосереджених сил у вузлах тазу, що є «гравітаційними вузлами» для навантаження нижньої частини моделі ОРА. Відтак, біотенсегріті-модель нижньої частини ОРА може коректно працювати навіть без явної інтерпретації геометрії тулуба, але за умови правильного вузлового прикладання рівнодійних сил через таз.

Беручи до уваги усе вищезазначене, сформулюємо тристадійний алгоритм визначення та прикладання вузлових навантажень до моделі нижньої частини ОРА.

1. Формування вхідних даних. На основі біоімпедансного аналізу встановлюємо загальну масу тіла M , маси окремих його сегментів m_{Ω} та їхніх комбінацій $M_{\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_L}$. Враховуючи те, що глобальна система координат моделі $Oxuz$

має вертикально напрямлену вісь Oz , а сила тяжіння діє до низу (у напрямку, протилежному цій осі), усі сили, еквівалентні силам тяжіння, що будуть прикладені до «гравітаційних вузлів», будуть мати лише один векторний компонент $\mathfrak{Z}_z i$.

2. Встановлення відповідності між сегментами тіла та вузлами моделі.

Формуємо набори відповідності кожного a -го сегменту Ω_a тіла вузлам S_i моделі, що сприйматимуть маси m_{i_a} віднесені до них у відсоткових частках ψ_{i_a} від маси сегменту M_a відповідного сегменту. У математичній формалізованій формі такі відповідності матимуть вид:

$$\Omega_a \Rightarrow \{(S_1, \psi_{1_a}), (S_2, \psi_{2_a}), \dots (S_{L_a}, \psi_{L_a})\},$$

$$\sum_{i=1}^{L_a} \psi_{i_a} = 1, m_{i_a} = M_a \cdot \psi_{i_a}, (i_a = \overline{1, L_a}) \quad (3.86)$$

де L_a – кількість часток a -го сегменту Ω_a , що розглядається.

Тут під сегментом розуміється певна частина тіла людини, наприклад: стопа лівої/правої ноги, гомілка лівої/правої ноги, стегно лівої/правої таз або верхня частина тіла в цілому (що включає тулуб, руки та голову).

Загалом, при формуванні навантажень на вузли моделі нижньої частини ОРА пропонується застосовувати наступні правила розподілу маси тіла:

- для верхньої частини тіла, якщо маса задана сумарно, її доцільно ділити між верхніми вузлами фрагменту інтерпретаційної моделі кісток тазу, які інтерпретують передачу навантаження з тулуба на нижні кінцівки (часто — симетрично 50/50 між правою і лівою гілкою тазу, якщо поза симетрична; або несиметрично, якщо є зміщення центру мас/опори); окрім того, несиметричні навантаження вузлів можуть бути спричинені нерівномірним розподілом маси правої та лівої рук та фрагментів тулуба в цілому (якщо, звісно, аналіз дає такий точний розподіл); також слід зауважити, що заради справедливості відображення роботи ОРА в цілому, раціонально передавати на вузли близькі до місця

приєднання хребта половину, або більше від загальної маси верхньої частини тіла (тоді решту можна розподіляти згідно вище сформульованих принципів);

- для парних сегментів право та лівої ніг (гомілок та стегон) маси приймаються окремо згідно із результатами біоімпедансного аналізу або діляться порівну або пропорційно одержаним даним, якщо наявні відсоткові показники такого розподілу;

- масу сегментів стоп (навіть якщо біоімпедансний аналіз дає деталізацію показників мас їх пальців та інших невеликих фрагментів), рекомендується агрегувати й передавати у вузли, що інтерпретують сполучення стопи з гомілкою (але важливо зберегти суму); таким чином, масу кожної стопи доцільно об'єднувати з масою гомілки та передавати у спільних вузлах моделі ОРА.

Користуючись формою (3.86) продемонструємо відповідності між сегментами тіла та вузлами моделі ОРА для вищезгаданого прикладу. Для даного прикладу загальна маса тіла досліджуваної жінки складала $M = 86.9$ кг. Результати біоімпедансного аналізу показали наступний розподіл мас: маса тулубу з головою, але без рук: $m_A = 47.1$ кг; маса лівої руки: $m_B = 4.6$ кг; маса правої руки: $m_C = 5.0$ кг; маса лівої гомілки разом із лівою половиною тазу: $m_D = 9.0$ кг; маса правої гомілки разом із правою половиною тазу: $m_E = 9.0$ кг; маса лівого стегна разом із лівою стопою: $m_F = 6.1$ кг; маса правого стегна разом із правою стопою: $m_G = 6.1$ кг.

У математичній формалізованій формі (3.86) розподіл мас цих фрагментів матиме наступний вигляд:

1) для сегменту Ω_{ABC} тулубу з головою та руками:

$$\Omega_{ABC} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (S_{66}, \psi_{1_{ABC}} = 0.25), (S_{67}, \psi_{2_{ABC}} = 0.25), (S_{68}, \psi_{3_{ABC}} = 0.1), \\ (S_{69}, \psi_{4_{ABC}} = 0.1), (S_{70}, \psi_{5_{ABC}} = 0.1), (S_{71}, \psi_{6_{ABC}} = 0.1), \\ (S_{72}, \psi_{7_A} = 0.1) \end{array} \right\}, \quad (3.87)$$

$$\sum_{i=1}^7 \psi_{i_{ABC}} = 0.25 + 0.25 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 = 1,$$

$$m_{66_{ABC}} = M_{ABC} \cdot \psi_{1_{ABC}}, \quad m_{67_{ABC}} = M_{ABC} \cdot \psi_{2_{ABC}}, \quad m_{68_{ABC}} = M_{ABC} \cdot \psi_{3_{ABC}},$$

$$m_{69_{ABC}} = M_{ABC} \cdot \psi_{4_{ABC}}, \quad m_{70_{ABC}} = M_{ABC} \cdot \psi_{5_{ABC}}, \quad m_{71_{ABC}} = M_{ABC} \cdot \psi_{6_{ABC}},$$

$$m_{72_{ABC}} = M_{ABC} \cdot \psi_{7_{ABC}}, \quad M_{ABC} = m_A + m_B + m_C;$$

2) для сегменту Ω_D лівої гомілки разом із лівою половиною тазу:

$$\Omega_D \Rightarrow \{(S_{54}, \psi_{1_D} = 0.5), (S_{55}, \psi_{2_D} = 0.5)\},$$

$$\sum_{i=1}^2 \psi_{i_D} = 0.5 + 0.5 = 1, \quad (3.88)$$

$$m_{54_D} = M_D \cdot \psi_{1_D}, \quad m_{55_D} = M_D \cdot \psi_{2_D}, \quad M_D = m_D;$$

3) для сегменту Ω_E правої гомілки разом із правою половиною тазу:

$$\Omega_E \Rightarrow \{(S_{24}, \psi_{1_E} = 0.5), (S_{25}, \psi_{2_E} = 0.5)\},$$

$$\sum_{i=1}^2 \psi_{i_E} = 0.5 + 0.5 = 1, \quad (3.89)$$

$$m_{24_E} = M_E \cdot \psi_{1_E}, \quad m_{25_E} = M_E \cdot \psi_{2_E}, \quad M_E = m_E;$$

4) для сегменту Ω_F лівого стегна разом із лівою стопою:

$$\Omega_F \Rightarrow \{(S_{44}, \psi_{1_F} = 0.5), (S_{45}, \psi_{2_F} = 0.5)\},$$

$$\sum_{i=1}^2 \psi_{i_F} = 0.5 + 0.5 = 1, \quad (3.90)$$

$$m_{44_F} = M_F \cdot \psi_{1_F}, \quad m_{45_F} = M_F \cdot \psi_{2_F}, \quad M_F = m_F;$$

5) для сегменту Ω_G правого стегна разом із правою стопою:

$$\Omega_G \Rightarrow \{(S_{14}, \psi_{1_G} = 0.5), (S_{15}, \psi_{2_G} = 0.5)\}, \quad (3.91)$$

$$\sum_{i=1}^2 \psi_{iG} = 0.5 + 0.5 = 1,$$

$$m_{14G} = M_G \cdot \psi_{1G}, \quad m_{15G} = M_G \cdot \psi_{2G}, \quad M_G = m_G.$$

Тут варто надати пояснення щодо обраного масового розподілу. Справа в тому, що за даними біоімпедансного аналізу було встановлено незначну асиметрію маси сегментів верхньої частини тіла: маса лівої верхньої кінцівки є меншою приблизно на 0.4 кг від маси правої руки (що є досить типовим для переважної більшості людей). У перерахунку на силу тяжіння це відповідає різниці $\Delta G \approx 0.4 \cdot 9.81 \approx 3.924$ Н, що у порівнянні із силою тяжіння, яка діє на усе тіло ($G \approx 86.8 \cdot 9.81 \approx 8515.08$ Н), складає лише 0.46 %.

З огляду на те, що ця величина є малою порівняно із сумарною вагою тіла та порівняно з характерними рівнями внутрішніх зусиль у ланках біотенсегриті-моделі (особливо в задачах, пов'язаних із надмірною масою тіла або ожирінням), таку асиметрію доцільно розглядати як другорядний фактор, який практично не змінює розподіл зусиль у нижній частині ОРА у симетричних позах. Тому для базових розрахунків прийнято квазісиметричний підхід: сумарну вагу верхніх сегментів тіла (тулуб, голова, верхні кінцівки) конденсовано у вигляді вузлових сил у вузлах таза з використанням фіксованих коефіцієнтів ψ_{ia} , що не залежать від малої сегментної асиметрії.

Також потребує уваги той факт, що на відміну від рівномірного розподілу мас, вище було запропоновано структурно-обумовлений перерозподіл часток ваги верхньої частини тіла на користь вузлів S_{66} та S_{67} . Це обґрунтовується тим, що в анатомо-біомеханічному сенсі основна несуча вісь тулуба (хребет) передає значну частину ваги тіла на таз централізовано по осі, а не рівномірно по всіх точках тазового кільця. Відтак, зважаючи на раніше згаданий принцип переходу від неперервного до дискретного уявлення про кістки (і в першу чергу про кістки тазу), у запропонованій інтерпретаційній моделі нижньої частини ОРА цю центральну

“вісь передачі” доцільно асоціювати саме з вузлами S_{66} та S_{67} , як із зоною кріплення хребта.

3. Обчислення ваги кожного сегмента як вузлових сил тяжіння. Маючи розподіли (3.87) – (3.91) можемо обчислити вагові сили від маси сегментів тіла, що прикладатимуться до кожного «гравітаційного вузла» моделі ОРА. Для цього скористаємося рівняннями (3.83) та (3.84). Для відповідних вузлів моделі отримаємо наступні вектори вузлових зосереджених навантажень (беручи до уваги вирази (3.87) – (3.91)):

1) для вузла S_{14} :

$$\bar{\mathfrak{F}}_{14} = \{0 \quad 0 \quad \mathfrak{F}_{z_{14}}\}^T = \{0 \quad 0 \quad -\psi_{1G} \cdot g \cdot m_G\}^T; \quad (3.92)$$

2) для вузла S_{15} :

$$\bar{\mathfrak{F}}_{15} = \{0 \quad 0 \quad \mathfrak{F}_{z_{15}}\}^T = \{0 \quad 0 \quad -\psi_{2G} \cdot g \cdot m_G\}^T; \quad (3.93)$$

3) для вузла S_{24} :

$$\bar{\mathfrak{F}}_{24} = \{0 \quad 0 \quad \mathfrak{F}_{z_{24}}\}^T = \{0 \quad 0 \quad -\psi_{1E} \cdot g \cdot m_E\}^T; \quad (3.94)$$

4) для вузла S_{25} :

$$\bar{\mathfrak{F}}_{25} = \{0 \quad 0 \quad \mathfrak{F}_{z_{25}}\}^T = \{0 \quad 0 \quad -\psi_{2E} \cdot g \cdot m_E\}^T; \quad (3.95)$$

5) для вузла S_{44} :

$$\bar{\mathfrak{F}}_{44} = \{0 \quad 0 \quad \mathfrak{F}_{z_{44}}\}^T = \{0 \quad 0 \quad -\psi_{1F} \cdot g \cdot m_F\}^T; \quad (3.96)$$

6) для вузла S_{45} :

$$\bar{\mathfrak{F}}_{45} = \{0 \quad 0 \quad \mathfrak{F}_{z_{45}}\}^T = \{0 \quad 0 \quad -\psi_{2F} \cdot g \cdot m_F\}^T; \quad (3.97)$$

7) для вузла S_{54} :

$$\bar{\mathfrak{F}}_{54} = \{0 \quad 0 \quad \mathfrak{F}_{z_{54}}\}^T = \{0 \quad 0 \quad -\psi_{1D} \cdot g \cdot m_D\}^T; \quad (3.98)$$

8) для вузла S_{55} :

$$\bar{\mathfrak{F}}_{55} = \{0 \quad 0 \quad \mathfrak{F}_{z_{55}}\}^T = \{0 \quad 0 \quad -\psi_{2D} \cdot g \cdot m_D\}^T; \quad (3.99)$$

9) для вузла S_{66} :

$$\bar{\mathfrak{T}}_{66} = \{0 \quad 0 \quad \mathfrak{T}_{z_{66}}\}^T = \{0 \quad 0 \quad -\Psi_{1_{ABC}} \cdot g \cdot (m_A + m_B + m_C)\}^T ; \quad (3.100)$$

10) для вузла S_{67} :

$$\bar{\mathfrak{T}}_{67} = \{0 \quad 0 \quad \mathfrak{T}_{z_{67}}\}^T = \{0 \quad 0 \quad -\Psi_{2_{ABC}} \cdot g \cdot (m_A + m_B + m_C)\}^T ; \quad (3.101)$$

11) для вузла S_{68} :

$$\bar{\mathfrak{T}}_{68} = \{0 \quad 0 \quad \mathfrak{T}_{z_{68}}\}^T = \{0 \quad 0 \quad -\Psi_{3_{ABC}} \cdot g \cdot (m_A + m_B + m_C)\}^T ; \quad (3.102)$$

12) для вузла S_{69} :

$$\bar{\mathfrak{T}}_{69} = \{0 \quad 0 \quad \mathfrak{T}_{z_{69}}\}^T = \{0 \quad 0 \quad -\Psi_{4_{ABC}} \cdot g \cdot (m_A + m_B + m_C)\}^T ; \quad (3.103)$$

13) для вузла S_{70} :

$$\bar{\mathfrak{T}}_{70} = \{0 \quad 0 \quad \mathfrak{T}_{z_{70}}\}^T = \{0 \quad 0 \quad -\Psi_{5_{ABC}} \cdot g \cdot (m_A + m_B + m_C)\}^T ; \quad (3.104)$$

14) для вузла S_{71} :

$$\bar{\mathfrak{T}}_{71} = \{0 \quad 0 \quad \mathfrak{T}_{z_{71}}\}^T = \{0 \quad 0 \quad -\Psi_{6_{ABC}} \cdot g \cdot (m_A + m_B + m_C)\}^T ; \quad (3.105)$$

15) для вузла S_{72} :

$$\bar{\mathfrak{T}}_{72} = \{0 \quad 0 \quad \mathfrak{T}_{z_{72}}\}^T = \{0 \quad 0 \quad -\Psi_{7_{ABC}} \cdot g \cdot (m_A + m_B + m_C)\}^T . \quad (3.106)$$

Зауважимо, що з формул (3.100) – (3.106) випливає, що вага сегментів тулуба й верхніх кінцівок цілкомовито передається на верхні вузли тазу, як еквівалентні вузлові сили, що забезпечують той самий сумарний гравітаційний вплив на нижню частину ОРА, який був би при явному моделюванні тулуба. Після обчислення усіх вертикальних компонентів вузлових сил тяжіння \mathfrak{T}_{z_i} доцільно виконати контрольну перевірку балансу суми сил і загальної ваги від маси усього тіла. Така перевірка виконується у разі, якщо виконується наступна рівність:

$$\sum_{i=1}^N \bar{\mathfrak{T}}_{z_i} = -M \cdot g . \quad (3.107)$$

У разі, якщо на модель діятимуть горизонтальні компоненти навантажень, перевірку треба буде також робити й для контролю сум векторних компонентів по осях Ox та Oy . Після одержання результатів дискретного геометричного моделювання внутрішніх зусиль у ланках моделі нижньої частини ОРА було

додатково побудовано її СЕМ. Дана модель мала на меті виконання наступних завдань: 1) перевірки коректності формування біотенсегріті-моделі, отриманої на основі статико-геометричного методу прикладної геометрії; 2) верифікації результатів визначення внутрішніх зусиль у ланках моделі шляхом незалежного чисельного моделювання; 3) визначення повного спектру компонентів напружено-деформованого стану усіх елементів моделі нижньої частини ОРА; 4) підтвердження того, що для безмоментних просторових систем результати дискретного геометричного моделювання та методу скінченних елементів є збіжними.

Для цього було застосовано програмний комплекс (ПК) ЛІРА-САПР, який дозволяє здійснювати чисельне моделювання просторових стрижнево-тросових систем із урахуванням попереднього напруження та шарнірного з'єднання елементів їхніх моделей. Створена у ПК ЛІРА-САПР скінченно-елементна модель (СЕМ) нижньої частини ОРА повністю повторює топологію дискретної біотенсегріті-моделі, сформованої у середовищі MathCad на основі статико-геометричного методу прикладної дискретної геометрії. Зокрема, СЕМ відповідає наступним вимогам:

1) кількість вузлів, їх просторове розташування та кінематичні зв'язки відповідають раніше створеній дискретній інтерпретаційній моделі;

2) усі вузли є шарнірними, що унеможлиблює виникнення та передачу згинальних моментів;

3) ланки моделі інтерпретують кісткові та м'язові структури ОРА, представляючи собою комбінації стрижнів, що працюють в рамках пружного деформування закону Гука (без переходу у стан пластичних деформації).

Таким чином, СЕМ не вводила жодних додаткових гіпотез, окрім тих, що вже були закладені в біотенсегріті-постановці. Зауважимо також, що МСЕ відноситься до методів варіаційного числення та базується на принципі мінімуму повної потенціальної енергії (для пружних задач) або принципі можливих переміщень.

Всередині кожного елемента сітчастої моделі переміщення (позначимо їх тут тимчасово як D) апроксимуються простими функціями (поліномами або функціями форм скінченних елементів), що залежать від значень геометричних параметрів та інколи параметрів стану моделі у її вузлах. На основі цього уявлення будується функціонал I (який може мати різну форму та природу) й умова екстремуму відповідного функціонала (тобто $\partial I / \partial D = 0$, де D – вузлові переміщення) безпосередньо породжує систему рівнянь жорсткості $[K]\{D\}=\{F\}$, еквівалентну системі (2.16), де $[K]$ – матриця жорсткості, а $\{F\}$ – вектор вузлових навантажень. Як було зазначено у розділі 2, а також продемонстровано вище (див. тотожність (3.45) та системи (3.51), (3.52) та (3.54)), у стрижневих шарнірних конструкціях (сітчастих структурах) кожний вузол повинен перебувати в рівновазі під дією зовнішніх сил та внутрішніх зусиль у стрижнях. Ці рівняння рівноваги вузлів є необхідною умовою стаціонарності функціонала потенціальної енергії за варіаційним принципом. Тож, коли виконується диференціювання функціоналу енергії за вузловим переміщенням, фактично це еквівалентно одержанню рівнянь рівноваги саме для цього вузла в напрямку відповідного переміщення. Окрім того, глобальна матриця жорсткості збирає характеристики всіх стрижнів так, що систему рівнянь жорсткості одночасно задовольняє умовам мінімуму енергії (що і являє собою варіаційний підхід) та умови статичної рівноваги кожного вузла.

При формуванні СЕМ було застосовано два принципових типи елементів, що відповідають біомеханічній інтерпретації ланок моделі ОРА людського тіла: стрижневі скінченні елементи та тросові (або канатні чи кабельні) скінченні елементи з попереднім напруженням.

Розглянемо більш детально кожен із зазначених типів скінченних елементів.

1. Стрижневі скінченні елементи. Ці елементи використані для моделювання роботи кісток нижньої частини ОРА. Вони здатні працювати як на стиск, так і на розтяг, мають лише осьову жорсткість й не передають згинальні та крутні моменти за умов шарнірного закріплення у вузлах. Такі елементи застосовуються в ПК ЛІРА-САПР для моделювання просторових стрижневих систем і наведені у відповідному

каталозі елементів даного ПК (це так звані скінченні елементи кільцевого перерізу, але із нульовим внутрішнім діаметром, тобто – повнотілі). Їх використання є повністю узгодженим із механічною інтерпретацією кісткових структур у межах біотенсегріті-підходу.

2. Тросові (або канатні чи кабельні) скінченні елементи з попереднім напруженням. Ці елементи застосовано для опису роботи м'язів, що можуть скорочуватися, створюючи внутрішнє напруження та додаткові поздовжні зусилля розтягу, які у свою чергу передаються на кістки. Вони здатні працювати виключно на розтяг, не сприймають стискальних зусиль, дозволяють враховувати та підбирати зусилля попереднього напруження, аналогічно анкерним системам. Зазначені елементи є стандартними в ПК ЛПА-САПР та використовуються для моделювання тросових, вантових і анкерних конструкцій (це фізично нелінійний двовузлові скінченні елементи попереднього натягу – «КЕ 208»).

Застосування обох цих видів скінченних елементів дозволяє коректно відобразити активну роль м'язів у формуванні внутрішнього напруженого стану моделі нижньої частини ОРА. Параметри жорсткості застосованих при чисельному моделюванні скінченних елементів, а також таблиця відповідності параметрів жорсткості кожній з ланок моделі наведено у Додатку У. Окрім того, значення очікуваних вузлових переміщень, одержаних у результаті чисельного моделювання, наведені у Додатку Ф.

Зовнішні навантаження у СЕМ задавалися ідентично до навантажень, використаних у біотенсегріті-моделі, побудованій у середовищі MathCad, а саме: 1) усі гравітаційні впливи від маси сегментів тіла були перетворені у зосереджені вузлові сили згідно з виразами (52) – (66); 2) навантаження прикладалися виключно до вузлів моделі (зокрема до вузлів таза та пар вузлів моделей кісток ніг).

Такий підхід унеможливорює виникнення згинальних і крутних моментів у ланках моделі та забезпечує повну відповідність умовам коректної роботи безмоментної біотенсегріті-системи.

Результати скінченно-елементного чисельного аналізу компонентів напружено-деформованого стану ланок моделі показали повну збіжність з результатами, отриманими на основі статико-геометричного методу прикладної геометрії з використанням умовної оптимізації та множників (коефіцієнтів) Лагранжа. Ця збіжність пояснюється наступним: 1) обидва підходи описують одну і ту саму безмоментну дискретну модель; 2) у разі осьової роботи елементів моделі МСЕ зводиться до розв'язання тієї ж системи рівнянь рівноваги вузлів, що й узагальнений статико-геометричний метод прикладної геометрії; 3) відсутність згинальної жорсткості та моментних зв'язків усуває джерела принципових розбіжностей між методами.

Ще одним цікавим результатом моделювання компонентів напружено-деформованого стану стало виникнення у ланках моделі незначних (у порівнянні з поздовжніми зусиллями R) поперечних зусиль Q (їх величини виявилися на 2...3 порядки меншими), що є наслідком геометрично нелінійної постановки задачі.

Справа в тому, що у геометрично нелінійних задачах поперечні зусилля в стрижнях можуть виникати, навіть якщо зовнішні навантаження прикладені лише у шарнірних сполученнях ланок і спрямовані вздовж осі стрижнів (а матеріал при цьому прожовує працювати в межах закону Гука, зберігаючи лише пружний характер деформування). У геометрично нелінійній постановці деформації можуть бути малі, але переміщення все ж скінченні, і рівняння рівноваги записуються по деформованій схемі. Унаслідок цього поздовжні сили R проєкціюються на поперечний напрямок; з'являються внутрішні поперечні складові Q , хоча їх немає в зовнішніх силах. Водночас, величини поздовжніх зусиль зберігаються практично аналогічними до тих, що були одержані в результаті моделювання роботи ОРА із використанням методів прикладної геометрії.

Візуалізація СЕМ нижньої частини ОРА людини представлено на рисунку 3.32. Інтерпретація у термінах МКФ та візуалізація результатів чисельного моделювання компонентів напружено-деформованого стану моделі ОРА із застосуванням МСЕ представлено на рисунках 3.33– 3.39, а саме:

1) поздовжні зусилля, що виникають у ланках СЕМ нижньої частини ОРА людини (кН), що відповідають домену функцій організму МКФ (категорії b7100, b5300, b5301, b540) (рис. 3.33);

2) абсолютні значення переміщень вузлів СЕМ нижньої частини ОРА людини (мм), що відповідають домену активності та участі МКФ (категорії d4500, d6400, d8501) – див. Рис. 3.34;

3) значення горизонтальних складових переміщень вузлів СЕМ нижньої частини ОРА людини уздовж координатної осі O_x (мм), що відповідають домену активності та участі МКФ (категорії d4500, d6400) – див. Рис. 3.35;

4) значення горизонтальних складових переміщень вузлів СЕМ нижньої частини ОРА людини уздовж координатної осі O_y (мм), що відповідають домену активності та участі МКФ (категорії d4500, d6400) – див. Рис. 3.36;

5) значення вертикальних складових переміщень вузлів СЕМ нижньої частини ОРА людини уздовж координатної осі O_z (мм), що відповідають домену активності та участі МКФ (категорії d4500, d6400) – див. Рис. 3.37;

6) поперечні зусилля, що виникають у ланках СЕМ нижньої частини ОРА людини уздовж координатної осі O_y (кН), що відповідають домену функцій організму МКФ (категорії b7100, b5300, b5301, b540) – див. Рис. 3.38;

7) поперечні зусилля, що виникають у ланках СЕМ нижньої частини ОРА людини уздовж координатної осі O_z (кН), що відповідають домену функцій організму МКФ (категорії b7100, b5300, b5301, b540) – див. Рис. 3.39.

Одержані результати також співвіднесено з доменом структур організму МКФ (категорія: s75000). Умови реалізації навантажень у моделі віднесено до домену факторів середовища МКФ (категорії: e5800, e5801).

Тому чисельне моделювання у середовищі ПК ЛІРА-САПР підтвердило правильність формування біотенсегріті-моделі та достовірність визначення внутрішніх зусиль у її ланках. Результати СЕМ-моделювання нижньої частини ОРА узгоджуються з доменами МКФ та можуть бути використані для функціональної інтерпретації механічних навантажень у контексті ФТ.

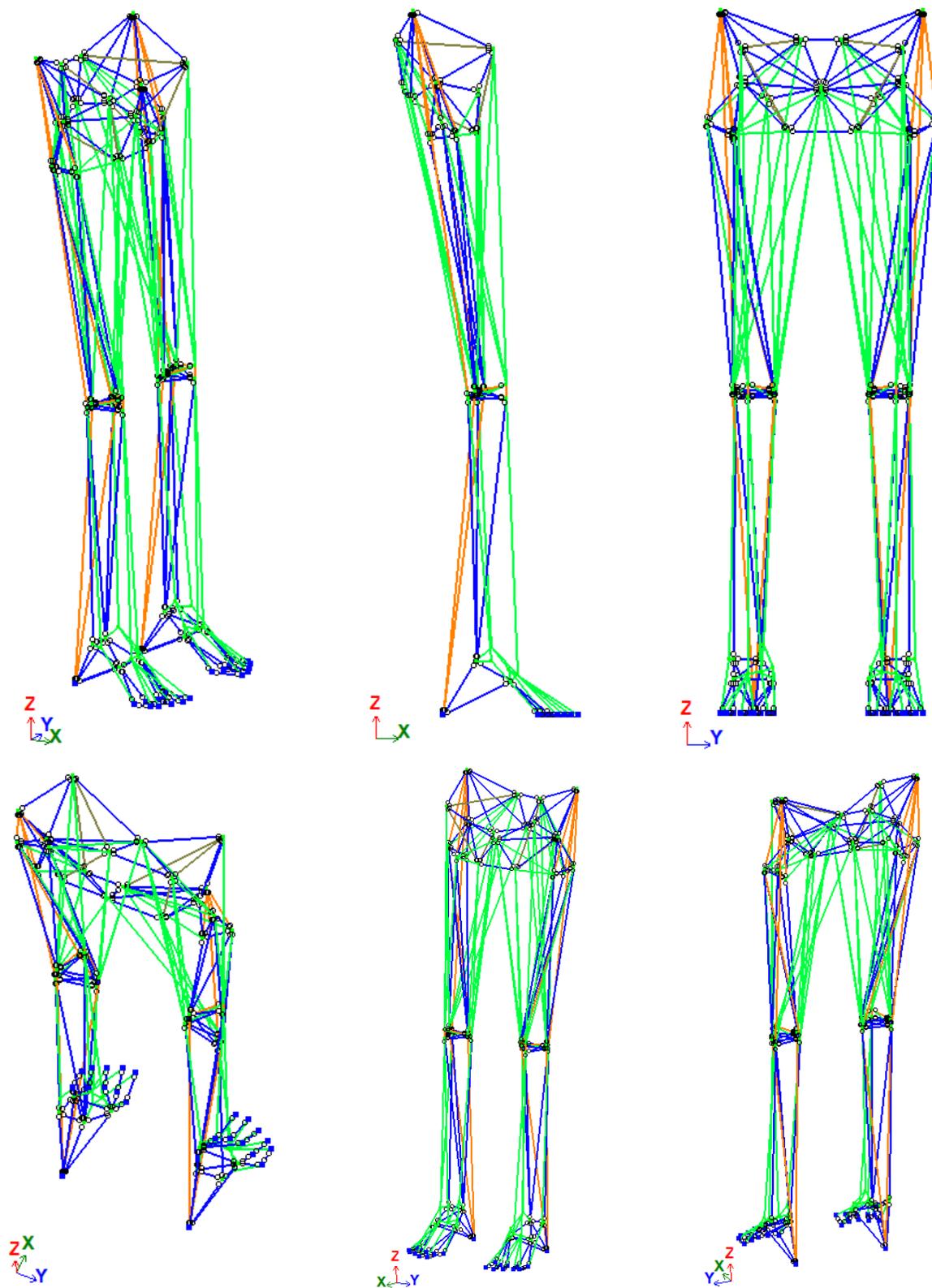


Рисунок 3.32 – СЕМ нижньої частини ОРА людини

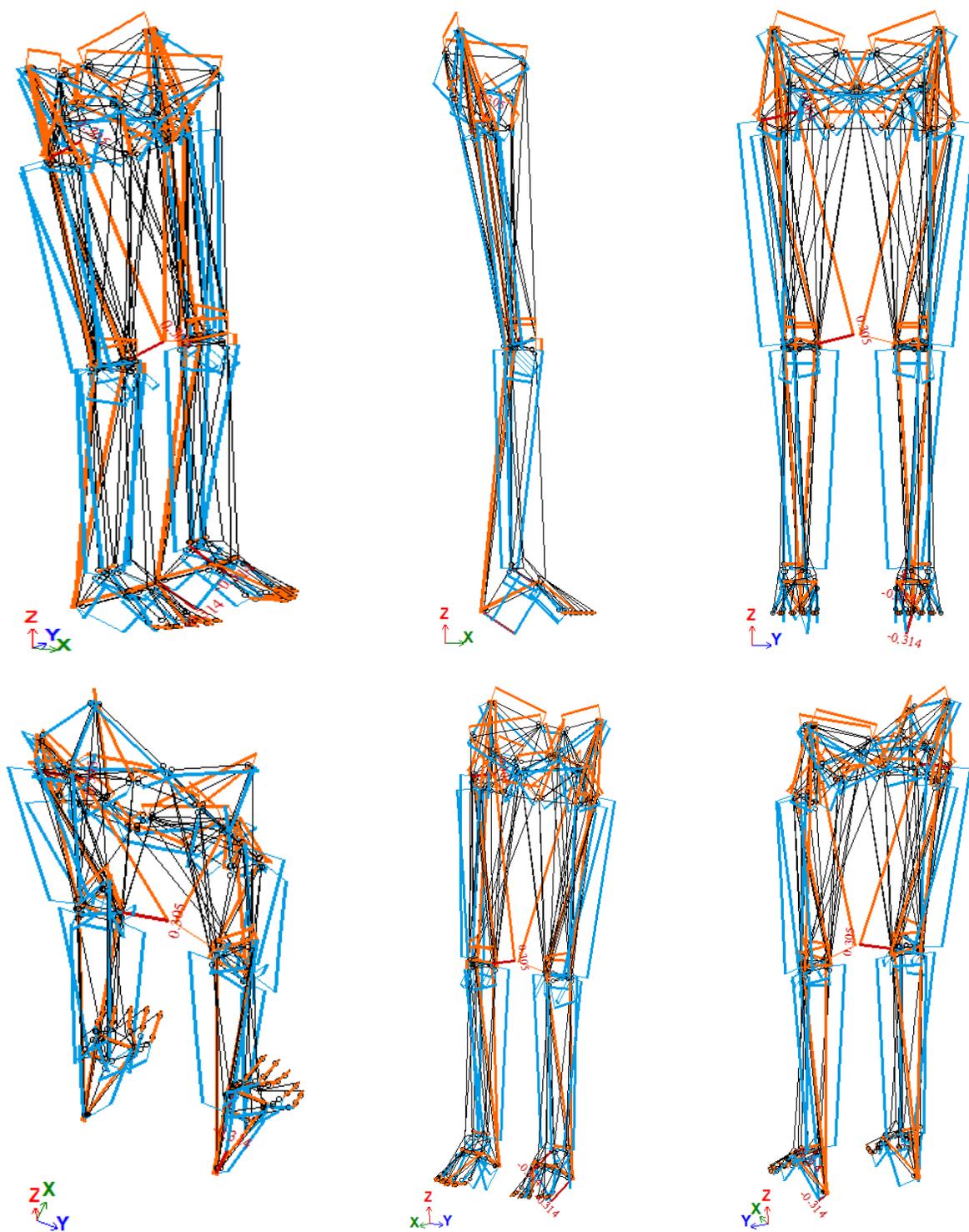


Рисунок 3.33 – Поздовжні зусилля, що виникають у ланках СЕМ нижньої частини ОРА людини (кН), що відповідають домену функцій організму МКФ (категорії b7100, b5300, b5301, b540)

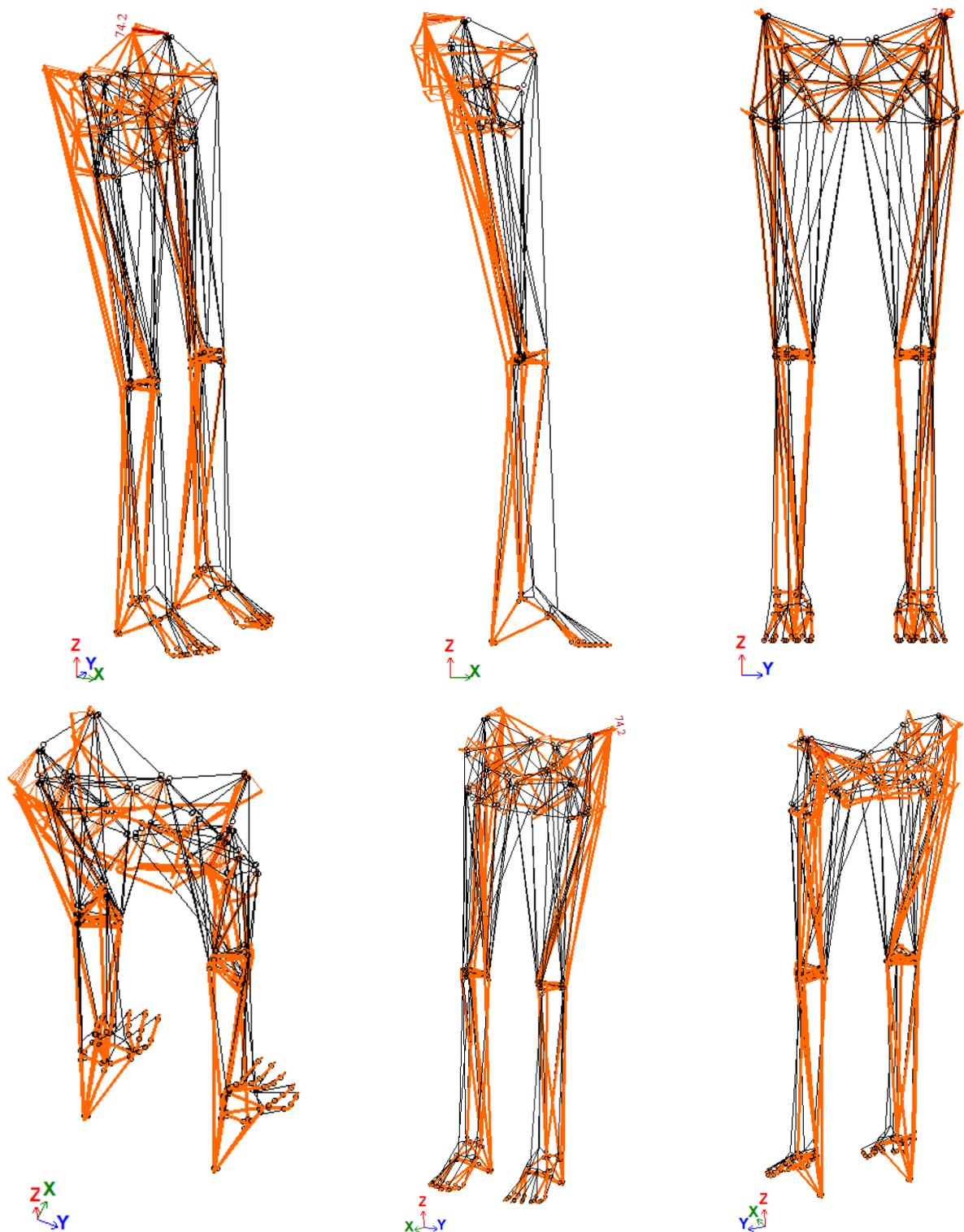


Рисунок 3.34 – Абсолютні значення переміщень вузлів СЕМ нижньої частини ОРА людини (мм), що відповідають домену активності та участі МКФ (категорії d4500, d6400, d8501)

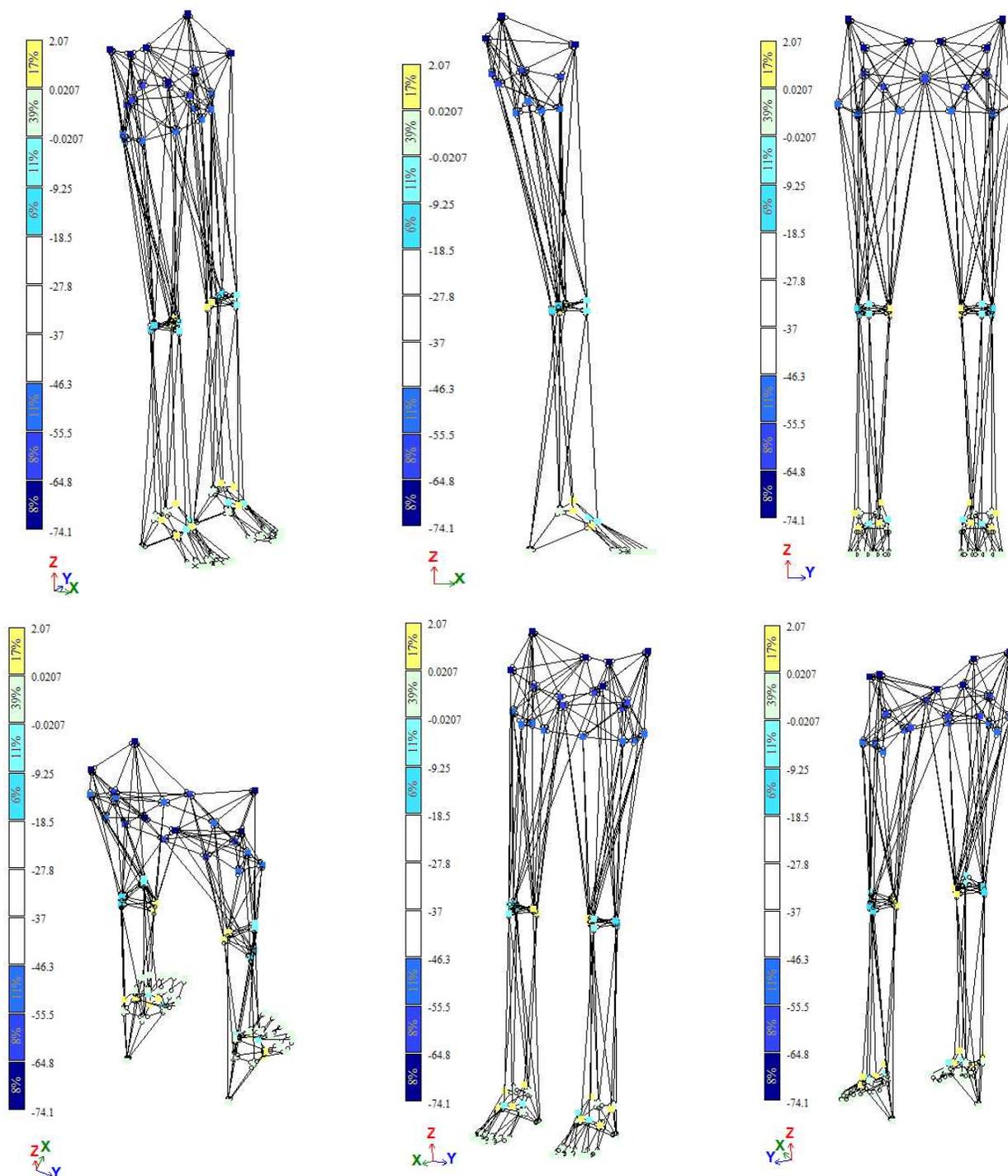


Рисунок 3.35 – Значення горизонтальних складових переміщень вузлів СЕМ нижньої частини ОРА людини уздовж координатної осі Ox (мм), що відповідають домену активності та участі МКФ (категорії d4500, d6400)

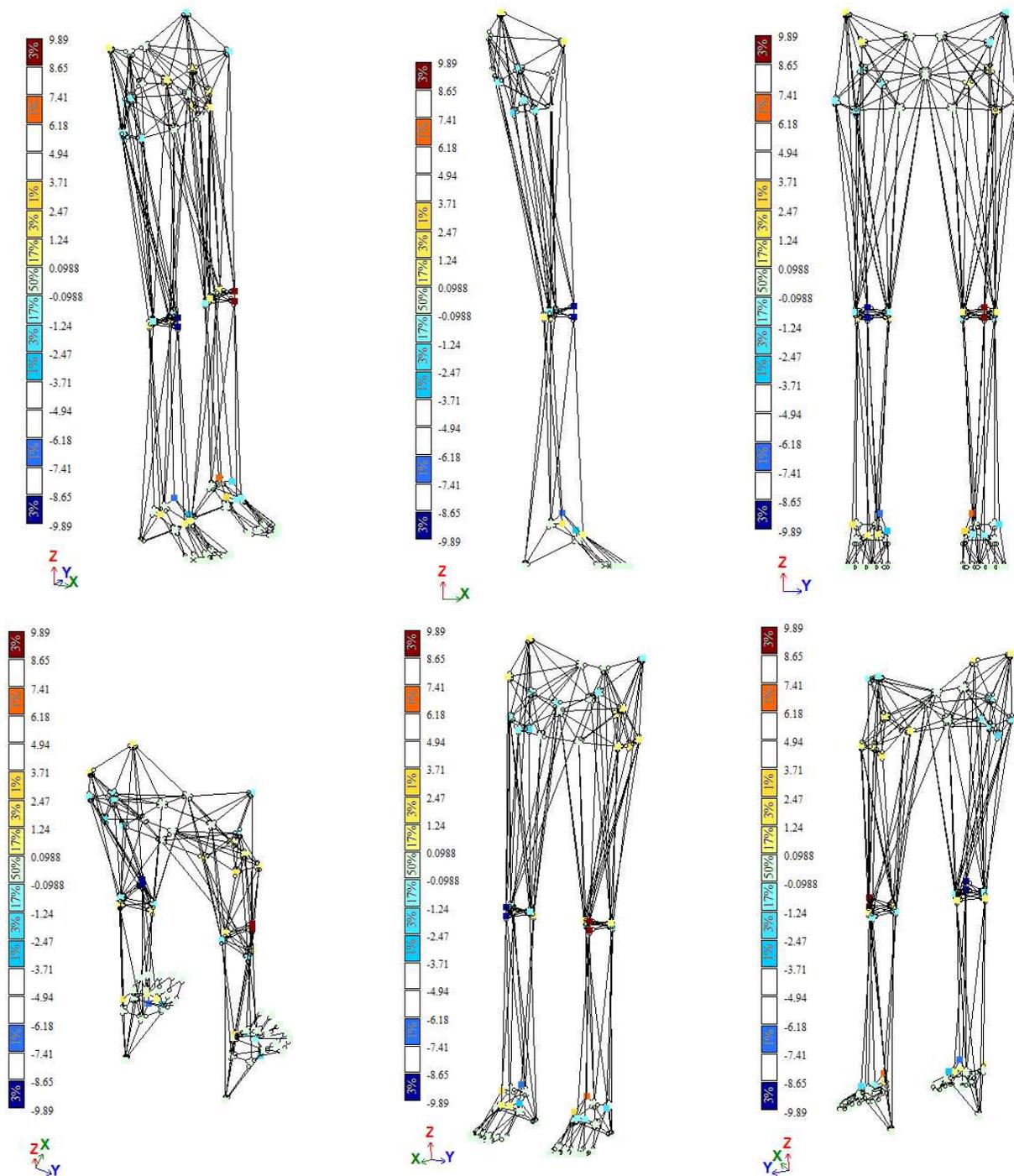


Рисунок 3.36 – Значення горизонтальних складових переміщень вузлів СЕМ нижньої частини ОРА людини уздовж координатної осі Oy (мм), що відповідають домену активності та участі МКФ (категорії d4500, d6400)

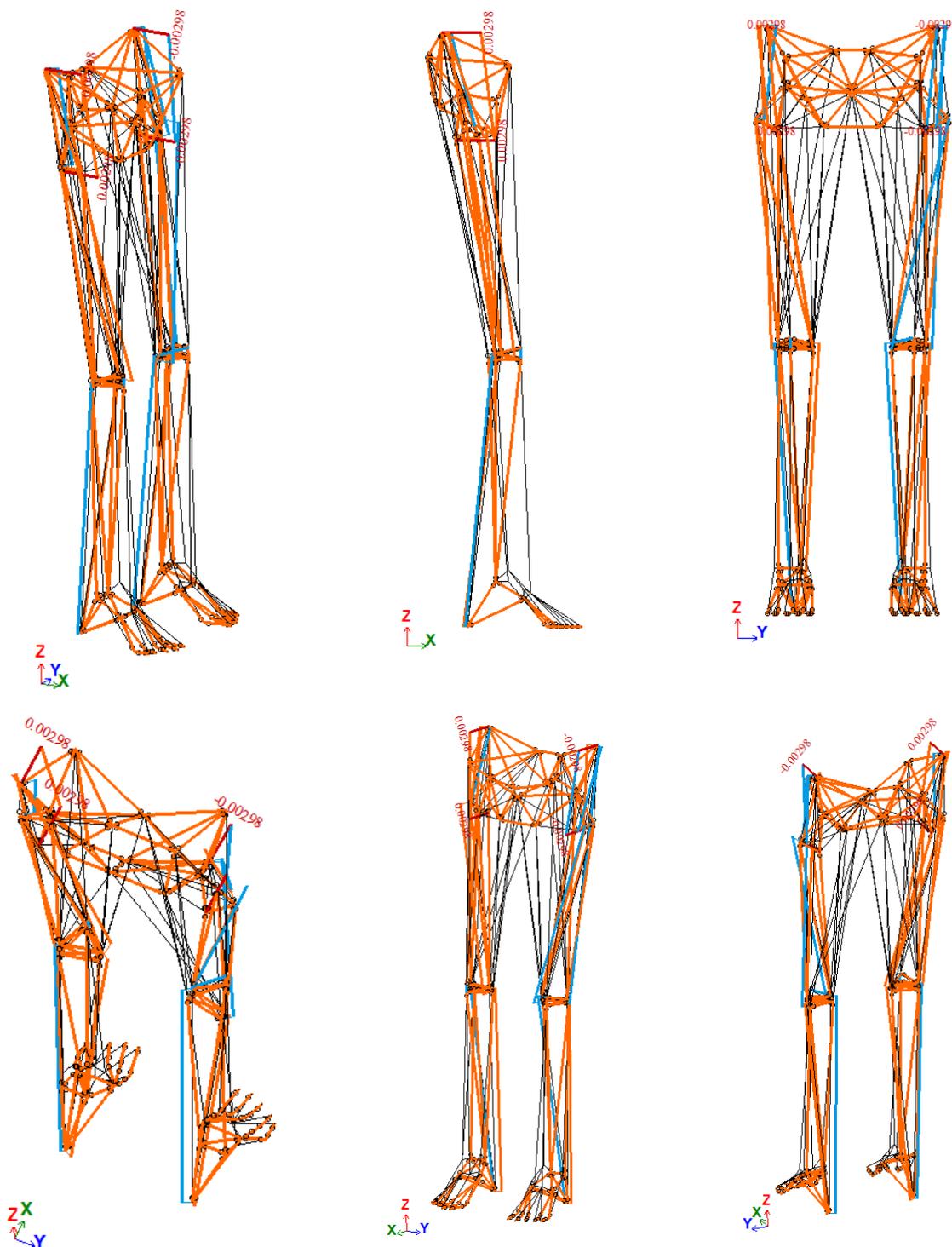


Рисунок 3.38 – Поперечні зусилля, що виникають у ланках СЕМ нижньої частини ОРА людини уздовж координатної осі O_y (кН), що відповідають домену функцій організму МКФ (категорії b7100, b5300, b5301, b540)

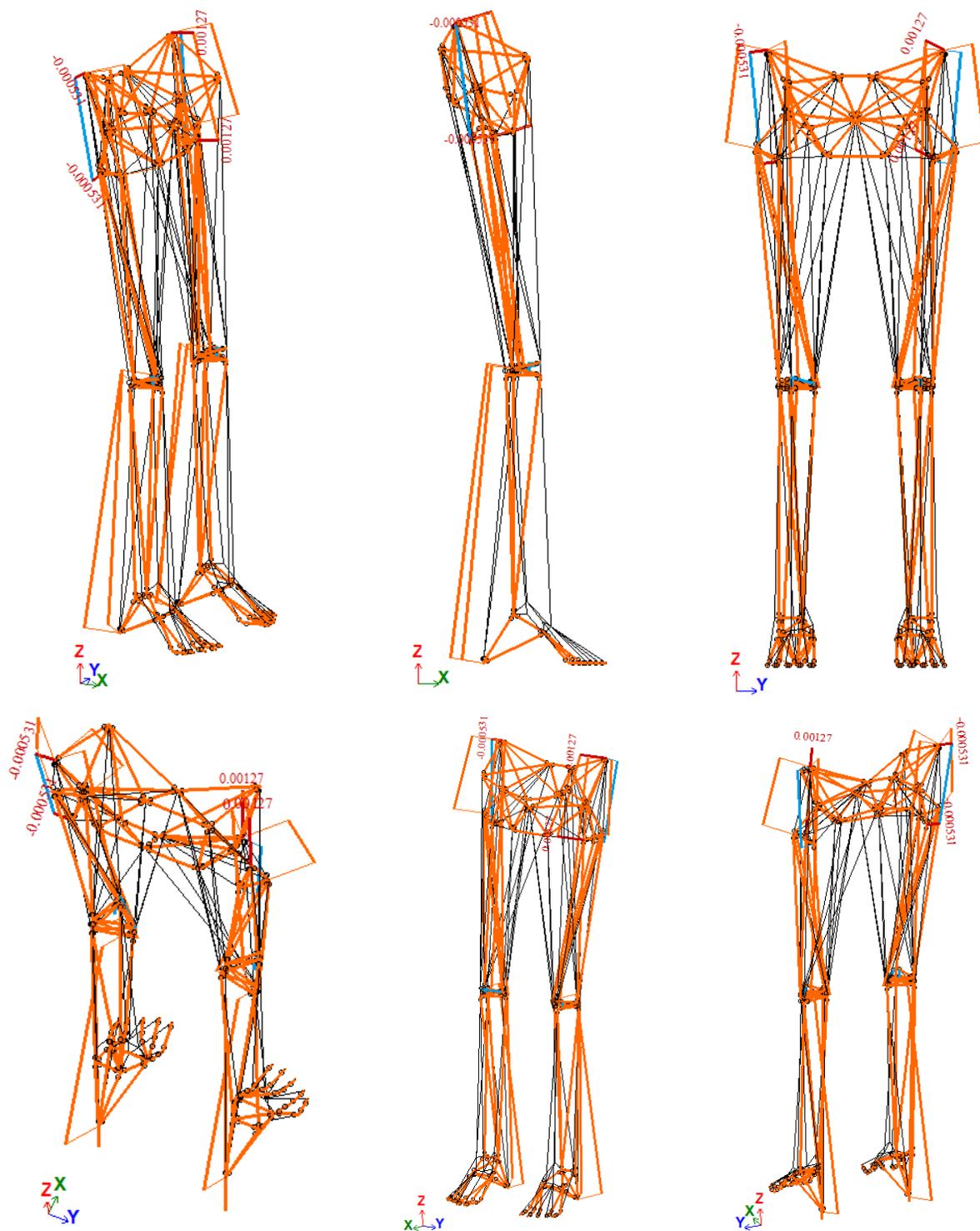


Рисунок 3.39 – Поперечні зусилля, що виникають у ланках СЕМ нижньої частини ОРА людини уздовж координатної осі Oz (кН), що відповідають домену функцій організму МКФ (категорії b7100, b5300, b5301, b540)

Висновки до розділу 3

У межах розділу здійснено теоретико-методичне обґрунтування та розроблення біотенсегріті-орієнтованого підходу до моделювання напружено-деформованого стану нижньої частини ОРА людини з акцентом на КС на основі отриманих функціональних показників жінок з ожирінням та гоналгіями, котрі виявили, що у жінок досліджуваної вибірки середній відсотковий вміст жирової тканини в організмі становив 42,6 %, при цьому мінімальні та максимальні значення складали відповідно 31,7 % і 48,7 %. Аналіз компонентного складу нижніх кінцівок показав, що в середньому 46 % їх маси припадало на жирову компоненту, що зумовлювало збільшення фактичної маси нижньої кінцівки в середньому на 85,19 % порівняно з очікуваними показниками за умов фізіологічно оптимального співвідношення жирової та безжирової складових. Отримані результати свідчать про виражене порушення балансу між жировою та м'язовою компонентами маси тіла у жінок досліджуваної групи, що характеризується недостатнім розвитком м'язової складової.

Проведений аналіз засвідчив, що застосування концепції біотенсегріті дозволяє розглядати кістково-м'язову систему як цілісну просторову структуру взаємодії елементів стиску та натягу, що є методологічно обґрунтованим для дослідження механізмів формування та перерозподілу внутрішніх зусиль.

Установлено, що інтерпретація кісткових елементів у вигляді геометрично незмінюваних стрижневих систем зі шарнірними з'єднаннями створює передумови для коректного кількісного аналізу внутрішніх зусиль у кістках, суглобових структурах і м'язових елементах за різних положень тіла та умов навантаження. Обґрунтовано доцільність використання положення стоячи як базового для формування моделей, що дозволяє чітко визначати опорні та вільні вузли системи й забезпечує відтворюваність результатів моделювання.

Показано, що включення до моделі хрящових структур КС як елементів із демпферними властивостями є принципово важливим для адекватного відображення реальної біомеханіки згинання та розгинання нижньої кінцівки, особливо в умовах дії динамічних навантажень. Такий підхід дозволяє аналізувати локальні перевантаження у зонах суглобових з'єднань і встановлювати їхній зв'язок із положенням тіла, антропометричними характеристиками та масою тіла людини.

Доведено, що розроблена біотенсегріті-модель є універсальним інструментом для аналізу напружено-деформованого стану нижньої частини ОРА при різних антропометричних показниках, ступенях ожиріння та варіантах рухових поз, включаючи симетричні й асиметричні. Встановлено, що модель дозволяє ідентифікувати найбільш навантажені елементи системи, критичні кути згинання КС, а також безпечні діапазони рухів, у межах яких навантаження на хрящові структури є мінімальними або стабільними.

Обґрунтовано, що результати біотенсегріті-моделювання можуть бути безпосередньо використані для формування науково обґрунтованих принципів побудови програм ФТ у жінок з ожирінням та гоналгіями. Зокрема, встановлено можливість раціонального вибору послідовності зміцнення м'язових груп з урахуванням їх впливу на навантаження КС, що створює умови для мінімізації ризику загострення больового синдрому.

Важливою перевагою запропонованого підходу є можливість отримання достовірних кількісних характеристик напружено-деформованого стану без необхідності залучення досліджуваних осіб до виконання функціональних тестів, що є особливо актуальним для жінок з ожирінням, у яких фізичне навантаження часто обмежується супутніми функціональними порушеннями. Це розширює діагностичні та прогностичні можливості ФТ й підвищує безпеку реабілітаційного процесу.

Таким чином, результати розділу створюють науково обґрунтовану методологічну основу для подальшої розробки практичних рекомендацій щодо застосування засобів ФТ та фітнесу у жінок з ожирінням та гоналгіями

Основні результати дослідження та положення розділу апробовані на наукових конференціях та знайшли відображення в публікаціях автора [20, 21, 22, 46–48].

РОЗДІЛ 4

ПРАКТИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ЗАСТОСУВАННЯ ЗАСОБІВ ФІЗИЧНОЇ ТЕРАПІЇ ТА ФІТНЕСУ У ЖІНОК З ОЖИРІННЯМ ТА ГОНАЛГІЯМИ

4.1 Аналіз впливу результатів моделювання зусиль у елементах опорно-рухового апарату на розробку практичних рекомендацій до застосування засобів фізичної терапії та фітнесу у жінок з ожирінням та гоналгіями

Розглянемо практичні аспекти застосування біотенсегриті-моделі при розроблені практичних рекомендацій до використання засобів ФТ та фітнесу у жінок з ожирінням і гоналгіями.

На відміну від узагальнених біомеханічних підходів, які як правило оперують середніми значеннями навантажень або лише зовнішніми реакціями опор, запропонована модель дає значно ширші операційні можливості глибокого аналізу механізмів внутрішнього перерозподілу зусиль, а саме, дозволяє:

1) визначати внутрішні осьові зусилля у кожній ланці системи у будь-якій позі (включаючи як симетричні, так і асиметричні), що передбачає обпирання моделі ОРА на нижні кінцівки;

2) аналізувати локальні перевантаження в зонах суглобових з'єднань, зокрема КС, заданих наступними ланками:

а) $S_{21}S_{24}$, $S_{21}S_{25}$, $S_{22}S_{24}$, $S_{22}S_{25}$, $S_{23}S_{24}$ та $S_{23}S_{25}$, що інтерпретують роботу хрящової тканини між правими стегноюю та великогомілковою кістками, а також ланок $S_{21}S_{26}$, $S_{22}S_{26}$, $S_{23}S_{26}$, $S_{24}S_{26}$ та $S_{25}S_{26}$, інтерпретуючих сухожилки, що сполучають праву колінну чашечку з іншими вузлами моделі відповідного КС;

б) $S_{51}S_{54}$, $S_{51}S_{55}$, $S_{52}S_{54}$, $S_{52}S_{55}$, $S_{53}S_{54}$ та $S_{53}S_{55}$, що інтерпретують роботу хрящової тканини між лівими стегноюю та великогомілковою кістками, а також ланок $S_{51}S_{56}$, $S_{52}S_{56}$, $S_{53}S_{56}$, $S_{54}S_{56}$ та $S_{55}S_{56}$, що інтерпретують сухожилки, які

сполучають ліву колінну чашечку з іншими вузлами моделі відповідного колінного суглоба;

3) встановлювати зв'язок між активацією окремих м'язових груп та рівнем навантаження на хрящові структури суглобів (інтерпретовані окремими вищенаведеними в'язями/ланками моделі);

4) аналізувати ОРА людини із будь-якими антропометричними показниками та масою тіла;

5) при потребі враховувати й інші горизонтальні компоненти навантажень на будь-які складові нижньої частини ОРА людини (у такому випадку перші два компоненти у формулах (3.93) – (3.106), а саме \mathfrak{Z}_{xib} і \mathfrak{Z}_{yib} будуть відмінними від нуля).

Таким чином, що розроблена біотенсегриті-модель нижньої частини ОРА є універсальним інструментом для кількісного аналізу внутрішніх зусиль у кістках, м'язах і суглобах та характеризується низкою властивостей, що визначають можливість її застосування в наукових і прикладних дослідженнях, а саме:

- модель є інваріантною до генезу порушень ОРА, клінічного діагнозу та симптомів;
- формалізований характер моделі не передбачає жорсткої прив'язки до індивідуальних показників та особливостей пацієнта: віку, статі, антропометричних даних, маси тіла тощо;
- модель має легко трансформовану структуру, що дає змогу швидко адаптувати її індивідуально під кожного пацієнта та використовувати у різних нозологічних групах;
- у моделі враховано всі основні структурно-функціональні елементи ОРА, що знижує ймовірність методичних похибок та забезпечує достовірність отриманих результатів при аналізі внутрішніх зусиль і навантажень.

Водночас ключовою перевагою запропонованих підходів до моделювання нижньої частини ОРА є відсутність необхідності залучення досліджуваних осіб,

зокрема жінок з ожирінням, до виконання функціональних тестів. Для даної категорії пацієнок проведення таких тестів часто ускладнюється наявністю вираженої задишки, що може призводити до зниження достовірності отриманих результатів. Запропонована модель дозволяє суттєво спростити дослідницький процес, забезпечуючи отримання обґрунтованих даних без додаткового фізичного навантаження на пацієнок. Достатньо лише результатів антропометричних вимірювань та біоімпедансного аналізу компонентного складу тіла. Це не лише відкриє ширші перспективи досліджень ОРА й діагностики його стану, але й дозволить швидше приймати обґрунтовані рішення щодо вибору та застосування фізіотерапевтичних засобів в реабілітації осіб із ожирінням.

Наведене вище створює принципово нові можливості при складанні й індивідуалізації програм ФТ, особливо для жінок із надмірною масою тіла, у яких гоналгії мають мультифакторне походження.

Беручи до уваги все вищезазначене, доцільно визначити базові *принципи* використання результатів біотенсегриті-моделювання у терапії та реабілітації осіб із ожирінням та гоналгіями.

Принцип 1. Врахування найбільш навантажених елементів моделі та найвищих вузлових переміщень. Для кожної досліджуваної пози ОРА визначаються:

- 1) ланки моделі з максимальними осьовими зусиллями;
- 2) суглобові вузли, в яких сумарні зусилля з боку прилеглих ланок є найбільшими;
- 3) суглобові вузли, значення вертикальних та горизонтальних переміщень у яких є найвищими.

Особливу увагу слід приділяти КС, як зонам концентрації зусиль при надмірній масі тіла та ожирінні.

Принцип 2. Врахування критичних і безпечних кутів згинання КС. На основі серії розрахунків для різних кутів згинання нижніх кінцівок:

1) визначаються критичні кути, при яких внутрішні зусилля в елементах в КС різко зростають;

2) встановлюються відносно безпечні інтервали кутів із мінімальним або стабільним навантаженням на суглобові поверхні та хрящову тканину.

Це має принципове значення для добору вправ і амплітуд рухів у програмах ФТ. Це також дозволяє виключити потенційно небезпечні вправи і рухи, що можуть призвести до погіршення фізичного стану досліджуваних осіб.

Принцип 3. Врахування різних вихідних положень. Доцільно окремо аналізувати пози, які є домінантними в повсякденному житті, зокрема:

- 1) положення ОРА у позі стоячи рівно;
- 2) положення ОРА при різних фазах ходьби;
- 3) положення ОРА у напівприсяді;
- 4) пози з частковим або повним зняттям осьового навантаження з нижніх кінцівок тощо.

Для кожної досліджуваної людини набір відповідних поз має визначитися індивідуально на основі спостережень, опитування та зважаючи на міру активності способу життя. Моделювання таких поз дозволяє виявити вправи, які:

- 1) активують необхідні м'язові групи;
- 2) дозволяють зняти навантаження із нетипово активованих груп м'язів, що може бути спричиненим локальним деформуванням ОРА;
- 3) мінімізують навантаження на КС, особливо у фазі загострення гоналгій.

Принцип 4. Послідовності залучення в роботу м'язових груп. На основі аналізу внутрішніх зусиль визначається раціональна черговість залучення м'язів:

- 1) визначити м'язи, робота з якими не призводить до зростання навантаження на КС;
- 2) визначити м'язи-стабілізатори, що зменшують передачу надлишкових зусиль на КС;

3) визначити м'язи, робота яких пов'язана з осьовими навантаженнями на нижні кінцівки.

Така послідовність дозволить уникнути загострення негативного фізичного стану КС та поступово посилити необхідні групи м'язів без ризику посилення гоналгій.

Таким чином, біотенсегриті-моделювання створює науково обґрунтовану основу для безпечного зміцнення м'язів; зменшення деструктивного впливу позанормованої маси тіла на КС та профілактики прогресування гоналгій і пов'язаних із ними дегенеративних змін хрящових тканин відповідних суглобів.

Беручи до уваги сформульовані вище базові принципи використання результатів біотенсегриті-моделювання нижньої частини ОРА, нами обґрунтовано можливість формування індивідуалізованих завдань фізичної терапії. Такий підхід має стати інноваційним інструментом у роботі фізичних терапевтів та інших фахівців, які займаються реабілітацією осіб із ожирінням та гоналгіями. Отримані модельні дані дозволяють перейти від узагальнених рекомендацій до індивідуалізованих напрямів корекційного впливу з урахуванням навантаженості окремих структурних елементів, критичних кутів згинання КС, особливостей вихідних положень тіла та послідовності залучення у роботу м'язових груп.

Відповідний інструмент доцільно структурувати у вигляді схеми взаємопов'язаних базових принципів та завдань терапії та реабілітації (рис. 4.1), що відображає системну інтеграцію результатів моделювання у процес формування завдань ФТ жінок з ожирінням та гоналгіями та демонструє причинно-наслідковий зв'язок між біомеханічними закономірностями функціонування КС і напрямами практичного впливу.



Рисунок 4.1 – Схематичне відображення взаємозв'язку базових принципів використання результатів біотенсегріті-моделювання та системи завдань у терапії і реабілітації осіб із ожирінням та гоналгіями

Таким чином, процес формування та надання реабілітаційної послуги для осіб із ожирінням та гоналгіями можна представити у вигляді циклічного алгоритму, який передбачає послідовність наступних дій (рис. 4.2).

1) оцінка клінічних показників, структур та функцій, активності та участі пацієнта;

- 2) формування дискретно представленої геометричної моделі на основі визначених показників;
- 3) моделювання і порівняння компонентів напружено-деформованого стану ОРА людини;
- 4) визначення величини та комбінації м'язових зусиль, що впливають на біомеханіку ОРА осіб із ожирінням;
- 5) визначення базових принципів використання результатів моделювання у терапії та реабілітації осіб із ожирінням;
- 6) визначення завдань терапії та реабілітації;
- 7) підбір засобів терапії та реабілітації;
- 8) встановлення smart-цілей;
- 9) розробка та впровадження індивідуальної програми;
- 10) оцінка ефективності програми

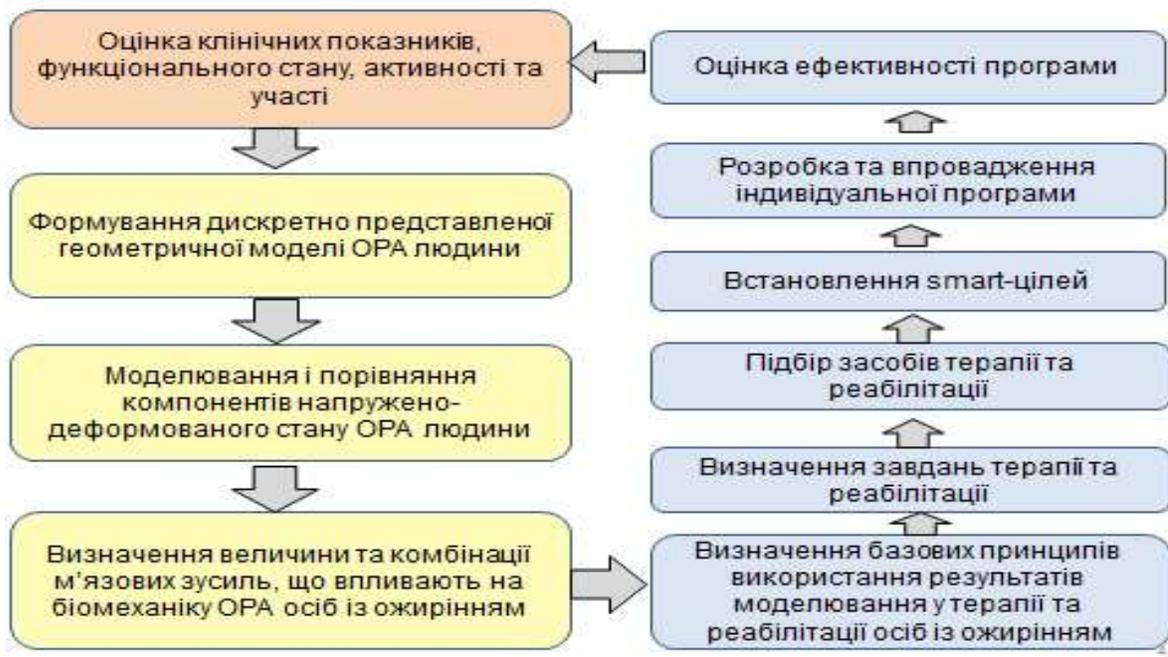


Рисунок 4.2 – Алгоритм надання реабілітаційної послуги на основі моделювання роботи ОРА для осіб із ожирінням та гоналгіями

4.2 Практичні рекомендації до застосування засобів фізичної терапії та фітнесу у жінок з ожирінням та гоналгіями на основі моделювання роботи колінного суглобу

Розроблена біотенсегриті-модель нижньої частини ОРА є ефективним інструментом для кількісного аналізу внутрішніх зусиль і безпосередньо використана нами для науково-обґрунтованого формування базових принципів та завдань терапії та реабілітації жінок з ожирінням та гоналгіям з подальшим формуванням практичних рекомендацій до застосування засобів терапії та реабілітації. Застосування розробленої моделі дозволяє перейти від емпіричного підбору терапевтично-реабілітаційних засобів до модельно-орієнтованої реабілітації, що підвищує безпеку, ефективність і прогнозованість результатів лікування/відновлення.

Згідно даних літературних джерел, рухова активність та режим харчування посідають провідне місце у системі сучасних немедикаментозних втручань, спрямованих на комплексне відновлення фізичного стану, функціональних можливостей, активності та участі осіб із порушеннями обмінних процесів і використовується як ефективний оздоровчо-профілактичний засіб розвитку можливих ускладнень. За наявності надмірної маси тіла чи ожиріння та гоналгій, які не потребують хірургічного втручання, відновлення порушених функцій у більшості випадків здійснюється за рахунок використання засобів ФТ та фітнесу.

Таким чином, фундаментом розроблених нами практичних рекомендацій стало поєднання терапевтичних вправ (ТВ), засобів фітнесу, ортопедичних засобів у вигляді кінезіотейпів та навчання пацієнтів, в рамках двох блоків – прикладного та навчального (рис. 4.3).

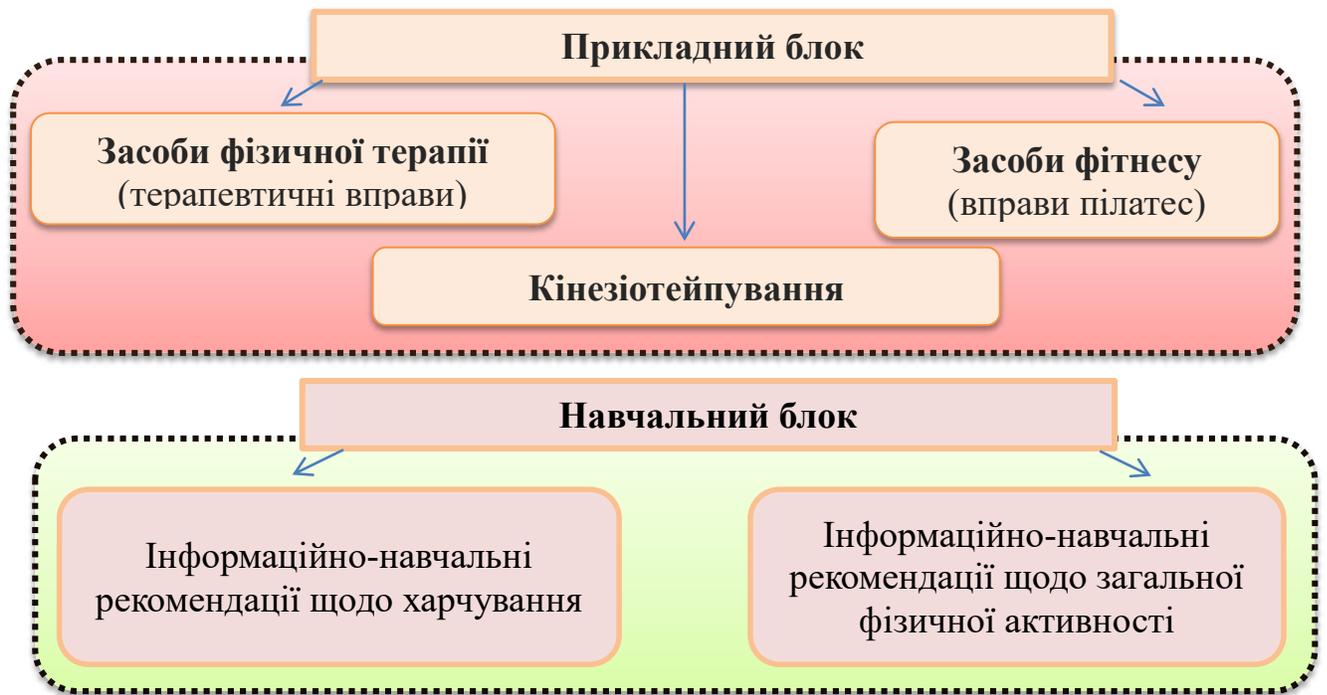


Рисунок 4.3 – Блок-схема практичних рекомендацій

Розроблені нами практичні рекомендації до застосування засобів ФТ та фітнесу у жінок з ожирінням та гоналгіями базуються на загальних *методологічних принципах ФТ* (застосування МКФ; клієнторієнтований підхід; формування цілей в SMART-форматі; врахування принципу нейропластичності; комплексний підхід) та *базових принципах результатів моделювання* роботи КС, що дозволило визначити аргументовані завдання та підібрати адекватні терапевтично-реабілітаційні засоби, обґрунтовані рівні навантаження, амплітуду рухів, характер м'язової роботи та вихідні положення (В.п.).

Аналіз результатів біотенсегриті-моделювання демонструє, що найбільш ефективними для досягнення поставлених реабілітаційних цілей можуть стати види рухової діяльності, які:

- 1) виконуються у контрольованих, часто розвантажених позах;
- 2) забезпечують активацію глибоких м'язів-стабілізаторів;

3) не супроводжуються різким зростанням внутрішніх зусиль у колінних суглобах та не спричиняють посилення гоналгій.

Саме цим вимогам у найбільшій мірі відповідають:

1. Терапевтичні вправи: дихальні, загальнорозвиваючі, спеціальні вправи для збільшення амплітуди руху КС, вправи для стабільності КС, вправи на рівновагу та координацію, вправи на витривалість, вправи для збільшення сили та тонусу м'язів стегна та черевного пресу, вправи на зниження маси тіла без створення осьових і ударних навантажень на КС);

2. Засоби фітнесу: вправи пілатес.

Вибір раціональних вихідних положень та дозування виконання вправ дозволяють мінімізувати осьове навантаження на КС при збереженні ефективної активації відповідних м'язових груп.

Межі амплітуди рухів, темп виконання та характер м'язової роботи визначались з урахуванням інтервалів відносно безпечних кутів згинання КС, встановлених за результатами серії модельних розрахунків.

Рекомендації щодо застосування засобів ФТ та фітнесу також будувались з урахуванням визначених рівнів активності та участі обстежених жінок на основі встановлених завдань.

Структуру та зміст практичних рекомендацій представлено у таблиці 4.1. Кожний з пропонованих засобів спрямований на послідовне вирішення визначених SMART-цілей в межах завдань та базових принципів.

Для підвищення структурної наочності кореляцію між базовими принципами, відповідними завданнями та SMART-цілями відображено у відповідній кольоровій гамі, що дозволяє чітко простежити їх взаємозв'язок та логіку переходу від результатів моделювання до практичної реалізації.

Таблиця 4.1 – Блок-схема практичних рекомендацій до застосування засобів терапії та реабілітації у жінок з ожирінням та гоналгіями [19]

ПРИКЛАДНИЙ БЛОК:			
Базові принципи	Завдання	SMART-цілі	Засоби
1 Врахування навантаженості елементів ОРА	Покращення локального кровообігу	Покращення локального кровообігу в ділянці КС протягом 7 днів за рахунок активації м'язової помпи та оптимізації мікроциркуляції без перевищення безпечного рівня навантаження	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Активні циклічні вправи для нижніх кінцівок у полегшених В.п. ➤ Вправи пілатес з м'якою динамічною активацією м'язів стегна та гомілки ➤ Дихальні вправи в поєднанні з рухами нижніх кінцівок для стимуляції венозного відтоку
	Досягнення оптимально можливих величин зниження маси тіла та охватних розмірів	Зменшення обхватних розмірів грудей, живота, талії, стегна, гомілки в середньому на 10 см протягом 6 місяців. Зниження маси тіла на 10 % від початкових значень протягом 6 місяців	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Дихальні вправи ➤ Загальнорозвиваючі вправи ➤ Терапевтичні динамічні вправи для великих м'язових груп нижніх та верхніх кінцівок у середньому темпі ➤ Вправи з циклічним характером рухів (чергування згинання–розгинання у великих суглобах) з метою активації м'язової помпи та підвищення енергетичних витрат ➤ Комплексні ТВ на залучення кількох м'язових ланцюгів із контролем дихання та положення тіла
	Зменшення больового синдрому	Зменшення інтенсивності больового синдрому на ≥ 30 % за шкалою EQ-VAS протягом 7 днів за рахунок зниження м'язово-фасціального напруження та оптимізації рухового контролю	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Вправи на розслаблення м'язів нижніх кінцівок у полегшених В.п. ➤ Вправи пілатес з акцентом на м'яку мобілізацію КС та контроль дихання ➤ Дихальні вправи з подовженим видихом для зниження м'язового тону

Продовження табл. 4.1.

2 Враховання критичних кутів згинання КС	Збільшення рухливості КС	Підвищення / поліпшення рухливості КС за рахунок покращення амплітуди руху КС через 3 тижні	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Активні вправи на збільшення амплітуди рухів у КС з полегшених В.п. (лежачи на спині, сидячи); Вправи на ковзання п'яти по опорі у безболісному діапазоні рухів ➤ Ізометричні скорочення м'язів передньої поверхні стегна з фіксацією положення КС
	Покращення координації та рівноваги в КС та гомілково-стопному суглобі	Покращення рівноваги на одній нозі через 3 тижні	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Вправи на рівновагу з полегшених вихідних положень із стабілізацією м'язів пресу ➤ Вправи на витривалість та координацію ➤ Статичні та динамічні вправи на утримання рівноваги в положенні стоячи на одній нозі з візуальним контролем положення тіла ➤ Вправи на контроль положення гомілковостопного суглоба в положенні стоячи з опорою (перекати з п'яти на носок у повільному темпі) ➤ Вправи пілатесу на стабілізацію тазу та нижніх кінцівок з полегшених вихідних положень ➤ Координаційні вправи з обмеженою опорою на стопу без осьового навантаження на КС ➤ Кінезотейпування КС
3 Враховання різних вихідних положень	Виявлення бокового зміщення надколінник а внаслідок слабкості широкого медіального та	Покращення гнучкості широкого медіального та латерального м'язів стегна через 7 днів	<p>Вправи пілатес:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ З концентричним та ексцентричним скороченням підколінних м'язів, які покращують гнучкість ➤ Для укріплення КС та задньої поверхні стегна із В.п. лежачі на спині ➤ На м'яке динамічне розтягнення широкого

Кінець Табл. 4.1

	латерального м'язів і скутості напружувача широкої фасції стегна		медіального та латерального м'язів стегна з контролем положення тазу ➤ Статичні вправи на розтягнення напружувача широкої фасції стегна у полегшених В.п. ➤ З акцентом на подовження латерального м'язово-фасціального ланцюга нижньої кінцівки На мобілізацію кульшового суглобу, спрямовані на зменшення напруження латеральних структур стегна
--	--	--	--

4 Послідовності залучення у роботу м'язових груп	Збільшення сили та тонусу м'язів стегна та черевного пресу; поступове збільшення осьового навантаження	Збільшення тонусу чотириголового м'язу з оцінки 2 до оцінки 4 за ММТ через 2 тижні. Усунення дисбалансу між частинам чотириголового м'язу стегна	➤ Вправи для стабільності КС з вихідного положення сидячи ➤ Вправи для збільшення сили та тонусу м'язів стегна та черевного пресу ➤ Кінезотейпування КС
---	--	--	---

НАВЧАЛЬНИЙ БЛОК:

1. Інформаційно-навчальні рекомендації щодо харчування
2. Інформаційно-навчальні рекомендації щодо загальної фізичної активності

Зупинимось більш детально на кожному з блоків практичних рекомендацій.

Прикладний блок практичних рекомендацій передбачає застосування:

Терапевтичні (фізичні) вправи пропонується проводити у форматі занять тривалістю до 60 хвилин двічі на тиждень, орієнтовний комплекс вправ наведено в таблиці X.1 (Додаток X).

На початку структура занять має включати дихальні вправи, загальнорозвиваючі вправи та спеціальні вправи, спрямовані на покращення кровообігу в нижніх кінцівках.

Дихальні вправи доцільно застосовувати з метою нормалізації дихального ритму, зниження напруження та опосередкованого впливу на вегетативну регуляцію.

Загальнорозвиваючі вправи мають виконуватись у полегшених В.п. і забезпечувати помірну активацію м'язових груп без осьового навантаження на КС.

Спеціальні вправи мають бути орієнтовані на стимуляцію регіонарного кровообігу, зменшення застійних явищ та підготовку тканин до подальших функціональних навантажень.

З другого місяця рекомендовано застосовувати спеціально підібрані вправи для збільшення амплітуди руху КС, вправи для стабільності КС, вправи для збільшення сили та тонуусу м'язів стегна та пресу, вправи на рівновагу та координацію, вправи на витривалість з метою підвищення толерантності до ФН і покращення контролю рухів нижніх кінцівок. Вправи мають виконуватись у контрольованих умовах, із дотриманням безпечних амплітуд рухів та повільного або середнього темпу. Пріоритетним є зосередження уваги на залученні м'язів-стабілізаторів, координації роботи м'язових груп і зниженні ризику надмірних внутрішніх зусиль у структурах КС під час виконання функціональних рухів.

Індивідуально скорегований комплекс вправ для зниження маси тіла рекомендовано застосовувати з урахуванням антропометричних показників, рівня фізичної підготовленості та динаміки змін функціонального стану жінок. Комплекс вправ має поєднувати елементи загальної рухової активності та спеціалізованих вправ, що забезпечує підвищення енергетичних витрати без створення осьових і ударних навантажень на КС. Такий підхід сприяє поступовому зниженню маси тіла та покращенню компонентного складу тіла. Орієнтовний комплекс вправ представлено у таблиці X.1 (Додаток X).

Засоби фітнесу. Аналіз вітчизняних і зарубіжних наукових джерел засвідчив наявність значного масиву досліджень, присвячених застосуванню засобів системи пілатесу у програмах ФТ жінок з ожирінням та гоналгіями [45]. Узагальнення результатів досліджень свідчить, що систематичне виконання фізичних вправ за методикою пілатес позитивно впливає на якість життя, функціональний стан ОРА та компонентний склад тіла, що обґрунтовує доцільність її інтеграції у розроблені нами практичні рекомендації.

Застосування вправ пілатесу у даному дослідженні також ґрунтувалося на положеннях, сформульованих у підрозділі 4.1, зокрема на результатах біотенсегриті-моделювання нижньої частини ОРА, що дозволило обґрунтовано визначати безпечні В.п., допустиму амплітуду рухів, темп виконання вправ та характер м'язової роботи. На відміну від традиційних силових або аеробних навантажень, вправи пілатесу забезпечують активацію глибоких м'язів-стабілізаторів за умов мінімального осьового та ударного навантаження на КС.

Вправи пілатесу рекомендовано інтегрувати поступово, відповідно до функціонального стану пацієнток та інтенсивності больового синдрому.

На початку вправи пілатесу доцільно застосовувати у спрощених варіантах із використанням розвантажених В.п., у повільному темпі та з обмеженою амплітудою рухів. Основний акцент має бути зосереджений на дихальних вправах, ізометричній активації м'язів тулуба й нижніх кінцівок та формуванні навичок утримання нейтрального положення поперекового відділу хребта, що сприяє зменшенню внутрішніх зусиль у структурах КС і створює передумови для подальшого розширення рухового режиму.

Надалі рекомендовано поступово ускладнювати техніку та збільшувати навантаження, з акцентом на активацію м'язів-стабілізаторів і контроль положення нижніх кінцівок. Вправи мають виконуватись з поєднанням концентричних та ексцентричних режимів м'язової роботи та реалізовуватися у межах трьох рівнів

складності, що забезпечує індивідуалізацію навантаження й поступову адаптацію ОРА без перевантаження КС.

При досягненні визначених завдань з покращення функцій КС вправи пілатесу слід використовувати з метою закріплення сформованих рухових навичок та підготовки жінок до самостійного їх виконання у побутових умовах. Заняття мають будуватися на повторенні раніше застосованих вправ з поступовим збільшенням навантаження від першого до третього рівня складності, що дозволяє відпрацювати техніку виконання та сформувати навички самоконтролю рухів і дозування навантаження. Особливу увагу необхідно приділяти навчанню використання допоміжних засобів, зокрема еластичних стрічок різного ступеня натягу, для укріплення м'язів нижніх кінцівок і підвищення стабільності КС.

Вправи пілатесу, що спрямовані на закріплення досягнутих функціональних результатів та підвищення рухової автономності пацієток:

1. вправи з концентричним та ексцентричним скороченням підколінних м'язів, спрямовані на покращення гнучкості та м'язового контролю задньої поверхні стегна;

2. вправи для укріплення м'язів, що оточують КС та м'язів задньої поверхні стегна з В.п. лежачи на спині, що забезпечує мінімізацію осьового навантаження на КС;

3. вправи для стабілізації КС з В.п. сидячи, спрямовані на покращення контролю положення нижніх кінцівок і зниження ризику повторного виникнення больового синдрому.

Таким чином, застосування вправ пілатесу у жінок з ожирінням та гоналгіями є науково обґрунтованим та доцільним, оскільки дозволяє забезпечити контрольовану активацію м'язових груп і зменшення внутрішніх навантажень у структурах КС. Поетапне застосування вправ з урахуванням рівнів складності та функціонального стану жінок сприяє формуванню стійких функціональних

адаптацій без ризику загострення больового синдрому. Основні методичні рекомендації до виконання вправ пілатесу наведено у додатку Х.

Кінезіотейпування вважається доцільним засобом у межах ФТ при гоналгіях. Рекомендовано використовувати підтримувальний тип кінезіотейпування з локалізацією у зоні КС. Основною метою даного заходу є покращення пропріоцептивного контролю, зменшення відчуття нестабільності та створення умов для безпечного виконання рухових завдань. Приклад стабілізаційної аплікації показано на рисунку 4.4.



Рисунок 4.4 – Стабілізуюче тейпування КС

З другого місяця кінезіотейпування рекомендується до використання у вигляді підтримуючого та лімфодренажного тейпування з локалізацією у зонах КС і стегон (рис. 4.5 – 4.7). Застосування зазначених видів тейпування має бути спрямоване на покращення пропріоцептивного контролю, оптимізацію мікроциркуляції та зменшення набрякових явищ, а також на створення додаткової підтримки суглобів у процесі зростання обсягу та інтенсивності рухової активності.



Рисунок 4.5 – Підтримуюче тейпування КС



Рисунок 4.6 – Лімфодренажне тейпування КС



Рисунок 4.7 – Біомеханічне тейпування КС

Навчальний блок практичних рекомендацій передбачає:

Інформаційно-навчальні рекомендації щодо загальної фізичної активності жінок з ожирінням та гоналгіями слід застосовувати індивідуально з урахуванням функціонального стану пацієнток.

Рекомендації мають стосуватись:

- підтримання помірної щоденної рухової активності не менше 150 хв. на тиждень з обмеженням ударних та осьових навантажень на КС, раціонального чергування активності й відпочинку, а також уникнення тривалих статичних положень, що можуть сприяти підвищенню внутрішніх зусиль у структурах суглоба; (Додаток Ц).

- навчання техніці виконання ТВ необхідно застосовувати з метою формування здатності безпечного та самостійного виконання комплексу вправ у домашніх умовах, з дотриманням правильного В.п., амплітуди рухів, темпу виконання та контролю дихання;

- формування навичок самоконтролю ФН, що має здійснюватись з орієнтацією на суб'єктивні відчуття, рівень втоми та відсутність больових відчуттів у КС;

- навчання пацієнток методам укріплення м'язів нижніх кінцівок із використанням еластичних стрічок різного ступеня натягу, що дозволяє індивідуалізувати навантаження, поступово підвищувати м'язову витривалість та забезпечувати безпечне виконання вправ у домашніх умовах.

Інформаційно-навчальні рекомендації щодо харчування, спрямовані на формування у жінок навичок самостійного контролю харчової поведінки з метою підтримання досягнутих результатів зниження маси тіла. Поради носять рекомендаційний характер і спрямовані на формування усвідомленого ставлення до харчової поведінки (Додаток Ш). Доцільно акцентувати увагу на поступовій корекції раціону з урахуванням зниження енергетичної цінності харчування без

різких обмежень, що створює умови для зменшення маси тіла без додаткового навантаження на ОРА.

З другого місяця харчування має більш структурований характер і спрямовано на підтримку процесів зниження маси тіла та оптимізацію обміну речовин. Рекомендації щодо харчування доцільно формувати індивідуально з урахуванням енергетичних витрат, режиму рухової активності та загального стану здоров'я пацієнток, що сприяє підсиленню ефекту від застосування ТВ.

Зазначений компонент має включати ознайомлення жінок з орієнтовною схемою харчування, що передбачає раціональний розподіл прийомів їжі протягом дня, дотримання інтервалів між ними та контроль об'єму порцій. Особливу увагу доцільно приділяти забезпеченню адекватного водного режиму [22], збалансованому надходженню основних макронутрієнтів та уникненню тривалих періодів неконтрольованого харчування.

Рекомендовану схему харчування слід розглядати не як лікувальну дієту, а як навчальний інструмент, спрямований на підвищення усвідомленості пацієнток щодо взаємозв'язку харчової поведінки, рівня фізичної активності та стану ОРА. Орієнтовний приклад меню та режиму харчування, пропонований у межах навчального компоненту, наведено у додатку Ч.

Таким чином, поєднання поступово ускладненого ФН, навчання самостійному виконанню вправ та формування базових навичок раціонального харчування передбачає створення умов для довготривалого збереження досягнутих функціональних результатів та підвищенню рухової автономності жінок з ожирінням та гоналгіями у контексті самостійної фізичної активності.

Висновки до розділу 4

Модельно орієнтований підхід та біотенсегріті-моделювання нижньої частини ОРА дозволили: кількісно оцінити внутрішні зусилля у структурних елементах КС; науково обґрунтувати та сформулювати прикладні та навчальні

практичні рекомендації до застосування засобів ФТ та фітнесу у жінок з ожирінням та гоналгіями; визначити безпечні параметри рухової активності з урахуванням положення тіла, амплітуди рухів, темпу виконання та характеру м'язової роботи.

Рекомендовані до застосування засоби ФТ та фітнесу (прикладний блок практичних рекомендацій) передбачають мінімізацію осьових і локальних навантажень на КС, пріоритетну активацію м'язів-стабілізаторів та поступове розширення рухового режиму без загострення больового синдрому, що підвищує їх безпечність, обґрунтованість і прогностичну цінність.

До рекомендованих нами засобів ФТ та фітнесу належать: ТВ (дихальні, загальнорозвиваючі, спеціальні вправи для збільшення амплітуди руху колінного суглобу, вправи для стабільності КС, вправи на рівновагу та координацію, вправи на витривалість, вправи для збільшення сили та тонуусу м'язів стегна та черевного пресу, вправи на зниження маси тіла без створення осьових і ударних навантажень на КС); засоби фітнесу (вправи пілатес); кінезіотейпування.

Застосування вищенаведених засобів має забезпечити контрольовану активацію м'язових груп, зниження маси тіла, зменшення больового синдрому, покращення стабільності КС та формування стійких рухових навичок, необхідних для подальшої самостійної фізичної активності.

Навчальний блок практичних рекомендацій представлений порадами щодо харчування та загальної фізичної активності.

Основні положення розділу відображені в роботах автора 19, 22, 45.

РОЗДІЛ 5

АНАЛІЗ І УЗАГАЛЬНЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ

Ожиріння є однією з провідних сучасних глобальних проблем охорони здоров'я та розглядається як хронічне мультифакторне захворювання, поширеність якого охоплює понад два мільярди людей, що становить 30 % населення світу, зумовлюючи значний медичний і соціально-економічний тягар [12, 87, 88, 170, 173].

Сучасні підходи до діагностики, профілактики та терапії ожиріння базуються на багатовимірній концепції з урахуванням метаболічних порушень, функціональних обмежень і стадійності процесу, що відображає складну взаємодію біологічних, поведінкових і соціально-економічних чинників [104]. Узагальнення результатів попередніх епідеміологічних і клінічних досліджень [87, 88] свідчать, що ожиріння належить до провідних факторів ризику смертності у світі (близько 3,4 мільйона щорічно) та асоціюється зі значним зростанням частоти серцево-судинних (на 47 %), метаболічних (на 23 %), онкологічних захворювань (на 41 %).

Безсумнівною є роль ожиріння у формуванні системного негативного впливу на ОРА, що проявляється високою поширеністю хронічного скелетно-м'язового болю, переважно в ділянці хребта та суглобів, і супроводжується суттєвим погіршенням фізичного функціонування, психоемоційного стану та ЯЖ. Сукупність наведених даних [31, 32, 88, 101, 128, 141-143, 165, 185] підтверджує комплексний механічно-метаболічний характер ураження ОРА при ожирінні та обґрунтовує необхідність подальшого поетапного аналізу структурно-функціональних порушень рухової системи з метою дослідження найбільш уразливих її ланок.

Моделювання роботи ОРА у осіб з ожирінням розглядається як ефективний інструмент кількісної оцінки біомеханічних чинників, які не піддаються вимірюванню в природних умовах, зокрема за умов підвищеного навантаження на КС, що виникає внаслідок зміщення центру маси та змін м'язової функції [35, 139,

155, 163]. Аналіз наявних моделей ОРА свідчить про їх обмежену адаптованість до змінених біомеханічних умов при ожирінні, що зумовлює необхідність удосконалення підходів до моделювання з урахуванням індивідуалізованої архітектури м'язів, особливостей розподілу маси тіла та кінематики рухів [155, 181].

Сучасні наукові дослідження акцентують увагу на ключовій методологічній проблемі моделювання ОРА – оптимізації рівня складності моделей із поєднанням анатомічної точності та прийнятних обчислювальних витрат [78, 103, 139, 153, 162]. У цьому контексті особливу увагу привертають моделі, засновані на принципах тенсегриті та біотенсегриті, які дозволяють цілісно описати взаємодію елементів ОРА через баланс сил стиску і розтягу та відтворити механізми передачі навантажень у руховій системі людини [92, 124, 125, 145-147, 154, 180]. Застосування біотенсегриті-підходу до моделювання ОРА формує передумови для більш точної кількісної оцінки силових навантажень у жінок з ожирінням та гоналгіями, виявлення змін у НДС КС і суміжних структур та формування науково обґрунтованої основи для цілеспрямованого вибору ефективних заходів у боротьбі з ожирінням та його наслідками [139, 155].

Результати наукових досліджень засвідчують про рецидивуючий характер ожиріння й обмежену ефективність ізольованої фармакотерапії [187], тоді як провідне місце в терапії та профілактиці ожиріння надається модифікації способу життя, корекції харчової поведінки та регулярній руховій активності [31, 32, 34, 35, 77]. У цьому контексті міжнародні стратегії боротьби з зайвою вагою наголошують на необхідності комплексного та індивідуалізованого підходу, спрямованого на відновлення функціонального стану, ЯЖ осіб із ожирінням та його наслідками, що зумовлює актуальність дисертаційного дослідження [12, 49, 75, 84, 88, 138].

Ефективне застосування рухової активності у осіб із ожирінням і гоналгіями, а саме засобів ФТ та фітнесу, має ґрунтуватися на чіткому розумінні структурно-

функціональних і біомеханічних змін у КС та пов'язаного з ними больового синдрому [71, 76, 84, 113, 168, 169].

Встановлено, що регулярні аеробні й силові навантаження у рекомендованих обсягах (≥ 150 -300 хв/тиждень) сприяють зниженню маси тіла, зменшенню болю, покращенню функціонального стану суглобів, м'язової сили та метаболічних показників, а використання низькоударних і низькоосьових форм навантаження, до яких належать елементи пілатесу [45], дозволяє досягти клінічно значущого зниження больового синдрому та підвищення функціональної здатності без ризику перевантаження суглобових структур [89, 99, 108, 119, 160, 167, 169].

Таким чином, результати проведеного аналізу наукових джерел підтверджують доцільність подальшого вивчення структурно-функціональних і біомеханічних змін у жінок з ожирінням та гоналгіями на основі моделювання роботи КС, а також визначають потребу в розробці науково-обґрунтованих практичних рекомендацій з використання засобів ФТ та фітнесу з урахуванням виявлених змін.

Дослідження проводилося на базі Науково-дослідного інституту Національного університету фізичного виховання і спорту України, фітнес-центру «АЕРО» (м. Червоноград) та Центру фізичної терапії «Олімпійський» (м. Київ) у період з 2022 до 2026 рр.

Контингент досліджуваних: Дев'ять жінок 30-65 років із ожирінням (показники ІМТ становили 25,7 - 40,5 кг/м²) та клінічно підтвердженими функціональними порушеннями КС – гоналгіями.

У ході дисертаційного дослідження були отримані дані, що підтверджують, доповнюють, розширюють наявні дослідження та сприяють подальшому розвитку, та нові результати з проблеми дослідження.

Отримані в ході дослідження дані *підтвердили* численні дані [4, 10, 17, 18, 29, 31, 39, 44, 49, 52, 55, 71, 76, 84] щодо змін у показниках компонентного складу тіла жінок з ожирінням. Так, середній відсотковий вміст жирової тканини у досліджених

жінок становив 42,6 %, при мінімальних та максимальних значеннях 31,7 % і 48,7 % відповідно. При аналізі компонентного складу нижніх кінцівок виявлено, що 46 % їх загальної маси становила жирова компонента, що, у свою чергу, призводило до збільшення фактичної маси нижньої кінцівки в середньому на 85,19 % порівняно з розрахунковими нормативними значеннями.

Таким чином, отримані результати вказують на виражений кількісний дисбаланс між жировою та м'язовою компонентами у досліджених жінок та свідчить про недостатній рівень розвитку м'язової компоненти.

Наявні на цей час біомеханічні дослідження засвідчують, що виражений кількісний дисбаланс на користь жирової компоненти, спричиняє значне зростання компресійних і контактних навантажень на суглоби нижніх кінцівок [32, 36], при цьому маса тіла пояснює до 70–80 % варіацій пікових суглобових навантажень під час ходьби, а внутрішньосуглобовий тиск у КС за умов надмірної ваги перевищує фізіологічні значення [88].

На основі наведених вище даних літератури та отриманих нами кількісних показників компонентного складу тіла жінок з ожирінням, *вперше*, за допомогою елементів теорії параметризації та математичного аналізу, визначено функціональні залежності між відсотковим вмістом жирових тканин у тілі (α) та мірою перенавантаження КС (λ) [20] та розроблено, із застосуванням методів інтерпретаційного геометричного моделювання [67], удосконалену біотенсегріті-модель нижньої частини ОРА людини із достовірно визначеними групами м'язів, які саме утримують тіло у стійких положеннях та дозволяють підтримувати геометричну незмінюваність відповідної інтерпретаційної стрижневої моделі. Для перевірки коректності отриманих результатів додатково побудовано СЕМ нижньої частини ОРА за допомогою ПК ЛІРА-САПР, на основі якої *вперше* в межах даного підходу виконано чисельний розрахунок компонентів НДС (зусилля та переміщення) у ланках та вузлах моделі.

Вперше, завдяки створеній моделі, у чисельних показниках та наочно продемонстровано вплив надмірної маси тіла на: зміни рухової активності людини; навантаження КС та структурно-функціональні зміни в КС, що відбуваються під впливом навантаження [22, 46–48].

Проведений аналіз дозволив *доповнити дані* [92, 125, 145-147] щодо можливостей біотенсегриті, а саме: використання концепції біотенсегриті створює можливість розглядати кістково-м'язову систему як цілісну просторово-організовану структуру, у якій відбувається взаємодія елементів стиску та натягу, що є методологічно доцільним для вивчення механізмів формування й перерозподілу внутрішніх зусиль. Так, нами показано, що включення хрящових структур КС до моделі у вигляді елементів із демпферними властивостями є принципово необхідним для адекватного відображення реальної біомеханіки процесів згинання та розгинання нижньої кінцівки, особливо в умовах дії динамічних навантажень. Такий підхід дозволяє здійснювати аналіз локальних перевантажень у зонах суглобових з'єднань та встановлювати їх взаємозв'язок з положенням тіла, антропометричними показниками й масою тіла людини.

Таким чином, розроблена біотенсегриті-модель має універсальний характер і може застосовуватися для аналізу напружено-деформованого стану нижньої частини ОРА за різних антропометричних параметрів, ступенів ожиріння та варіантів рухових поз, у тому числі симетричних і асиметричних, що суттєво *розширює та доповнює наявні на сьогодні дані* [13, 14, 32, 36, 44, 74, 78, 87] про зміни структурно-функціонального стану ОРА під впливом надлишкової маси тіла. Встановлено, що модель також дозволяє ідентифікувати найбільш навантажені елементи системи, критичні кути згинання КС, а також визначати безпечні діапазони рухів, у межах яких навантаження на хрящові структури залишаються мінімальними або стабільними.

У зв'язку з вищенаведеним, результати геометричного моделювання було покладено нами в основу функціональної інтерпретації отриманих змін, що

дозволило *вперше*: на основі геометричної моделі, оцінити за принципами МКФ структурно-функціональні зміни у КС та нижній кінцівці жінок з ожирінням; покласти результати біотенсегрیتی-моделювання в основу обґрунтування та розробки практичних рекомендацій до застосування засобів ФТ у жінок з ожирінням та гоналгіями [19, 21, 45].

Так, в межах практичних рекомендацій, нами було визначено безпечні види та параметри рухової активності з урахуванням положення тіла, амплітуди рухів, темпу виконання та характеру м'язової роботи, що дало підстави для подальшого обґрунтованого визначення послідовності роботи з тими чи іншими м'язовими групами з урахуванням їхнього впливу на навантаження КС.

До практичного застосування запропоновано засоби ФТ та фітнесу, що передбачають мінімізацію осьових і локальних навантажень на КС, пріоритетну активацію м'язів-стабілізаторів та поступове розширення рухового режиму без загострення больового синдрому, що підвищує рівень їх безпечності, обґрунтованості і прогностичної значущості.

У межах проведеного дослідження запропоновано структурно-логічну схему модельно-орієнтованого підходу до аналізу результатів біотенсегрیتی-моделювання та розробки рекомендацій до застосування засобів ФТ та фітнесу (рис. 5.1).



Рисунок 5.1 – Структурно-логічна схема модельно-орієнтованого підходу до аналізу результатів біотенсегрیتی-моделювання та розробки рекомендацій до застосування засобів ФТ та фітнесу у жінок з ожирінням та гоналгіями

Таким чином, *дістали подальшого розвитку* теоретичні уявлення щодо доцільності та можливості застосування засобів ФТ та фітнесу у осіб із ожирінням та ураженнями ОРА; теоретичні уявлення щодо визначальної ролі індивідуалізації ФН та контролю больового синдрому у осіб із ожирінням та ураженнями ОРА [14, 18, 29, 34, 39, 44]; *підтверджено* дані щодо найбільш значущих чинників, які визначають характер і спрямованість реабілітаційних заходів у осіб із ожирінням та ураженнями ОРА [89, 99, 108, 119, 160, 167, 169].

Подальші дослідження доцільно спрямувати на розширення біотенсегріті-моделювання зокрема кульшового та гомілково-стопного суглобів з метою уточнення закономірностей перерозподілу внутрішніх зусиль у досліджених суглобах. Окремим перспективним напрямом є удосконалення моделей із переходом від аналізу окремих сегментів до цілісного біотенсегріті-моделювання всього ОРА, що дозволить комплексно оцінювати міжсегментну взаємодію та формувати більш узагальнені й персоналізовані рекомендації з ФТ.

ВИСНОВКИ

1. Ожиріння є одним із ключових чинників формування та прогресування порушень функціонального стану ОРА, серед яких провідне місце займають больові синдроми КС – гоналгії. Порушення функції ОРА при ожирінні мають комплексний характер і зумовлені поєднаною дією механічних та біохімічних чинників, які формують каскад взаємопов'язаних патологічних процесів. Надмірна маса тіла спричиняє додаткове навантаження на суглоби нижніх кінцівок (кульшовий, колінний та гомілковостопний), що прискорює дегенеративні зміни суглобового хряща та підвищує ризик розвитку суглобової патології. Поєднання підвищеного механічного навантаження, змін біомеханіки рухів і метаболічних порушень зумовлює розвиток стійких функціональних обмежень, які негативно впливають на рівень рухової активності та ЯЖ жінок з ожирінням. Узагальнення результатів наукових досліджень щодо застосування засобів ФТ та фітнесу засвідчило необхідність індивідуалізації ФН, контролю больового синдрому та використання безпечних форм рухової активності з урахуванням структурно-функціональних змін КС й біомеханічних особливостей нижньої кінцівки.

2. На основі аналізу антропометричних і композиційних показників тіла встановлено, що у жінок з ожирінням та гоналгіями значення ІМТ становили 25,7 – 40,5 кг/м². Аналіз антропометричних показників засвідчив значну варіабельність обхватних розмірів тулуба та нижніх кінцівок, так, виявлено широкий діапазон окружності грудної клітки (80 – 104 см), талії (78 – 130 см) та живота (80 – 130 см), що свідчить про переважання абдомінального типу ожиріння у значної частини досліджуваних жінок. Обхватні розміри стегна становили 60 – 78 см, що відображає морфологічні передумови до зниження стабілізаційної функції м'язово-зв'язкового апарату КС. За результатами аналізу компонентного складу тіла встановлено, що середній відсотковий вміст жирової маси у жінок з ожирінням становив 42,6 %, з коливаннями від 31,7 % до 48,7 %, що поєднувалося зі зниженням частки безжирової маси; середній відсотковий вміст жирової компоненти нижніх кінцівок у досліджених жінок становив 46 % від загальної маси нижніх кінцівок. Таким чином, фактична маса нижньої кінцівки була в середньому на 85,19 % більшою за

її передбачувану масу, розраховану за умов нормального співвідношення жирової та безжирової компонент. Таке співвідношення жирової та м'язової компонент свідчить про дисбаланс компонентного складу тіла, що формує несприятливі умови функціонування ОРА, а також підвищений ризик нелінійного зростання перенавантаження КС у разі подальшого збільшення відсоткової частки жирової тканини в організмі.

3. На основі визначених структурно-функціональних показників жінок за допомогою методів прикладної дискретної геометрії було розроблено фізико-математичну (геометричну) модель КС та суміжних з ним суглобів у складі нижньої частини ОРА. Модель побудована з використанням біотенсегріті-підходу, в межах якого кісткові елементи інтерпретовано як просторові стрижневі механічні аналоги, здатні сприймати основні види механічних впливів. Під час формування сітчастих моделей кісткових елементів у площинній та просторовій постановках забезпечено їх геометричну незмінюваність під час дії зовнішніх навантажень, прикладених у вузлах системи. До структури моделі включено м'язеві ланки, інтерпретація яких забезпечила можливість відтворення характерних рухів та коректний розподіл внутрішніх зусиль у кістках, суглобах і м'язових елементах. Розроблена модель створює науково обґрунтовану основу для подальшого аналізу біомеханічних умов навантаження КС у жінок з ожирінням та гоналгіями.

4. Для перевірки коректності отриманих результатів додатково побудовано СЕМ нижньої частини ОРА. Встановлено, що передача навантажень від маси тіла на нижні відділи ОРА реалізується через систему так званих «гравітаційних вузлів», які інтерпретують шляхи поширення сил від сегментів тіла до опорних структур. При цьому навантаження від фрагмента системи «голова-тулуб-верхні кінцівки» зведено до еквівалентних зосереджених сил у вузлах тазу, що забезпечило коректне відтворення умов навантаження нижньої частини ОРА без явної геометричної інтерпретації тулуба.

5. Визначення внутрішніх зусиль у стрижнях і ланках моделі виконано з використанням методів дискретного геометричного та чисельного моделювання НДС (зусилля та переміщення) у ланках та вузлах моделі нижньої частини ОРА.

Зовнішні навантаження сформовано на основі індивідуальних даних біоімпедансного аналізу шляхом прикладання еквівалентних вузлових сил тяжіння, що відповідають масі окремих сегментів тіла. Таким чином, чисельне моделювання підтвердило правильність формування біотенсегріті-моделі та достовірність визначення внутрішніх зусиль у її ланках.

6. На основі результатів розподілу механічних навантажень виконано оцінку структурно-функціональних змін у КС та нижній кінцівці жінок з ожирінням та гоналгіями відповідно до доменів МКФ. Встановлено, що підвищені внутрішні зусилля у структурах досліджуваного суглоба асоціюються з порушеннями рухливості, стабільності та контролю положення нижньої кінцівки, що відображається у зниженні функцій руху, м'язової сили та координації.

Оцінка за доменами МКФ засвідчила наявність змін на рівні структур і функцій ОРА, зокрема: обмеження амплітуди рухів у КС, зниження м'язового тонусу та сили м'язів-стабілізаторів, порушення рівноваги і постурального контролю, а також підвищення інтенсивності больового синдрому. Виявлені функціональні обмеження поєднувалися зі зниженням толерантності до осьових навантажень та порушенням локального кровообігу у ділянці КС і прилеглих тканинах.

7. На підставі розробленої геометричної моделі виявлених змін структур та функцій ОРА, визначено базові принципи використання результатів моделювання у терапії та реабілітації осіб із ожирінням та гоналгіями: врахування навантаженості елементів ОРА; врахування критичних кутів згинання КС; врахування різних вихідних положень; послідовності залучення у роботу м'язових груп.

8. На основі результатів біотенсегріті-моделювання та визначених базових принципів, визначено завдання терапії та реабілітації та розроблено практичні рекомендації до застосування засобів терапії та реабілітації (прикладний блок та навчальний блок) у жінок з ожирінням та гоналгіями із математично-підтвердженими безпечними параметрами рухової активності з урахуванням положення тіла, амплітуди рухів, темпу виконання та характеру м'язової роботи. Так, розроблені рекомендації спрямовані на: зниження маси тіла; мінімізацію

осьових і локальних навантажень на КС; пріоритетну та контрольовану активацію м'язів-стабілізаторів; покращення стабільності КС; поступове розширення рухового режиму без загострення больового синдрому, що підвищує їх безпеку; формування стійких рухових навичок, необхідних для подальшої самостійної фізичної активності.

До рекомендованих нами засобів (прикладний блок) належать: терапевтичні вправи (дихальні, загальнорозвиваючі, спеціальні вправи для збільшення амплітуди руху колінного суглобу, вправи для стабільності КС, вправи на рівновагу та координацію, вправи на витривалість, вправи для збільшення сили та тонуусу м'язів стегна та черевного пресу, вправи на зниження маси тіла без створення осьових і ударних навантажень на КС); засоби фітнесу (вправи пілатес); кінезіотейпування. Навчальний блок практичних рекомендацій представлений порадами щодо харчування та загальної фізичної активності.

9. Подальші дослідження доцільно спрямувати на розширення біотенсегріті-моделювання нижньої частини ОРА людини шляхом включення до аналізу кульшового та гомілково-стопного суглобів з метою уточнення закономірностей перерозподілу внутрішніх зусиль у суміжних ланках кінематичного ланцюга. Перспективним є також удосконалення моделей із переходом від аналізу нижніх кінцівок та тазу до цілісного біотенсегріті-моделювання всього ОРА людини, що дозволить комплексно оцінювати міжсегментну взаємодію, НДС елементів моделі та обґрунтовувати більш точні й персоналізовані рекомендації з ФТ.

Окремим актуальним напрямом наукового пошуку є адаптація цілісної моделі для пацієнтів не лише з порушеннями обміну речовин, а й неврологічного профілю, осіб із пораненнями верхніх і нижніх кінцівок або після їх ампутацій із урахуванням змін м'язового тонуусу, порушень нейром'язового контролю, асиметрії навантаження та використання протезних компонентів. Реалізація зазначених підходів може створити передумови для подальшої кількісної та якісної оцінок характеру перерозподілу внутрішніх зусиль при біомеханічних порушеннях, уточнити механізми формування компенсаторних стратегій та підвищити рівень обґрунтованості, індивідуальності й ефективності програм ФТ.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Абдураїмов М. М. Оптимізація геометричних параметрів одношарових структурних конструкцій : дис. ... канд. техн. наук : 05.01.01. К. : КНУБА, 1995. 147 с.
2. Анпилогова В. А. Побудова мережі ліній кривизни на поверхні за допомогою асимптотичної мережі. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. К. : КДТУБА, 2003. С. 124–129.
3. Анпилогова В. А. Формоутворення вантових сіток на поверхні, заданих опорним контуром. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. К. : Вид-во «Будівельник», 1982. Вип. 31. С. 41–44.
4. Аравіцька М. Г., Лазарева О. Б. Значення комплаєнтності пацієнтів у довготривалій модифікації стилю життя в процесі корекції маси тіла. *Спортивна медицина, фіз. терапія та ерготерапія*. 2021. № 1. С. 91–99. [DOI: 10.32652/spmed.2021.1.64-72](https://doi.org/10.32652/spmed.2021.1.64-72).
5. Бахчев В. А., Гранат С. Є., Шапов О. В. Будівельна механіка. Комп'ютерний курс : підручник. К. : ВІПОЛ, 1999. 584 с.
6. Боев С. О. Конструювання дискретних обводів і поверхонь з екстремальними диференціально-геометричними властивостями : дис. ... канд. техн. наук : 05.01.01. К. : КІБІ, 1991. 179 с.
7. Ботвіновська С. І. Теоретичні основи формоутворення в дискретному моделюванні об'єктів архітектури та дизайну : дис. ... д-ра техн. наук : 05.01.01. К. : КНУБА, 2018. 526 с.
8. Ботвіновська С. І., Ковальов С. М., Золотова А. В. Геометричне моделювання поверхонь із заданими властивостями в дизайні та архітектурі. *Управління розвитком складних систем*. 2016. № 25. С. 121–126.
9. Бронштейн І. Н., Семендяєв К. А. Довідник з математики для інженерів і студентів вищих навчальних закладів / за ред. Г. Гроше, В. Циглера. М. : Наука,

1980. 976 с.

10. Бугро В. І., Соніна Д. Д. Ожиріння як світова проблема (огляд літератури). *Клінічна та профілактична медицина*. 2024. № 7. С. 157–163. DOI: [10.31612/2616-4868.7.2024.19](https://doi.org/10.31612/2616-4868.7.2024.19).

11. Будівельна механіка / за ред. Ю. І. Бутенка. К. : Вища шк., 1989. 479 с.

12. Всесвітня організація охорони здоров'я. Ожиріння та надмірна вага: ключові факти. 2024. URL: <https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/obesity-and-overweight> (дата звернення: 05.05.2025).

13. Герцик А. Теоретико-методичні основи фізичної реабілітації фізичної терапії при порушеннях діяльності опорно-рухового апарату : монографія. Львів : ЛДУФК, 2018. 388 с.

14. Григус І. М., Ногас А. О., Зданюк В. В. Динаміка показників амплітуди рухів у суглобах пацієнтів з ревматоїдним артритом. *Медичні перспективи (Medicni perspektivi)*. 2023. Vol. 28, № 4. Р. 166–173. DOI: [10.26641/2307-0404.2023.4.294222](https://doi.org/10.26641/2307-0404.2023.4.294222) [researchgate.net](https://www.researchgate.net).

15. Дарков А. В., Шапошников Н. Н. Будівельна механіка. М. : Вища школа, 1996. 607 с.

16. Діагностика болю в спині в роботі лікаря загальної практики – сімейної медицини / Л. А. Ткаченко та ін. *Актуальні проблеми сучасн. медицини. Вісник Укр. мед. стомат. академії*. 2015. Т. 15, № 3(51). С. 110–114.

17. Діагностика, лікування та профілактика ожиріння / Т. І. Гряділь та ін. *Україна. Здоров'я нації*. 2015. № 1. С. 96–100.

18. Жарова І. О. Теоретико-методичні основи фізичної реабілітації при первинному екзогенно-конституціональному ожирінні в підлітків : автореф. дис. ... д-ра. наук з фіз. вих. та спорту. К. : НУФВСУ, 2016. 41 с.

19. Жарова І. О., Кучерява О. В. Аналіз особливостей побудови та застосування програми фізичної терапії жінок з надмірною вагою та гоналгіями із застосуванням вправ пілатесу. *Спортивна медицина, фіз. терапія та ерготерапія*.

2025. № 1. С. 185–191. [DOI: 10.32782/spmed.2025.1.26](https://doi.org/10.32782/spmed.2025.1.26).

20. Жарова І. О., Скочко В. І., Кучерява О. В. Визначення функціональної залежності між надмірною вагою та мірою перенавантаження колінних суглобів у жінок з гоналгіями. *Спортивна медицина, фіз. терапія та ерготерапія*. 2024. № 1. С. 183–194. [DOI: 10.32652/spmed.2024.1](https://doi.org/10.32652/spmed.2024.1).

21. Жарова І. О., Скочко В. І., Кучерява О. В. Моделювання функцій роботи опорно-рухового апарату як інструмент вибору та використання засобів фізичної терапії у осіб із надлишковою масою тіла та гоналгіями. *Спортивна медицина, фіз. терапія та ерготерапія*. 2023. № 1. С. 102–107. [DOI: 10.32652/spmed.2023.1.102-107](https://doi.org/10.32652/spmed.2023.1.102-107).

22. Жарова І. О., Скочко В. І., Кучерява О. В., Горенко З. А. Особливості антропометричних характеристик жінок з надмірною вагою та гоналгіями. *Спортивна медицина, фіз. терапія та ерготерапія*. 2023. № 2. С. 145–151. [DOI: 10.32652/spmed.2023.2.145-151](https://doi.org/10.32652/spmed.2023.2.145-151).

23. Завгородня Т. К., Стражнікова І. В. Методологічні засади педагогічних досліджень : навч.-метод. посіб. Івано-Франківськ, 2021. 120 с.

24. Золотова А. В. Дискретна двовимірна кускова інтерполяція з другим порядком гладкості стикування порцій. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. К. : КНУБА, 2012. Вип. 89. С. 179–184.

25. Золотова А. В. Дискретна кускова інтерполяція точок при формуванні поверхонь в архітектурі : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.01.01. К. : КНУБА, 2015. 22 с.

26. Золотова А. В. Одновимірна кускова дискретна інтерполяція точок на площині. *Наукові нотатки*. Луцьк, 2008. № 22. С. 125–130.

27. Золотова А. В. Систематизація поверхонь, яким належать вузли дискретних сіток при лінійному розподілі зовнішнього навантаження. *Геометричне та комп'ютерне моделювання*. Х., 2009. № 25. С. 159–164.

28. Золотова А. В., Ахматшина О. І. Формування дискретного каркасу

складеної поверхні при рівномірному розподіленні зовнішнього формоутворюючого навантаження. *Геометричне та комп'ютерне моделювання*. Х., 2011. № 28. С. 149–154.

29. Івановська О. Е. Програма фізичної реабілітації жінок другого зрілого віку з екзогенно-конституціональним ожирінням з використанням методів гідрокінезотерапії : дис. ... канд. наук з фіз. вих. і спорту : 24.00.03. К. : НУФВСУ, 2018. 219 с.

30. Інженерна геометрія з елементами теорії параметризації : навч. посіб. / В. С. Михайленко та ін. К. : УМК ВО, 1989. 84 с.

31. Калмикова Ю. С. Поширеність ожиріння та метаболічного синдрому у осіб молодого віку: сучасний стан проблеми. *Rehabilitation & Recreation*. 2023. № 14. Р. 49–55. [DOI: 10.32782/2522-1795.2023.14.5](https://doi.org/10.32782/2522-1795.2023.14.5).

32. Калмикова Ю. С., Джим М. О., Джим В. Ю. Взаємозв'язок хронічного болю опорно-рухового апарату з метаболічним синдромом у дискурсивному полі наукового знання. *Rehabilitation and Recreation*. 2024. Vol. 18, № 2. Р. 70–79. [DOI: 10.32782/2522-1795.2024.18.2.8](https://doi.org/10.32782/2522-1795.2024.18.2.8).

33. Кашуба В. Із досвіду використання фітнес-технологій, спрямованих на корекцію тілобудови людини. *Спортивний вісник Придніпров'я*. 2018. № 1. С. 131–138.

34. Кашуба В. О., Григус І. М., Самойлюк О. В. Особливості рухової функції осіб зрілого віку у процесі занять фізичними вправами. *Rehabilitation and Recreation*. 2024. Т. 18, № 3. С. 179–188. [DOI: 10.32782/2522-1795.2024.18.3.16](https://doi.org/10.32782/2522-1795.2024.18.3.16).

35. Кашуба В. О., Попадюха Ю. А. Біомеханіка просторової організації тіла людини : монографія. Луцьк : Вежа-Друк, 2016. 232 с.

36. Кашуба В., Жарова І. Фізична реабілітація хворих на ожиріння з урахуванням стану їх опорно-рухового апарату. *Спортивний вісник Придніпров'я*. 2016. № 2. С. 188–197. URL: <http://reposit.uni-sport.edu.ua/handle/787878787/2735> (дата звернення: 09.12.2025).

37. Кащенко О. В. Формоутворення в дизайні та архітектурі на основі моделювання біопрототипів : дис. ... д-ра техн. наук. К. : КНУБА, 2013. 329 с.
38. Кисельов В. А. Будівельна механіка. М. : Стройиздат, 1996. 520 с.
39. Клецкова О. М. Фізична терапія жінок, хворих на ожиріння та остеоартроз колінних суглобів І ступеня : дис. ... д-ра філософії : 227 Фізична терапія, ерготерапія ; 22 / Охорона здоров'я. К. : НУФВСУ, 2023. 204 с. URL: <https://reposit.uni-sport.edu.ua/items/75ce42cb-43b2-4b82-bd86-1774a1545e46> (дата звернення: 21.12.2025).
40. Прикладна геометрія та інженерна графіка. Спеціальні розділи : навч. посіб. / С. М. Ковальов та ін. Луцьк : Редакційно-видавничий відділ ЛДТУ, 2006. Вип. 1. 256 с.
41. Ковальов С. М., Воронцов О. В. Конструювання сітчастих каркасів поверхонь із горизонталей і ліній найбільшого схилу. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. К. : КНУБА, 1993. Вип. 54. С. 13–16.
42. Ковальов С. М., Королюк С. В. До питання автоматизованого формоутворення тентових покриттів. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. К. : КНУБА, 1987. Вип. 44. С. 21–23.
43. Копасова Г. В., Скочко В. І., Кожедуб С. А. Деякі аспекти визначення рівня освітленості криволінійних поверхонь від точкових джерел. *Енергоефективність в будівництві та архітектурі*. 2019. Вип. 13. С. 7–13. DOI: [10.32347/2310-0516.2019.13.7-13](https://doi.org/10.32347/2310-0516.2019.13.7-13).
44. Кравчук Л. Д. Фізична реабілітація хворих на екзогенно-конституціональну форму ожиріння та плоскостопість : автореф. дис. ... канд. наук з фіз. виховання і спорту : 24.00.03. К. : НУФВСУ, 2012. 19 с.
45. Кучерява О. В. Застосування фізичної терапії засобами пілатесу як ефективний інструмент покращення якості складу тіла жінок з надмірною вагою та гоналгіями. *Фітотерапія. Часопис*. 2024. № 1. С. 84–89. DOI: [10.32782/2522-9680-2024-1-84](https://doi.org/10.32782/2522-9680-2024-1-84).

46. Кучерява О. В. Моделювання та формоутворення засобами прикладної та дискретної геометрії як основа побудови інтерпретаційної фізико-математичної моделі опорно-рухового апарату людини. «Build-Master-Class-2023» – *int. scientific-practical conf. of young sci.*: матеріали конф., 29.11–01.12. 2023 р., Київ. К., 2023. С. 101–102. URL: <https://reposit.uni-sport.edu.ua/server/api/core/bitstreams/d9f17a9f-1318-43ab-b318-b2e97b859149/content> (дата звернення: 09.12.2025).

47. Кучерява О. В., Скочко В. І., Спирідонов В. Р. Геометричні основи побудови моделі опорно-рухового апарату людини на основі уявлення про біотенсегриті. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. 2025. Вип. № 109. С. 150–167. DOI:10.32347/0131-579x.2025.109.150-167.

48. Кучерява О. В., Скочко В. І., Посікера А. В. Статична рівновага вузлів біотенсегриті-моделі опорно-рухового апарату людини. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. 2025. Вип. № 109. С. 168–197. DOI: 10.32347/0131-579x.2025.109.168-197.

49. Лагода Д., Величко В. Виклики та прогалини в роботі сімейних лікарів у лікуванні ожиріння: аналіз потреб і можливостей вдосконалення. *Сімейна медицина. Європейські практики*. 2025. № 3. С. 14–20. DOI: 10.30841/2786-720X.3.2025.339462.

50. Метод скінченних елементів у задачах будівельної механіки : навч. посіб. / В. А. Бахчев. К. : КНУБА, 1994. 368 с.

51. Михайленко В. Є., Ковалев С. Н., Сазонов К. А. Формоутворення великопробльотних покриттів в архітектурі. К. : Вища школа, 1987. 191 с.

52. Наливайко Н. В., Бардін О. І., Павлова Ю. О. Аналіз показників компонентного складу тіла молодих жінок. *Український журнал мед., біол. та спорту*. 2020. Т. 5, № 3 (25). С. 465–470. DOI: 10.26693/jmbs05.03.465.

53. Напіваналітичний метод скінченних елементів в задачах динаміки просторових тіл / В. А. Баженов та ін. К., 2012. 247 с.

54. Немчинов Ю. І. Розрахунок просторових конструкцій. Метод

скінченних елементів. К. : Будівельник, 1980. 232 с.

55. Ожиріння та розлади харчової поведінки: діагностика, профілактика і терапія : монографія / за ред. О. Є. Абатурової, Л. М. Юр'євої. Дніпро : Магнолія, 2021. 268 с.

56. Основи біомеханіки руху : навч. посіб. / укл. А. В. Гакман. Чернівці : Чернівецький нац. ун-т, 2019. 144 с.

57. Особливості модифікації системи амбулаторної фізичної терапії для пацієнтів ортопедичного профілю та її вплив на критерії терапевтичного альянсу / С. Федоренко та ін. *Фітотерапія. Часопис*. 2024. Т. 2. С. 86–96. [DOI: 10.32782/2522-9680-2024-2-86](https://doi.org/10.32782/2522-9680-2024-2-86).

58. Оцінка взаємозв'язку між прогностичними факторами ризику болю в нижній частині спини та ступенем його впливу на повсякденну активність / А. Згурський та ін. *Україна. Здоров'я нації*. 2025. № 3. С. 185–193. [DOI: 10.32782/2077-6594/2025.3/21](https://doi.org/10.32782/2077-6594/2025.3/21).

59. Прикладна геометрія та інженерна графіка. Спеціальні розділи. Вип. 1 / С. М. Ковальов та ін. ; за ред. В. Є. Михайленка. Луцьк : Редакційно-вид. відділ ЛДТУ, 2006. 256 с.

60. Солов'юк О. О. Ожиріння та його наслідки : навч. посіб. Запоріжжя : ЗДМУ, 2018. 93 с.

61. Самчук В. П. Визначення залежності між параметрами дискретно представленої періодичної кривої та її неперервного аналога. *Геометричне та комп'ютерне моделювання*. Х. : ХДУХТ, 2005. Вип. 12. С. 127–133.

62. Самчук В. П. Дискретне моделювання хвилястих поверхонь покриття : дис. ... канд. техн. наук : 05.01.01. Луцьк : ЛНТУ, 2012. 206 с.

63. Самчук В. П. Керування формою дискретно заданих поверхонь у задачах паркетування оболонок : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.01.01. К. : КІБІ, 1991. 16 с.

64. Самчук В. П. Формоутворення хвилястих поверхонь на основі статико-

геометричного методу : зб. наук. пр. КНУТД (спецвипуск). К. : ДОП КНУТД, 2006. С. 78–82.

65. Сафронєєв І. В. Статико-геометричний спосіб формування дискретної кривої з ланками заданої довжини. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. К. : КІБІ, 1991. Вип. 52. С. 58–61.

66. Сітовський А. М. Фізична терапія при порушенні діяльності опорно-рухового апарату : навч. посіб. Луцьк : ВНУ ім. Лесі Українки, 2022. 183 с.

67. Скочко В. І. Методи інтерпретаційного геометричного моделювання сітчастих структур та їх застосування : дис. ... д-ра техн. наук : 05.01.01. К. : КНУБА, 2021. 590 с.

68. Скочко В. І., Скочко Л. О. Диференціальні закономірності між геометричними і фізичними параметрами сітчастих структур та полів, що їх врівноважують. *Основи і фундаменти* : міжнар. наук.-техн. зб. К. : КНУБА, 2013. Вип. 33. С. 85–95.

69. Сметанюк О. В., Булик Т. С., Олексюк А. В. Біомеханіка та клінічна кінезіологія: навч. посіб. Ч. 1. Чернівці : БДМУ, 2025. 248 с.

70. Соломенцева Т. М. Метаболічний синдром та ожиріння у практиці лікаря : монографія. Х. : ХНМУ, 2023. 256 с.

71. Сучасний погляд на лікування ожиріння у дорослих: огляд літератури / В. Величко та ін. *Репродуктивна ендокринологія*. 2021. № 61. С. 45–50. [DOI: 10.18370/2309-4117.2021.61.45-50](https://doi.org/10.18370/2309-4117.2021.61.45-50).

72. Фізична терапія пацієнтів з посттравматичним гонартрозом за наявності дисбалансу остеосоціюваних макронутрієнтів / В. Проскура та ін. *Rehabilitation and Recreation*. 2022. № 10. С. 17–23. [DOI: 10.32782/2522-1795.2022.10.2](https://doi.org/10.32782/2522-1795.2022.10.2).

73. Чи є доцільним використання фізіотерапевтичних засобів після ендоскопічної поперекової мікродискектомії? Результати власного досвіду / В. Балан та ін. *Спортивна медицина, фіз. терапія та ерготерапія*. 2024. № 2. С. 213–219. [DOI: 10.32782/spmed.2024.2.213-219](https://doi.org/10.32782/spmed.2024.2.213-219).

74. 2019 American College of Rheumatology/Arthritis foundation guideline for the management of osteoarthritis hand, hip, and knee / S. L. Kolasinski et al. *Arthritis & Rheumatology*. 2020. Vol. 72, № 6. P. 963–975. [DOI: 10.1002/art.41142](https://doi.org/10.1002/art.41142).
75. 2025 Brazilian evidence-based guideline on the management of obesity and prevention of cardiovascular disease and obesity-associated complications: a position statement by five medical societies / C. M. Valerio et al. *Diabetol. Metab. Syndr.* 2025. Vol. 17, № 1. P. 432. [DOI: 10.1186/s13098-025-01954-8](https://doi.org/10.1186/s13098-025-01954-8).
76. A guideline-directed approach to obesity treatment / A. M. Chao et al. *JAMA*. 2024. Vol. 332, № 20. P. 1706–1715. [DOI: 10.2337/dsi24-0001](https://doi.org/10.2337/dsi24-0001).
77. A self-regulation program for maintenance of weight loss / R. R. Wing et al. *N. Engl. J. Med.* 2006. Vol. 355, № 11 P. 1563–1571. [DOI: 10.1056/nejmoa061883](https://doi.org/10.1056/nejmoa061883).
78. A systematic review of relationships between inverse dynamics and musculoskeletal modeling for joint load estimation in clinical settings / J. Holder et al. *Front. Bioeng. Biotechnol.* 2020. Vol. 8. Art. 603907. DOI: [10.3389/fbioe.2020.603907](https://doi.org/10.3389/fbioe.2020.603907).
79. A systematic review of the effects of pilates method of exercise in healthy people / A. Cruz-Ferreira et al. *Arch. Phys. Med. Rehab.* 2011. Vol. 92, № 12. P. 2071–2081. [DOI: 10.1016/j.apmr.2011.06.018](https://doi.org/10.1016/j.apmr.2011.06.018).
80. Acute resistance exercise and pressure pain sensitivity in knee osteoarthritis: a randomised crossover trial / N. J. Burrows et al. *Osteoarthritis Cartilage*. 2014. Vol. 22, № 3. P. 407–414. [DOI: 10.1016/j.joca.2013.12.023](https://doi.org/10.1016/j.joca.2013.12.023).
81. Adaptation of the womac for use in a patient preference study / S. Ng. X. Stothers Rosenberg et al. *Ther. Innov. Regul. Sci.* 2023. Vol. 57, № 4. P. 702–711. [DOI: 10.1007/s43441-023-00510-8](https://doi.org/10.1007/s43441-023-00510-8).
82. Adaptive vs monthly support for weight-loss maintenance: a randomized clinical trial / K. M. Ross et al. *JAMA Netw. Open*. 2025. Vol. 8, № 9. Art. e2532681. [DOI: 10.1001/jamanetworkopen.2025.32681](https://doi.org/10.1001/jamanetworkopen.2025.32681).
83. Adolescent obesity, joint pain, and hypermobility / S. Bout-Tabaku et al. *Pediatric Rheumatol.* 2014. Vol. 12. P. 1–5. [DOI: 10.1186/1546-0096-12-11](https://doi.org/10.1186/1546-0096-12-11).

84. American Diabetes Association. Obesity and weight management for the prevention and treatment of type 2 diabetes : standards of care in diabetes – 2025. *Diabetes Care*. 2025. Vol. 48, № 1. P. 145–163. [DOI: 10.2337/dc25-s008](https://doi.org/10.2337/dc25-s008).

85. Analysis of the effectiveness of the developed system of physical therapy for patients with rheumatoid arthritis in terms of daily activity, health status and quality of life / V. Nogas et al. *Phys. Rehab. Recreat. Health Tech*. 2024. Vol. 9, № 2. P. 90–97. [DOI: 10.15391/prrht.2024-9\(1\).04](https://doi.org/10.15391/prrht.2024-9(1).04).

86. Analysis the results of surgical treatment and early rehabilitation of patients with massive tears the rotator cuff the shoulder / R. Sergienko et al. *Georgian Med. News*. 2023 Jun. Vol. 339. P. 123–128.

87. Anandacoomarasamy A., Fransen M., March L. Obesity and the musculoskeletal system. *Curr. Opin. Rheumatol*. 2009. Vol. 21, № 1. P. 64–72. [DOI: 10.1097/bor.0b013e32831bc0d7](https://doi.org/10.1097/bor.0b013e32831bc0d7).

88. Association of obesity with musculoskeletal health and functional mobility in females: a systematic review / D. Mohan Menoth et al. *Int. J. Obes*. 2025. Vol. 49, № 11. P. 2184–2205. [DOI: 10.1038/s41366-025-01881-8](https://doi.org/10.1038/s41366-025-01881-8).

89. Bennell K., Dobson F., Hinman R. S. Exercise in osteoarthritis: Moving from prescription to adherence. *Best Pract. Res. Clin. Rheumatol*. 2014. Vol. 28, № 1. P. 93–117. [DOI: 10.1016/j.berh.2014.01.009](https://doi.org/10.1016/j.berh.2014.01.009).

90. Bidirectional association between depression and obesity in middle-aged and older women / A. Pan et al. *Int. J. Obes*. 2012. Vol. 36. P. 595–602. [DOI: 10.1038/ijo.2011.111](https://doi.org/10.1038/ijo.2011.111).

91. Bioelectrical impedance analysis – part I: review of principles and methods / U. G. Kyle et al. *Clin. Nutr*. 2004. Vol. 23, № 5. P. 1226–1243. [DOI: 10.1016/j.clnu.2004.06.004](https://doi.org/10.1016/j.clnu.2004.06.004).

92. Biotensegrity is the super-stability hypothesis for biology / G. Scarr et al. *BioSystems*. 2025. Vol. 256. Art. 105569. [DOI: 10.1016/j.biosystems.2025.105569](https://doi.org/10.1016/j.biosystems.2025.105569).

93. Effectiveness of graded weight-bearing exercises on pain, function,

proprioception, and muscle strength in individuals with knee osteoarthritis: a randomized controlled trial / A. Fadil et al. *J. Clin. Med.* 2025. Vol. 14, №. 21. Art. 7685. [DOI: 10.3390/jcm14217685](https://doi.org/10.3390/jcm14217685).

94. Bruder A. M., Dowsey M. M., Choong P. F. M. Osteoarthritis year in review 2025: rehabilitation and outcomes including sex and gender reporting. *Osteoarthritis and Cartilage*. 2025. Vol. 33, № 12. P. 1567–1578. [DOI: 10.1016/j.joca.2025.10.008](https://doi.org/10.1016/j.joca.2025.10.008).

95. Burns K., Wu P.-J., Whillier S. Is Pilates an effective rehabilitation tool? A systematic review. *J. Bodyw. Mov. Ther.* 2017. Vol. 22, № 1. P. 192–202. [DOI: 10.1016/j.jbmt.2017.04.008](https://doi.org/10.1016/j.jbmt.2017.04.008).

96. Changes in body segment inertial parameters of obese individuals with weight loss / S. L. Matrangola et al. *J. Biomech.* 2008. Vol. 41, № 15. P. 3278–3281. [DOI: 10.1016/j.jbiomech.2008.08.026](https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2008.08.026).

97. Ciarlet P. G., Raviart P. A. General Lagrange and Hermite interpolation in R^n with application to finite element method. *Arch. Ration. Mech. Anal.* 1972. Vol. 46. [DOI: 10.1007/BF00252458](https://doi.org/10.1007/BF00252458).

98. Ciarlet P. G., Raviart P. A. Interpolation theory over curved elements, with applications to finite element methods. *Comp. Mech. Appl. Mech. Eng.* 1972 Aug. 1. P. 217–249. [DOI:10.1016/0045-7825\(72\)90006-0](https://doi.org/10.1016/0045-7825(72)90006-0).

99. Comparative efficacy and safety of exercise modalities in knee osteoarthritis : system. rev. and network meta-analysis / L. Yan et al. *BMJ*. 2025. Vol. 391. Art. e085242. [DOI: 10.1136/bmj-2025-085242](https://doi.org/10.1136/bmj-2025-085242).

100. Comparison of the EQ-5D-3L and EQ-5D-5L instruments in patients with knee osteoarthritis undergoing unicompartmental knee arthroplasty / Z. Tai et al. *Front. Med. (Lausanne)*. 2025. Vol. 11. Art. 1451979. [DOI: 10.3389/fmed.2024.1451979](https://doi.org/10.3389/fmed.2024.1451979).

101. Correction of carbohydrate metabolism by means of physical therapy of patients with metabolic syndrome / Y. S. Kalmykova et al. *Health, Sport, Rehabilitation*. 2021. Vol. 7, № 3. P. 54–66. [DOI: 10.34142/HSR.2021.07.03.04](https://doi.org/10.34142/HSR.2021.07.03.04).

102. Coulomb J.-L., Sabonnadiere J.-C. CAO an electrotechnique. Praise, 1985.

208 p.

103. Current perspectives on biomechanical modeling of the human lower limb : a system. rev. / M. Silva et al. *Arch. Comp. Methods Eng.* 2020. Vol. 28. P. 601–636. [DOI: 10.1007/s11831-019-09393-1](https://doi.org/10.1007/s11831-019-09393-1).

104. Definition and diagnostic criteria of clinical obesity / F. Rubino et al. *Lancet Diabet. Endocrin.* 2025. Vol. 13, № 3. P. 221–262. [DOI: 10.1016/s2213-8587\(24\)00316-4](https://doi.org/10.1016/s2213-8587(24)00316-4).

105. Di Lorenzo C. E. Pilates: what is it? Should it be used in rehabilitation? *Sports Health.* 2011. Vol. 3, № 4. P. 352–361. [DOI: 10.1177/1941738111410285](https://doi.org/10.1177/1941738111410285).

106. Effect of simulated rehabilitation on hip joint loading during single limb squat in patients with hip dysplasia / B. M. M. Gaffney et al. *J. Biomech.* 2021. Vol. 116. Art. 110183. [DOI: 10.1016/j.jbiomech.2020.110183](https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2020.110183).

107. Effect of telehealth extended care for maintenance of weight loss in rural US communities : a randomized clinical trial / M. G. Perri et al. *JAMA Network Open.* 2020. Vol. 3, № 6. Art. e206764. [DOI: 10.1001/jamanetworkopen.2020.6764](https://doi.org/10.1001/jamanetworkopen.2020.6764).

108. Effectiveness of exercise in patients with overweight or obesity and knee osteoarthritis: a systematic review and meta-analysis / J. M. Jurado-Castro et al. *Int. J. Environ. Res. Public Health.* 2022. Vol. 19, № 17. [DOI: 10.3390/ijerph191710510](https://doi.org/10.3390/ijerph191710510).

109. Effects of a 12-week web-based weight loss program for adults with overweight and obesity on covidage and lifestyle-related cardiometabolic risk factors: a randomized controlled trial / J. Brame et al. *Front. Public Health.* 2022. Vol. 10. Art. 868255. [DOI: 10.3389/fpubh.2022.868255](https://doi.org/10.3389/fpubh.2022.868255).

110. Effects of an exercise intervention based on mhealth technology on the physical health of male university students with overweight and obesity: randomized controlled trial) / Qinlong Zhang et al. *J. Med. Internet Res.* 2025 Jul 31. Vol. 27. P. e69451. [DOI: 10.2196/69451](https://doi.org/10.2196/69451).

111. Effects of mat Pilates on older adult women with knee osteoarthritis : a randomized controlled trial / L. M. Batista et al. *J. Bodyw. Mov. Therap.* 2023. Vol. 33. P. 136–141. [DOI: 10.1016/j.jbmt.2022.02.007](https://doi.org/10.1016/j.jbmt.2022.02.007).
112. Effects of obesity on functional capacity / Z. Pataky et al. *Obesity*. 2014. Vol. 22, № 1. P. 56–62. [DOI: 10.1002/oby.20514](https://doi.org/10.1002/oby.20514).
113. Efficiency of technology for restoring the quality of life of young people with metabolic syndrome and chronic pain using physical therapy / Y. Kalmykova et al. *Phys. Rehab. Recreat. Health Tech.* 2024. 9(5). P. 404–417. [DOI: 10.15391/prrht.2024-9\(5\).07](https://doi.org/10.15391/prrht.2024-9(5).07).
114. Elevated loading at the posterior acetabular edge of dysplastic hips during double-legged squat / K. Song et al. *J. Orthop. Res.* 2022. Vol. 40, № 1. P. 2147–2155. [DOI: 10.1002/jor.25249](https://doi.org/10.1002/jor.25249).
115. EQ-5D-5L Population Norms for Italy / M. Meregaglia et al. *Appl. Health Econ. Health Policy*. 2023. Vol. 21, № 2. P. 289–303. [DOI: 10.1007/s40258-022-00772-7](https://doi.org/10.1007/s40258-022-00772-7).
116. Evaluation of the efficiency of rehabilitation interventions in patients after unilateral biportal endoscopic discectomy / V. Balan та ін. *Pain, joints, spine*. 2024. Vol. 14, № 2. P. 76–82. [DOI: 10.22141/pjs.14.2.2024.419](https://doi.org/10.22141/pjs.14.2.2024.419).
117. Excess body weight as a predictor of response to treatment with antidepressants in patients with depressive disorder / S. Puzhko et al. *J. Affect. Dis.* 2020. Vol. 267. P. 153–170. [DOI: 10.1177/23259671231172773](https://doi.org/10.1177/23259671231172773).
118. Exercise for osteoarthritis of the knee: aquatic versus land-based interventions: a systematic review and network meta-analysis / M. Fransen et al. *Cochrane Database Syst. Rev.* 2015. Vol. 1, № 1. P. CD004376. [DOI: 10.1002/14651858.CD004376.pub3](https://doi.org/10.1002/14651858.CD004376.pub3).
119. Exercise therapy for knee osteoarthritis : a system. rev. and network meta-analysis / L. Mo et al. *Orthop. J. Sports Med.* 2023. Vol. 11, № 5. [DOI: 10.1177/23259671231172773](https://doi.org/10.1177/23259671231172773).
120. Exercise-induced hypoalgesia with end-stage knee osteoarthritis during

different blood flow restriction levels: Sham-controlled crossover study / D. C. Ogrizeanu et al. *PM&R: J. Inj. Function Rehab.* 2024. [DOI: 10.1002/pmrj.13076](https://doi.org/10.1002/pmrj.13076).

121. Fenner R. T. Finite element method for engineers. London : The Macmillan Press Ltd, 1975. 167 p.

122. Forhan M., Gill S. V. Obesity, functional mobility and quality of life. *Best Pract. Res. Clin. Endocrinol. Metab.* 2013. Vol. 27, № 2. P. 129–137. [DOI: 10.1016/j.beem.2013.01.003](https://doi.org/10.1016/j.beem.2013.01.003).

123. Fuller R. B. Synergetics: explorations in the geometry of thinking. New York : Macmillan Publishing Co., 1975–1979. 1839 p.

124. Fuller R. B. Tensegrity. Portfolio and Art News Annual / ed. A. M. Frankfurter. New York : Art Foundation Press, 1961.

125. Fullerton B. D. Biotensegrity: how ultrasound diagnostics guide regenerative orthopedic therapies to restore biomechanical function. *Metabolic Therap. Orthoped.* / eds. I. Kohlstadt, K. Cintron. 2nd ed. Boca Raton : Taylor & Francis, 2018. P. 91–109.

126. Functional limitations and occupational issues in obesity: a review / P. Capodaglio et al. *JOCE.* 2010. Vol. 16, № 4. P. 507–523. DOI: 10.1080/10803548.2010.11076863.

127. Global burden of 369 diseases and injuries in 204 countries and territories, 1990–2019: a systematic analysis for the Global Burden of Disease Study. *The Lancet.* 2019. Vol. 396. P. 168–169. [DOI: 10.1016/s0140-6736\(20\)30925-9](https://doi.org/10.1016/s0140-6736(20)30925-9).

128. Global burden of six musculoskeletal disorders in women of childbearing age from 1990 to 2021 / H. Du et al. *Sci. Reports.* 2025. Vol. 15. Art. 35423. DOI: [10.1038/s41598-025-19382-z](https://doi.org/10.1038/s41598-025-19382-z).

129. Guideline-based digital exercise interventions for reducing overweight body weight and fat and promoting physical activity in adults with overweight and obesity: systematic review and meta-analysis / M. Motevalli et al. *J. Med. Int. Res.* 2025. DOI: [10.2196/73656](https://doi.org/10.2196/73656).

130. Ha J. Y. Evaluation of metabolic syndrome in patients with chronic low back

pain: using the fourth Korea national health and nutrition examination survey data. *Chonnam. Med. J.* 2011. Vol. 47, № 3. P. 160–164. [DOI: 10.4068/cmj.2011.47.3.160](https://doi.org/10.4068/cmj.2011.47.3.160).

131. Harriss D. J., MacSween A., Atkinson G. Ethical standards in sport and exercise science research: 2022 update. *Int. J. Sports Med.* 2023. Vol. 43, № 13. P. 1065–1070. [DOI: 10.1055/a-1957-2356](https://doi.org/10.1055/a-1957-2356).

132. Haykin S. *Neural Networks: a comprehensive foundation*. Upper Saddle River ; New Jersey, 2006. 1105 p.

133. Healthy percentage body fat ranges: an approach for developing guidelines based on body mass index / D. Gallagher et al. *Am. J. Clin. Nutr.* 2000. Vol. 72, № 3. P. 694–701. [DOI: 10.1093/ajcn/72.3.694](https://doi.org/10.1093/ajcn/72.3.694).

134. Hip muscle forces and joint contact loading during squatting after cam-type FAI surgery / D. S. Catelli et al. *J. Bone Joint Surg. Am.* 2020. Vol. 102, № 2. P. 34–42. [DOI: 10.2106/jbjs.20.00078](https://doi.org/10.2106/jbjs.20.00078).

135. Hislop H. J., Avers D., Brown W. Daniels and Worthingham's Muscle Testing: Techniques of manual examination and performance testing. 9th ed. St. Louis : Elsevier Saunders, 2014. 880 p.

136. Holand I. *Finite element method in stress analysis*. Trondheim : Tapir-Verlag, 1969. 500 p.

137. Hu C. et al. The impact of digital technology–based exercise interventions. *J. Med. Internet Res.* 2025.

138. Integrating precision medicine and digital health in obesity management / X. Liu et al. *Nutrients*. 2025. Vol. 17, № 16. [DOI: 10.3390/nu17162695](https://doi.org/10.3390/nu17162695).

139. Is my model good enough? Best practices for verification and validation of musculoskeletal models and simulations of movement / J. L. Hicks et al. *J. Biomech. Eng.* 2015. Vol. 137, № 2. [DOI: 10.1115/1.4029304](https://doi.org/10.1115/1.4029304).

140. Jingjie Wang, Gang Hu, Jun Yin. Long-term management of obesity in adult patients. *Obes. Med.* 2025. Vol. 53. Art. 100580. [DOI: 10.1016/j.obmed.2024.100580](https://doi.org/10.1016/j.obmed.2024.100580).

141. Kalmykova Y., Kalmykov S. Physical exercise application for the correction

of carbohydrate metabolism in diabetes mellitus. *J. Phys. Educ. Sport.* 2018. Vol. 18, № 2. P. 641–647. [DOI: 10.7752/jpes.2018.02094](https://doi.org/10.7752/jpes.2018.02094).

142. Kalmykova Y., Kalmykov S. The effectiveness of the physical therapy program for patients with metabolic syndrome based on the study of the dynamics of the functional state of the autonomic nervous system and hemodynamic parameters. *Phys. Rehab. Recreat. Health Tech.* 2023. Vol. 8, № 2. P. 117–127. [DOI: 10.15391/prrht.2023-8\(2\).05](https://doi.org/10.15391/prrht.2023-8(2).05).

143. Kalmykova Y., Kalmykov S., Bismak H. Dynamics of anthropometric and hemodynamic indicators on the condition of young women with alimentary obesity in the application of a comprehensive program of physical therapy. *J. Phys. Educ. Sport.* 2018. Vol. 18, № 4. P. 2417–2427. [DOI: 10.7752/jpes.2018.04364](https://doi.org/10.7752/jpes.2018.04364).

144. Kim S., Rhee S. Y., Lee S. Effectiveness of information and communications technology-based interventions for obesity and metabolic syndrome. *J. Obes. Metab. Syndr.* 2022 Sep 30. Vol. 31, № 3. P. 201–207. [DOI: 10.7570/jomes22027](https://doi.org/10.7570/jomes22027).

145. Levin S. M. A suspensory system for the sacrum in pelvic mechanics: biotensegrity. *Movement, Stability and Lumbopelvic Pain*. 2nd ed. Churchill Livingstone, 2007. Chapter 15. P. 229–237. [DOI: 10.1016/B978-044310178-6.50017-7](https://doi.org/10.1016/B978-044310178-6.50017-7).

146. Levin S. M. Continuous tension, discontinuous compression: a model for biomechanical support of the body. *Bulletin of Structural Integration*. Boulder, CO : Rolf Institute, 1982. P. 31–33.

147. Levin S. M. The icosahedron as the three-dimensional finite element in biomechanical support. *Proceed. of the Society of General Systems Res. Symposium on Mental Images, Values and Reality, 26–30 May 1986* / ed. J. R. Dillon. Philadelphia : University of Philadelphia, Society of General Systems Research, 1986. P. 14–26.

148. Low back pain and its relationship with sitting behaviour among sedentary office workers / C. Bontrup et al. *Applied Ergonomics*. 2019. Vol. 81. Art. 102894. [DOI: 10.1016/j.apergo.2019.102894](https://doi.org/10.1016/j.apergo.2019.102894).

149. Lower function demonstrate atypical hip joint loading before and after total

hip arthroplasty for osteoarthritis / J. S. Ball et al. *J. Orthop. Res.* 2020. Vol. 38, № 7. P. 1550–1558. [DOI: 10.1002/jor.24716](https://doi.org/10.1002/jor.24716).

150. Macfarlane G. J., de Silva V., Jones G. T. The relationship between body mass index across the life course and knee pain in adulthood: results from the 1958 birth cohort study. *Rheumatology* (Oxford). 2011. Vol. 50, № 12. P. 2251–2256. [DOI: 10.1093/rheumatology/ker276](https://doi.org/10.1093/rheumatology/ker276).

151. Measurement properties of the short version of the Western Ontario and mcmaster Universities Arthritis Index (WOMAC) for individuals with knee osteoarthritis / J. E. F. da Silva Júnior et al. *BMC Musculoskeletal Disord.* 2023. Vol. 24, № 1. Art. 574. [DOI: 10.1186/s12891-023-06696-0](https://doi.org/10.1186/s12891-023-06696-0).

152. Mo L., Jiang B., Mei T. Exercise therapy for knee osteoarthritis : a system. rev. and network meta-analysis. *Orthop. J. Sports Med.* 2023. Vol. 11, № 5. Art. 23259671231172773. [DOI: 10.1177/23259671231172773](https://doi.org/10.1177/23259671231172773).

153. Moissenet F., Modenese L., Dumas R. Alterations of musculoskeletal models for more accurate estimation of lower limb joint contact forces during normal walking : a system. rev. *J. Biomech.* 2017. Vol. 63. P. 8–20. [DOI: 10.1016/j.jbiomech.2017.08.025](https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2017.08.025).

154. Motro R. Tensegrity: structural systems for the future. Elsevier Science, 2003. 238 p.

155. Musculoskeletal modeling and movement simulation for structural hip disorder research: a scoping review of methods, validation, and applications. / M. S. Harrington et al. *Heliyon.* 2024. Vol. 10, № 15. Art. e35007. [DOI: 10.1016/j.heliyon.2024.e35007](https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2024.e35007).

156. Musolino G., Jensen G. Clinical reasoning and decision making in physical therapy: facilitation, assessment, and implementation. 2nd ed. New York : Routledge ; Taylor & Francis Group, 2024. 496 p. [DOI: 10.4324/9781003523130](https://doi.org/10.4324/9781003523130).

157. Nahorna A., Baur H. Biomechanical and functional effects of abdominal obesity on activities of daily living in individuals with low back pain. *J. Phys. Ed. Sport (JPES)*. 2023. Vol. 23, № 9. P. 2426–2434. [DOI: 10.7752/jpes.2023.09279](https://doi.org/10.7752/jpes.2023.09279).

158. OARSI guidelines for the non-surgical management of knee, hip, and polyarticular osteoarthritis / R. R. Bannuru et al. *Osteoarthritis and Cartilage*. 2019. Vol. 27, № 11. P. 1578–1589. [DOI: 10.1016/j.joca.2019.06.011](https://doi.org/10.1016/j.joca.2019.06.011).

159. Obesity and its potential effects on antidepressant treatment outcomes in patients with depressive disorders : a literature review / Y. S. Woo et al. *Int J. Molecular. Sci.* 2016. Vol. 17, № 1. Art. 80. [DOI: 10.3389/fendo.2018.00431](https://doi.org/10.3389/fendo.2018.00431).

160. Obesity hurts: the why and how of integrating weight reduction with chronic pain management / A. Malfliet et al. *Phys. Ther.* 2021. Vol. 101, № 11. P. 198. [DOI: 10.1093/ptj/pzab198](https://doi.org/10.1093/ptj/pzab198).

161. Oden J. T., Reddy J. N. An introduction to the mathematical theory of finite elements. New York ; London : John Wiley & Sons, 1976. Vol. XII. 429 p. [DOI: 10.1002/zamm.19780581021](https://doi.org/10.1002/zamm.19780581021).

162. On validation of multibody musculoskeletal models / M. E. Lund et al. *Proc. Inst. Mech. Eng. H*. 2012. Vol. 226, № 2. P. 82–94. [DOI: 10.1177/0954411911431516](https://doi.org/10.1177/0954411911431516).

163. OpenSim: musculoskeletal modeling and neuromuscular control for studying human and animal movement / A. Seth et al. *PLoS Comput. Biol.* 2018. Vol. 14, № 7. Art. e1006223. [DOI: 10.1371/journal.pcbi.1006223](https://doi.org/10.1371/journal.pcbi.1006223).

164. Özkük K., Ateş Z. The effect of obesity on pain and disability in chronic shoulder pain patients. *J. Back Musculoskelet. Rehab.* 2020. Vol. 33, № 1. P. 73–79. [DOI: 10.3233/bmr-181384](https://doi.org/10.3233/bmr-181384).

165. Panevin T. S., Zotkin E. G., Lila A. M. Impact of surgical treatment of morbid obesity on joint diseases. *Probl. Endokrinol.* 2023. Vol. 69, № 4. P. 70–76. [DOI: 10.14341/probl13258](https://doi.org/10.14341/probl13258).

166. Peeler J, Leiter J, MacDonald P. Effect of body weight-supported exercise on symptoms of knee osteoarthritis: a follow-up investigation // *Clin. J. Sport Med.* 2020. Vol. 30, № 6. P. e178–e185. [DOI: 10.1097/jsm.0000000000000668](https://doi.org/10.1097/jsm.0000000000000668).

167. Physical activity and excess body weight and adiposity for health and disease prevention and treatment / J. M. Jakicic et al. *Med. Sci. Sports Exercise.* 2024. [DOI:](https://doi.org/)

[10.1249/mss.0000000000003520](https://doi.org/10.1249/mss.0000000000003520).

168. Physical activity in depressed and non-depressed patients with obesity / C. Sander et al. *Eat Weight Disord.* 2018. Vol. 23, № 2. P. 195–203. [DOI: 10.1007/s40519-016-0347-8](https://doi.org/10.1007/s40519-016-0347-8).

169. Physical therapists' perspectives and practices on weight management for chronic pain patients with obesity: a cross-sectional survey / M. Liechti et al. *Arch. Physiother.* 2025. Vol. 15. P. 286–296. [DOI: 10.33393/aop.2025.3590](https://doi.org/10.33393/aop.2025.3590).

170. Plantar pressure differences between obese and non-obese adults: a biomechanical analysis / A. P. Hills et al. *Int. J. Obes. Relat. Metab. Dis.* 2001. Vol. 25, № 11. P. 1674–1679. [DOI: 10.1038/sj.ijo.0801785](https://doi.org/10.1038/sj.ijo.0801785).

171. Porac C., Coren S. Lateral preferences and human behavior. New York, NY : Springer New York, 1981. [DOI: 10.1007/978-1-4613-8139-6](https://doi.org/10.1007/978-1-4613-8139-6).

172. Precision prevention, diagnostics, and treatment of obesity : Pipedream or Reality? / E. K. Woolf et al. *Obesity (Silver Spring)*. 2025. Vol. 33, № 11. P. 2029–2045. [DOI: 10.1002/oby.70015](https://doi.org/10.1002/oby.70015).

173. Projected U.S. State-Level prevalence of adult obesity and severe obesity / Z. J. Ward et al. *New-England Med. Rev. J.* 2019. Vol. 381, № 25. P. 2440–2450. [DOI: 10.1056/NEJMsa1909301](https://doi.org/10.1056/NEJMsa1909301).

174. Pugh A. An introduction to tensegrity. Berkeley : University of California Press, 1976. 124 p.

175. Research on the biomechanical characteristics of the tibiofemoral joint before and after kinematic alignment unicompartmental knee arthroplasty / C. Li et al. *J. Orthop. Surg. Res.* 2025. Vol. 20. Art. 277. [DOI: 10.1186/s13018-025-05659-6](https://doi.org/10.1186/s13018-025-05659-6).

176. Rosenblatt F. Principles of neurodynamics: perceptrons and the theory of brain mechanisms. Washington D. C. : Spartan Books, 1962. 470 p.

177. Sedentary lifestyle and nonspecific low back pain in medical personnel in North-East Poland / A. Citko et al. *BioMed Res. Int.* 2018 Sep 9. Vol. 2018. Art. 1965807. [DOI: 10.1155/2018/1965807](https://doi.org/10.1155/2018/1965807).

178. Shestopal N., Bismak H., Lazarieva O. Restoration of the functional state of military personnel after gunshot wounds to the upper limb using physical therapy measures based on the principles of neuroplasticity. *Phys. Rehab. Recreat. Health Tech.* 2024. T. 9, № 5. P. 393–403. [DOI: 10.15391/prrht.2024-9\(5\).06](https://doi.org/10.15391/prrht.2024-9(5).06).

179. Skochko V. I., Ploskyi V. O. Morphogenesis and adjustment of flat rod structures. *USEFUL*. 2018. Vol. 2, № 2. P. 8–26. [DOI: 10.32557/useful-2-2-2018-0002](https://doi.org/10.32557/useful-2-2-2018-0002).

180. Snelson K. Snelson on the tensegrity invention. *Int. J. Space Structures*. 1996. Vol. 11, № 1-2. P. 43–48. [DOI: 10.1177/026635119601-207](https://doi.org/10.1177/026635119601-207).

181. Ten steps to becoming a musculoskeletal simulation expert: a half-century of progress and outlook for the future / S. D. Ulrich et al. *J. Biomech.* 2023. Vol. 154. Art. 111623. [DOI: 10.1016/j.jbiomech.2023.111623](https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2023.111623).

182. The association between sedentary behavior and low back pain in adults: a systematic review and meta-analysis of longitudinal studies / H. Alzahrani et al. *PeerJ*. 2022. Vol. 10. Art. e13127. [DOI: 10.7717/peerj.13127](https://doi.org/10.7717/peerj.13127).

183. The dynamics of recovery of external breathing function in patients after laparoscopic cholecystectomy in the acute period under the influence of the rehabilitation program / N. Golod et al. *Wiadomości Lekarskie*. 2024. Vol. 77, № 2. P. 193–198. [DOI: 10.36740/wlek202402104](https://doi.org/10.36740/wlek202402104).

184. The effect of anti-gravity treadmill training for knee osteoarthritis rehabilitation on joint pain, gait, and EMG : case report / J. Liang et al. *Medicine (Baltimore)*. 2019. Vol. 98, № 18. Art. e15386. [DOI: 10.1097/MD.00000000000015386](https://doi.org/10.1097/MD.00000000000015386).

185. The effect of body weight on the knee joint biomechanics based on subject-specific finite element–musculoskeletal approach / M. Adouni et al. *Sci. Reports*. 2024. Vol. 14. Art. 13777. [DOI: 10.1038/s41598-024-63745-x](https://doi.org/10.1038/s41598-024-63745-x).

186. Total body water data for white adults 18 to 64 years old of age: the Fels Longitudinal Study / Z. Wang et al. *Kidney Int*. 1999. Vol. 56, № 1. P. 244–252. [DOI: 10.1046/j.1523-1755.1999.00532](https://doi.org/10.1046/j.1523-1755.1999.00532).

187. Ullah M. I., Tamanna S. Obesity: Clinical impact, pathophysiology,

complications, and modern innovations in therapeutic strategies. *Medicines*. 2025. Vol. 12, № 3. Art. 19. [DOI: 10.3390/medicines12030019](https://doi.org/10.3390/medicines12030019).

188. Validation of the short-form WOMAC function scale for the evaluation of osteoarthritis of the knee / K. G Yang et al. *J. Bone Joint Surg. Br.* 2007. Vol. 89, № 1. P. 50–56. [DOI: 10.1302/0301-620x.89b1.17790](https://doi.org/10.1302/0301-620x.89b1.17790).

189. Wachspress E. L. A rational finite element basis. New York : Acad. Press, 1975. 331 p.

190. Zdziarski L. A., Wasser J. G., Vincent H. K. Chronic pain management in the obese patient: a focused review of key challenges and potential exercise solutions. *J. Pain Res.* 2015. Vol. 8. P. 63–77. [DOI: 10.2147/jpr.s55360](https://doi.org/10.2147/jpr.s55360).

191. American association of clinical endocrinology consensus statement: algorithm for the evaluation and treatment of adults with obesity/adiposity-based chronic disease – 2025 Update / K. Nadolsky et al. *Endocr. Pract.* 2025. [DOI: 10.1016/j.eprac.2025.07.017](https://doi.org/10.1016/j.eprac.2025.07.017).

ДОДАТКИ

ДОДАТОК А

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації

1. Жарова І. О., Скочко В. І., Кучерява О. В. Моделювання функцій опорно-рухового апарату як інструмент вибору та використання засобів фізичної терапії в осіб із надлишковою масою тіла та гоналгіями. *Спортивна медицина, фізична терапія та ерготерапія*. 2023. № 1. С. 102–107. DOI: 10.32652/spmed.2023.1.102-107 Фахове видання України. *Особистий внесок здобувача – в постановці проблеми та узагальненні наукових даних. Внесок Жарової І. О. полягає у формулюванні наукової проблеми дослідження, визначенні методологічних підходів до аналізу функціонального стану опорно-рухового апарату, узагальненні теоретичних положень та науковому редагуванні матеріалів статті. Внесок Скочка В. І. полягає у розробці концептуальних засад математичного та геометричного моделювання роботи опорно-рухового апарату, методичному обґрунтуванні побудови моделі та участі в аналізі отриманих результатів.*

2. Жарова І. О., Скочко В. І., Кучерява О. В., Горенко З. А. Особливості антропометричних характеристик жінок з надмірною масою тіла та гоналгіями. *Спортивна медицина, фізична терапія та ерготерапія*. 2023. № 2. С. 145–151. DOI: 10.32652/spmed.2023.2.145-151 Фахове видання України. *Особистий внесок здобувача – ідея, збір і аналіз літератури, написання статті, висновки, анотації. Внесок Жарової І. О. полягає у визначенні концептуальних засад дослідження антропометричних показників жінок із надмірною вагою та гоналгіями, методичному супроводі дослідження, узагальненні отриманих результатів та науковому редагуванні матеріалів статті. Внесок Скочка В. І. полягає в участі у формуванні методології дослідження, статистичній інтерпретації отриманих антропометричних даних та їх аналітичному опрацюванні. Внесок Горенко З. А. полягає у проведенні первинної обробки експериментальних даних, участі в аналізі результатів дослідження.*

3. Жарова І. О., Скочко В. І., Кучерява О. В. Визначення функціональної залежності між надмірною вагою та мірою перенавантаження колінних суглобів у жінок з гоналгіями. *Спортивна медицина, фізична терапія та ерготерапія*. 2024. № 1. С. 183–194. DOI: 10.32652/spmed.2024.1.183-194. Фахове видання України. *Особистий внесок здобувача полягає в підборі методів досліджень, організації та проведенні*

дослідження, опрацюванні й аналізі отриманих результатів. Внесок Жарової І. О. полягає у формулюванні наукової концепції дослідження функціональної залежності між надмірною вагою та мірою перенавантаження колінних суглобів, визначенні методологічних підходів, інтерпретації результатів та науковому редагуванні статті. Внесок Скочка В. І. полягає у розробці математико-модельних підходів до оцінювання перенавантаження колінних суглобів, участі в аналітичному опрацюванні результатів та їх узагальненні.

4. Кучерява О. Застосування фізичної терапії засобами пілатесу як ефективний інструмент покращення якості складу тіла жінок з надмірною вагою та гоналгіями. *Фітотерапія. Часопис*. 2024. № 1. С. 84–89. DOI: 10.32782/2522-9680-2024-1-84 Фахове видання України, проіндексоване у базі даних Scopus (Q4).

5. Жарова І. О., Кучерява О. В. Аналіз особливостей побудови та застосування програми фізичної терапії жінок з надмірною вагою та гоналгіями із застосуванням вправ пілатесу. *Спортивна медицина, фізична терапія та ерготерапія*. 2025. № 1. С. 185–191. DOI: 10.32782/spmed.2025.1.26 Фахове видання України. *Особистий внесок здобувача – в постановці проблеми та підборі методів досліджень, узагальненні наукових даних та опрацюванні й аналізі отриманих результатів. Внесок Жарової І. О. полягає у визначенні теоретико-методичних засад побудови програми фізичної терапії жінок із надмірною вагою та гоналгіями, науковому обґрунтуванні структури програми та узагальненні отриманих результатів.*

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

6. Довгий І. Л., Кучерява О. В., Федосенко А. В. Гонартроз: особливості консервативного лікування та застосування фізичної терапії. *Синтез теорії і практики у навчально-методичному і клінічному забезпеченні здорового способу життя* : матеріали конф. молодих вчених, м. Київ, 25 листоп. 2022 р. Київ, 2022. С. 54–55. URL: <https://www.phytotherapy.vernadskyjournals.in.ua/journal/2022/congress/14.pdf> *Особистий внесок здобувача полягає в постановці проблеми та узагальненні наукових даних.*

7. Kucheriava O. Relevance of the experimental model of the excess weight influence on knee and adjacent joints. *Молодь та олімпійський рух*: зб. тез доп. XVI Міжнар. конф. молодих вчених, м. Київ, 29 черв. 2023 р. Київ : НУФВСУ, 2023. С. 102–103. URL: https://uni-sport.edu.ua/sites/default/files/vseDocumenti/zbirnyk_tez_molod_hvi_zhovt-lyst_23_7_1.pdf

8. Кучерява О. Аналіз показника перенавантаження колінних суглобів у жінок з надмірною вагою та гоналгіями. *Молодь та олімпійський рух* : зб. тез доп. XVII Міжнар. конф. молодих вчених, м. Київ, 7 трав. 2024 р. Київ : НУФВСУ, 2024. С. 164–165.

URL: https://uni-sport.edu.ua/sites/default/files/vseDocumenti/zbirnyk_tez_dopovidey_xvii_molod_ta_olimpiyskyy_ruh_13_05_24.pdf

Наукові праці, які додатково відображають наукові результати дисертації:

9. Кучерява О. Моделювання та формоутворення засобами прикладної та дискретної геометрії як основа побудови інтерпретаційної фізико-математичної моделі опорно-рухового апарату людини. *Build-Master-Class-2023* : Conference Proceedings of the International Scientific-Practical Conference of Young Scientists, м. Київ, 29 листоп. – 01 груд. 2023 р. Київ, 2023. С. 101–102.

URL: https://drive.google.com/file/d/1UTz7ErwYUJnzZZ_N1TxB1cuqTCIR_mJc/view

10. Кучерява О., Скочко В. Принцип опису статичної рівноваги компонентів опорно-рухового апарату людини на основі роботи фізико-математичної моделі біотенсегриті. *Build-Master-Class-2024* : Conference Proceedings of the International Scientific-Practical Conference of Young Scientists, м. Київ, 5–7 листоп. 2024 р. Київ, 2024. С. 563–564. URL: https://library.knuba.edu.ua/books/zbirniki/37/BMC-2024_DOI_978-617-520-936-3-1.pdf *Особистий внесок здобувача полягав у формуванні наукової ідеї дослідження, інтерпретації результатів моделювання з позицій біомеханіки та фізичної терапії, а також у формулюванні висновків.*

11. Кучерява О. В., Скочко В. І., Свірідонов В. Г. Геометричні основи побудови моделі опорно-рухового апарату людини на основі уявлення про роботу біотенсегриті. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. 2025. Вип. № 109. С. 150–167. URL: <http://ageg.knuba.edu.ua/issue/view/20406> *Особистий внесок здобувача полягав у формуванні наукової ідеї дослідження, інтерпретації результатів моделювання з позицій фізичної терапії, а також у формулюванні висновків статті.*

12. Кучерява О. В., Скочко В. І., Посікера А. В. Статична рівновага вузлів біотенсегриті-моделі опорно-рухового апарату людини. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. 2025. Вип. № 109. С. 168–197. DOI: 10.32347/0131-579x.2025.109.168-197 *Особистий внесок здобувача полягав у постановці наукової проблеми та узагальненні наукових даних статті.*

ДОДАТОК Б

**ВІДОМОСТІ ПРО АПРОБАЦІЮ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРАТЦІЙНОГО
ДОСЛІДЖЕННЯ**

№ п/п	Назва конференції	Місце та дата проведення	Форма участі
1.	Конференція молодих вчених: «Синтез теорії і практики у навчально-методичному і клінічному забезпеченні здорового способу життя»	Київ, 25 листопада 2022 р.	доповідь, публікація
2.	XVI Міжнародна конференція молодих вчених «Молодь та олімпійський рух»	Київ, 29 червня 2023 р.	публікація
3.	XVII Міжнародна конференція молодих вчених «Молодь та олімпійський рух»	Київ, 7 травня 2024 р.	доповідь, публікація
4.	International Scientific-Practical Conference of young scientists "Build-Master-Class-2023	Київ, 29.11.-01.12.2023 р.	доповідь, публікація
5.	International Scientific-Practical Conference of young scientists "Build-Master-Class-2024	Київ, 05.-07.11.2024 р.	доповідь, публікація

ДОДАТОК В

АКТ

впровадження результатів наукових досліджень у практику
Центру фізичної терапії «Олімпійський», м. Київ

« 29 » 11 2024 р.

м.Київ

Ми, ті, що підписалися нижче, склали цей акт про те, що Кучерява Ольга Валеріївна, яка є виконавцем дисертаційної роботи «Терапія та реабілітація жінок з ожирінням та гоналгіями на основі моделювання роботи колінного суглобу» виконаної відповідно до плану НДР Національного університету фізичного виховання і спорту України на 2021-2025 рр. за темою 4.2 «Відновлення функціональних можливостей, діяльності та участі осіб різних нозологічних, професійних та вікових груп засобами фізичної терапії», номер державної реєстрації 0121U107926, впроваджено у практику роботи центру такі рекомендації та пропозиції:

Назва пропозиції, форма впровадження і коротка характеристика	Наукова новизна та її значення, рекомендації з подальшого використання	Ефект від впровадження
<p>Назва пропозиції: Терапія та реабілітація жінок з ожирінням та гоналгіями на основі моделювання роботи колінного суглобу.</p> <p>Форма впровадження: практичні рекомендації до застосування фізичної терапії та фітнесу на основі аналізу інтерпретаційної фізико-математичної моделі нижньої частини опорно-рухового апарату (далі - ОРА) жінок.</p> <p>Переваги над аналогами: Аналогів не існує.</p>	<p>Наукова новизна: Отримані у ході експериментального дослідження дані на основі застосування біомпедансного аналізу, використані при побудові інтерпретаційної фізико-математичної моделі нижньої частини ОРА жінок, а саме при визначенні вузлових навантажень на стрижні й вузли моделі, що інтерпретують кістки й суглоби. Вперше розроблено підхід до інтеграції даних біомпедансного аналізу з параметрами механічної напруги в локальних ділянках, що дозволило підвищити точність оцінки функціонального стану суглобів. Це відкриває нові можливості для прогнозування та профілактики патології ОРА, зокрема для індивідуалізованої реабілітації при ожирінні та гоналгіях та раціонального підходу до неї.</p> <p>Рекомендації: результати досліджень можуть використовуватися у практичній діяльності профільних лікувальних та реабілітаційних установ, а також при подальших дослідженнях біотенсепті моделі.</p>	<p>Матеріали досліджень було впроваджено в практичну діяльність центру у 2023–2024 рр. Це сприяло поліпшенню процесу фізичної терапії для жінок з ожирінням, спрямованої на зменшення болю в колінних суглобах відповідно до результатів сучасних наукових досліджень та власних наукових результатів, і має соціальну та економічну значущість для країни.</p>

Автор розробки

Аспірант кафедри терапії та реабілітації




ОЛЬГА КУЧЕРЯВА

Представник Центру фізичної терапії «Олімпійський»:

Директор, доктор д. фіз. вих.




ОЛЕГ КАНОРОВ

Представник НУФВСУ:

Проректор з науково-педагогічної роботи, д. фіз. вих.




ОЛЬГА БОРИСОВА

ДОДАТОК Г

АКТ
впровадження результатів наукових досліджень у практичну діяльність
спортивного клубу «АСРО»

« 26 » _____ 07 _____ 2024 р.

м. Червоноград

Ми, ті, що підписалися нижче, склали цей акт про те, що Кучерява Ольга Валеріївна, яка є виконавцем дисертаційної роботи «Терапія та реабілітація жінок з ожирінням та гоналгіями на основі моделювання роботи колінного суглобу», виконаної відповідно до плану НДР Національного університету фізичного виховання і спорту України на 2021-2025 рр. за темою 4.2 «Відновлення функціональних можливостей, діяльності та участі осіб різних нозологічних, професійних та вікових груп засобами фізичної терапії», номер державної реєстрації 0121U107926, впровадила у практику роботи спортивного клубу такі рекомендації та пропозиції:

<i>Назва пропозиції. Форма впровадження і коротка характеристика</i>	<i>Наукова новизна та її значення, рекомендації з подальшого використання</i>	<i>Ефект від впровадження</i>
<p><i>Назва пропозиції:</i> Терапія та реабілітація жінок з ожирінням та гоналгіями на основі моделювання роботи колінного суглобу.</p> <p><i>Форма впровадження:</i> практичні рекомендації до застосування фізичної терапії та фітнесу на основі аналізу інтерпретаційної фізико-математичної моделі нижньої частини опорно-рухового апарату (ОРА) жінок.</p> <p><i>Переваги над аналогами:</i> Аналогів не існує.</p>	<p><i>Наукова новизна:</i> Науково обгрунтовано підхід до формування практичних рекомендацій з фізичної терапії жінок з ожирінням та гоналгіями на основі аналізу інтерпретаційної фізико-математичної моделі нижньої частини опорно-рухового апарату. Вперше на основі числових характеристик моделі визначено особливості змін навантаження на колінний суглоб залежно від маси тіла, що створило підґрунтя для індивідуалізації реабілітаційних підходів.</p> <p><i>Рекомендації:</i> Результати досліджень можуть використовуватися у практичній діяльності профільних реабілітаційних установ при формуванні рекомендацій з фізичної терапії осіб з ожирінням та гоналгіями.</p>	<p>Матеріали дослідження впроваджено в практичну діяльність клубу у 2022–2024 рр. Упровадження результатів сприяло удосконаленню процесу фізичної терапії жінок з ожирінням та гоналгіями шляхом обгрунтованого врахування рівнів навантаження на колінний суглоб при формуванні індивідуалізованих рекомендацій, спрямованих на зменшення больового синдрому.</p>

Автор розробки:

Аспірант кафедри терапії та реабілітації

Директор спортивного клубу АСРО**Представник НУФВСУ:**Проректор з науково-педагогічної роботи,
доктор наук з фізичного виховання та спорту

Ольга КУЧЕРЯВА
Ольга ДУМА
Ольга БОРИСОВА

ДОДАТОК Д

АКТ
впровадження результатів наукових досліджень
в освітній процес кафедри терапії та реабілітації
Національного університету фізичного виховання та спорту України

«4» 12 2025 р.

м. Київ

Ми, ті, що підписалися нижче, склали цей акт про те, що Кучерявою Ольгою Валеріївною, яка є виконавцем дисертаційної роботи «Терапія та реабілітація жінок з ожирінням та гоналігіями на основі моделювання роботи колінного суглобу» виконаної відповідно до плану НДР Національного університету фізичного виховання і спорту України на 2021-2025 рр. за темою 4.2 «Відновлення функціональних можливостей, діяльності та участі осіб різних нозологічних, професійних та вікових груп засобами фізичної терапії», номер державної реєстрації 0121U107926, впроваджено у практику роботи кафедри такі рекомендації та пропозиції:

<i>Назва пропозиції, форма впровадження і коротка характеристика</i>	<i>Наукова новизна та її значення, рекомендації з подальшого використання</i>	<i>Ефект від впровадження</i>
<p><i>Назва пропозиції:</i> Терапія та реабілітація жінок з ожирінням та гоналігіями на основі моделювання роботи колінного суглобу.</p> <p><i>Форма впровадження:</i> Методичні матеріали до лекцій та практичних занять з дисципліни «Фізична терапія при неспецифічних захворюваннях сучасності» для студентів другого (магістерського) рівня вищої освіти за спеціальністю 227 «Терапія та реабілітація», галузі знань 22 Охорона здоров'я.</p> <p><i>Характеристика:</i> Розкрито вплив ожиріння на функціональний стан колінних суглобів; обґрунтовано доцільність використання методу обчислення складу тіла, методів чисельного моделювання та прикладної дискретної геометрії для відтворення характеру розподілу надмірної ваги на елементи опорно-рухового апарату (далі – ОРА) нижніх кінцівок. Проведено моделювання характеру роботи ОРА; визначено особливості та параметри, що підлягають урахуванню при програмуванні фізичної терапії.</p> <p><i>Переваги над аналогами:</i> Аналогів не існує.</p>	<p><i>Наукова новизна:</i> Отримали подальший розвиток наукові уявлення про методи та підходи фізичної терапії у роботі з жінками, які мають ожиріння та гоналігії. Висвітлено аспекти моделювання характеру роботи ОРА як інструменту обґрунтування вибору та застосування засобів фізичної терапії в зазначеній категорії осіб.</p> <p><i>Рекомендовано</i> для використання у процесі підготовки здобувачів освіти за спеціальністю 227 «Терапія та реабілітація», галузі знань 22 Охорона здоров'я другого магістерського рівня вищої освіти.</p>	<p>Інтеграція методики сприяла вдосконаленню освітнього процесу кафедри терапії та реабілітації, підвищенню рівня теоретичної та практичної підготовки здобувачів вищої освіти, формуванню наукового мислення та поліпшенню якості підготовки висококваліфікованих фахівців з фізичної терапії загалом.</p>

Автор розробки:
Аспірант кафедри терапії та реабілітації

Ольга КУЧЕРЯВА

Представники НУФВСУ:
Проректор з навчально-методичної роботи,
д. фіз. вих, професор

Оксана ШИНКАРУК

Завідувач кафедри терапії та реабілітації,
д. фіз. вих, професор

Олена ЛАЗАРЕВА

ДОДАТОК Е

АКТ
впровадження результатів наукових досліджень
в освітній процес кафедри терапії та реабілітації
Національного університету фізичного виховання та спорту України

« 8 » 12 2025 р.

м. Київ

Ми, ті, що підписалися нижче, склали цей акт про те, що Кучерявою Ольгою Валеріївною, яка є виконавцем дисертаційної роботи «Терапія та реабілітація жінок з ожирінням та гоналгіями на основі моделювання роботи колінного суглобу» виконаної відповідно до плану НДР Національного університету фізичного виховання і спорту України на 2021-2025 рр. за темою 4.2 «Відновлення функціональних можливостей, діяльності та участі осіб різних нозологічних, професійних та вікових груп засобами фізичної терапії», номер державної реєстрації 0121U107926, впроваджено у практику роботи кафедри такі рекомендації та пропозиції:

<i>Назва пропозиції, форма впровадження і коротка характеристика</i>	<i>Наукова новизна та її значення, рекомендації з подальшого використання</i>	<i>Ефект від впровадження</i>
<p><i>Назва пропозиції:</i> Терапія та реабілітація жінок з ожирінням та гоналгіями на основі моделювання роботи колінного суглобу.</p> <p><i>Форма впровадження:</i> Методичні матеріали до практичних занять з дисципліни «Основні пілатесу у терапії та реабілітації» для студентів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за спеціальністю 227 «Терапія та реабілітація», галузі знань 22 «Охорона здоров'я», розроблені з використанням результатів інтерпретаційного фізико-математичного моделювання роботи колінного суглоба та нижньої частини опорно-рухового апарату. <i>Переваги над аналогами:</i> Аналогів не існує.</p>	<p><i>Наукова новизна:</i> Отримав подальший розвиток підхід до формування практичних рекомендацій з фізичної терапії із застосуванням засобів фітнесу, зокрема вправ пілатесу, на основі результатів інтерпретаційного фізико-математичного моделювання роботи колінного суглоба та нижньої частини опорно-рухового апарату. Обґрунтовано можливість використання результатів моделювання навантажень на колінний суглоб як наукової основи для вибору та методичного пояснення засобів пілатесу в освітньому процесі підготовки фахівців з фізичної терапії.</p> <p><i>Рекомендовано</i> для використання у процесі підготовки здобувачів освіти за спеціальністю 227 «Терапія та реабілітація», галузі знань 22 Охорона здоров'я першого (бакалаврського) рівня вищої освіти.</p>	<p>Інтеграція методики сприяла вдосконаленню освітнього процесу кафедри терапії та реабілітації з метою підвищення рівня знань здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за спеціальністю 227 «Терапія та реабілітація».</p>

Автор розробки:
Аспірант кафедри терапії та реабілітації

Ольга КУЧЕРЯВА

Представники НУФВСУ:

Проректор з навчально-методичної роботи,
д. фіз. вих, професор

Оксана ШИНКАРУК

Завідувач кафедри терапії та реабілітації,
д. фіз. вих, професор

Олена ЛАЗАРЕВА



ДОДАТОК Ж

АНКЕТА КЛІЄНТА

Загальні відомості	
П.І.Б.	
Вкажіть дату народження	
Чи мали Ви операції, травми, хвороби в минулому?	
Вкажіть Вашу освіту та зайнятість	
Коли Був останній медогляд?	
Рівень стресу станом на сьогодні (мінімальний, максимальний, середній, відсутній) підкреслити потрібне	
Сон (вказати в середньому кількість годин)	
Оцініть від 1 до 10 свій рівень фізичної активності?	
Харчування	
Скільки разів на день ви їсте?	
Чи робите Ви перекуси між основними прийомами їжі (так/ні)?	
Якщо відповідь на попереднє запитання «так» - Як часто Ви робите перекуси (вказіть кількість)?	
Чи дотримуєтесь Ви режиму дня у харчуванні?	
Скільки разів на тиждень їсте:	
хліб та крупи	
жири	
фрукти та овочі	
бобові продукти	
молочні продукти	
м'ясо	
рибу	
За скільки годин до сну у Вас останній прийом їжі?	
Як часто Ви споживаєте солодке?	
Як часто ви споживаєте сіль?	
Як часто ви споживаєте цукор?	
Кількість води в день в мл?	
Чи приймаєте Ви вітаміни?	
Чи приймаєте Ви ліки на регулярній основі?	
Чи приймаєте Ви препарати для зниження тиску?	
Чи приймаєте заспокійливі препарати?	
Чи приймаєте Ви гормональні препарати?	
Що би Ви хотіли змінити у своєму способі життя?	

ДОДАТОК И

ОПИТУВАННЯ ПАЦІЄНТА ДЛЯ ОЦІНКИ ДАНИХ ПРО ФІЗИЧНУ АКТИВНІСТЬ

Пригадайте типові 7 днів протягом останніх 4-5 місяців і оцініть, скільки раз ви займались фізичними вправами у відповідності з переліченими нижче критеріями			
	Кількість занять в тиждень	Тривалість занять в хвиликах	Загальна кількість часу за тиждень
Інтенсивне ФН (біг, кросфіт, баскетбол, футбол, лижі, велосипедні гонки і т. д.)			
ФН помірної інтенсивності (швидка ходьба, теніс, танці, катання на велосипеді і т. д.)			
Легке ФН (розминка з елементами розтяжки, йога, спокійна ходьба, боулінг і т. д.)			
Скільки днів на тиждень ви займаєтесь фізичними вправами з навантаженням помірної чи високої інтенсивності (наприклад, швидка ходьба тривалістю не менше 30 хвилин)?			
<input type="checkbox"/> 0-1 день в тиждень; <input type="checkbox"/> 2-3 дні в тиждень; <input type="checkbox"/> 4-5 днів на тиждень			
Чому вам не вдається забезпечити собі достатній рівень фізичного навантаження?			
<input type="checkbox"/> Брак часу; <input type="checkbox"/> Далеко спортзал; <input type="checkbox"/> Не бачу потреби; <input type="checkbox"/> Не вважаю за потрібне займатися фізичними вправами, краще поголодувати <input type="checkbox"/> Інше:			
Будь ласка вкажіть 3-5 типів фізичного навантаження, які вам найбільше до вподоби: 1.....2.....3.....4.....5.....			

ДОДАТОК К

АНКЕТНИЙ ОПИТУВАЛЬНИК ДЛЯ ОЦІНКИ ФАКТОРІВ РИЗИКУ ТА
КЛІНІЧНИХ ПРОЯВІВ БОЛЮ КС

№ п/п	Запитання	Відповідь у форматі «так/ні»
Блок I. Етіологічні чинники		
1.	Чи вважаєте Ви, що маєте надмірну масу тіла?	<input type="checkbox"/> так <input type="checkbox"/> ні
2.	Чи мали близькі родичі захворювання колінних суглобів (зокрема остеоартроз)?	<input type="checkbox"/> так <input type="checkbox"/> ні
3.	Чи були у Вас травми суглобів (вивихи, переломи) або оперативні втручання на них?	<input type="checkbox"/> так <input type="checkbox"/> ні
4.	Чи пов'язані Ваші професійні обов'язки або захоплення з підвищеним фізичним навантаженням (важка фізична праця, садівництво, спортивні навантаження тощо)?	<input type="checkbox"/> так <input type="checkbox"/> ні
5.	Чи маєте Ви супутні запальні захворювання суглобів (ревматоїдний артрит, подагра тощо)?	<input type="checkbox"/> так <input type="checkbox"/> ні
6.	Якщо Ви жінка, чи настала у Вас менопауза?	<input type="checkbox"/> так <input type="checkbox"/> ні
Блок II. Клінічні прояви та перебіг болю в колінному суглобі		
7.	Чи реагує біль у колінному суглобі на методи самопомоги (холод, розслаблення, підвищене положення кінцівки)?	<input type="checkbox"/> так <input type="checkbox"/> ні
8.	Чи триває біль у колінному суглобі понад два тижні?	<input type="checkbox"/> так <input type="checkbox"/> ні
9.	Чи виникає у спокої різкий або стріляючий біль у коліні?	<input type="checkbox"/> так <input type="checkbox"/> ні
10.	Чи відзначаєте Ви кульгавість під час ходьби?	<input type="checkbox"/> так <input type="checkbox"/> ні
11.	Чи помічали Ви деформацію колінного суглоба або надколінника?	<input type="checkbox"/> так <input type="checkbox"/> ні
12.	Чи відчуваєте оніміння або поколювання в коліні, гомілці або стопі?	<input type="checkbox"/> так <input type="checkbox"/> ні
13.	Чи виникає відчуття холоду, зниження температури або зміни забарвлення шкіри гомілки, стопи чи пальців?	<input type="checkbox"/> так <input type="checkbox"/> ні
14.	Чи спостерігали Ви почервоніння в ділянці гомілки або стопи?	<input type="checkbox"/> так <input type="checkbox"/> ні
15.	Чи супроводжується біль у колінному суглобі загальною слабкістю, нудотою або підвищенням температури тіла?	<input type="checkbox"/> так <input type="checkbox"/> ні
16.	Чи має біль у колінному суглобі рецидивуючий характер?	<input type="checkbox"/> так <input type="checkbox"/> ні
17.	Чи відчуваєте Ви клацання або хрускіт у колінному суглобі?	<input type="checkbox"/> так <input type="checkbox"/> ні
18.	Де переважно локалізується біль у колінному суглобі (всередині / зовні)?	<input type="checkbox"/> так <input type="checkbox"/> ні
19.	Чи спостерігаєте Ви набряк у ділянці колінного суглоба?	<input type="checkbox"/> так <input type="checkbox"/> ні
20.	Чи відчуваєте Ви скупчення рідини в колінному суглобі?	<input type="checkbox"/> так <input type="checkbox"/> ні

ДОДАТОК Л

ШКАЛА WOMAC

Розділ А (біль) Як сильно у вас болить суглоб		Пояснення: Шкала WOMAC була запропонована для вивчення ефективності нестероїдних протизапальних препаратів, що використовуються при лікуванні хворих на деформуючий артроз. Згодом її ефективність та відтворюваність були підтверджені для оцінки результатів реконструктивних оперативних втручань на колінному суглобі. Бальна шкала WOMAC складається з 24 питань, розділених на три секції: біль (5 питань), скутість (2 питання) та функція (17 питань). Особа, відповідаючи на питання, вибирає відповіді, які краще описують її стан за п'ятибальною системою: ні (0 балів), легко (1 бал), помірно (2 бали), виражено (3 бали), дуже сильно (4 бали). Результат: «відмінний» - 0-14 балів, «гарний» - 15-28 балів, «задовільний» - 29-38 балів, «незадовільний» – більше 38 балів. Таким чином, збільшення загальної кількості балів свідчить про погіршення функціонального стану суглоба.
1	під час ходьби по квартирі	
2	при підйомі та спуску по сходах	
3	в нічний час у ліжку	
4	коли ви лежите чи сидите	
5	коли ви стоїте	
Розділ В (скутість/тугорухливість)		
6	Вираженість скутості зранку	
7	Вираженість скутості в протягом дня, після перебування в положенні сидячи або лежачи	
Розділ С (функція) Які труднощі ви відчуваєте		
8	коли піднімаєтесь сходами	
9	коли спускаєтесь сходами	
10	при підйомі зі стільця	
11	Стоячи	
12	при нахилі вниз	
13	при ходьбі по квартирі	
14	під час сідання або виходу з автомобіля	
15	при ходьбі по вулиці	
16	при надяганні шкарпеток/панчіх	
17	при підйомі з ліжка	
18	при зніманні шкарпеток/панчіх	
19	лежачи в ліжку	
20	заходячи в/виходячи з ванни	
21	при присіданні	
22	сідаючи/встаючи з унітазу	
23	під час виконання важкої домашньої роботи	
24	під час виконання легкої домашньої роботи	

ДОДАТОК М

ОПИТУВАЛЬНИК ДЛЯ ОЦІНКИ СТАНУ ЗДОРОВ'Я EQ-5D

Будь ласка, відзначивши галочкою потрібний варіант, вкажіть, яке твердження найкращим чином описує стан Вашого здоров'я на сьогоднішній день.	
Рухливість	
Я не відчуваю ніяких труднощів при ходьбі	
Я відчуваю певні труднощі при ходьбі	
Я не можу ходити	
Догляд за собою	
В мене не виникає ніяких труднощів у догляді за собою	
В мене виникають певні труднощі з умиванням та/чи одіванням	
Я не можу самостійно умитись та/чи вдітись	
Повсякденна діяльність (робота, навчання, робота по дому, дозвілля сім'єю, дозвілля)	
Я не відчуваю жодних труднощів, займаючись повсякденними справами	
Я відчуваю деякі труднощі, займаючись повсякденними справами	
Я не в змозі виконувати повсякденні справи	
Біль/дискомфорт	
Я не відчуваю жодного дискомфорту чи болю	
Я відчуваю деякий помірний дискомфорт чи біль	
Я відчуваю гострий дискомфорт чи біль	
Занепокоєння/депресія	
Я не відчуваю занепокоєння чи депресії	
Я відчуваю помірну тривогу чи депресію	
Я відчуваю вкрай сильну тривогу чи депресію	

Продовження ДОДАТКА М

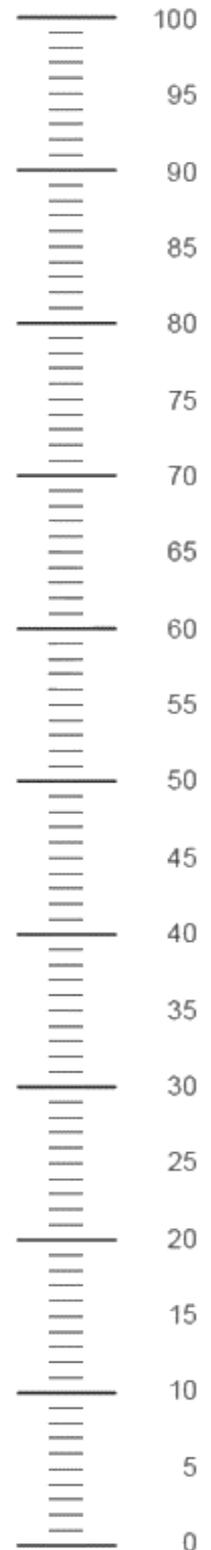
ВАШ

Відзначте на представленій шкалі, наскільки задовільний стан Вашого здоров'я, де
100 – найкращий стан здоров'я.
0 – найгірший стан здоров'я.

**СТАН
ВАШОГО
ЗДОРОВ'Я**

З'єднайте лінією табличку «Стан Вашого здоров'я» з точкою на шкалі, яка, на вашу думку, відповідає стану Вашого здоров'я на сьогоднішній день.

Тепер запишіть число, зазначене на шкалі нижче.



Стан Вашого здоров'я сьогодні

ДОДАТОК Н

ЗГОДА

про надання добровільної згоди на проведення дослідження з використанням антропометричних даних у дослідженні за темою:
«Терапія та реабілітація жінок з ожирінням та гоналгіями на основі моделювання роботи колінного суглобу», напрям підготовки
227 «Фізична терапія, ерготерапія»

Я, _____,
(прізвище, ім'я, по-батькові)

дата народження: _____,

засвідчую, що перебуваю у належному психологічному та фізіологічному стані та без примусу прийняв (-ла) рішення про участь у проведенні дослідження з використанням моїх антропометричних даних та фото (підкреслити за необхідності).

Я ознайомлений (-на) з умовами проведення дослідження. Відмова від проведення дослідження не може трактуватися як приховування мною інформації чи призводити до обмеження моїх права, свобод та законних інтересів.

дата _____

_____ підпис

ДОДАТОК П

ЕЛЕМЕНТИ ДИСКРЕТНО ПРЕДСТАВЛЕНОЇ МОДЕЛІ НИЖНЬОЇ ЧАСТИНИ ОРА ЛЮДИНИ

Для спрощення аналізу Рисунок 3.30 нижче наведено таблицю відповідності номерів елементів (ланок та вузлів) дискретно представленої моделі нижньої частини ОРА людини (див. Таблицю П.1.). Також у таблиці наведено назви кісток, м'язів, сухожилок та хрящових тканин, що відповідають даним елементам. Голубим кольором виділені строки, що містять елементи, які інтерпретують кістки у моделі ОРА людини. Світло-помаранчевим кольором виділені строки, що містять елементи, які інтерпретують м'язи, сухожилки та хрящові тканини.

Таблиця П.1 – Елементи дискретно представленої геометричної моделі нижньої частини ОРА людини [48]

Номера стрижнів, ланок/тросів	Назви відповідних кісток, м'язів або сухожилків	Номера вузлів початку і кінця стрижнів, ланок/тросів	
		Початковий вузол	Кінцевий вузол
1	Кістки фаланги великого пальця правої ноги	01	06
2	М'яз розгинача великого пальця правої ноги	01	17
3	Кістки фаланги вказівного пальця правої ноги	02	07
4	М'яз довгого розгинача вказівного пальця правої ноги	02	18
5	Кістки фаланги середнього пальця правої ноги	03	08
6	М'яз довгого розгинача середнього пальця правої ноги	03	18
7	Кістки фаланги підмізинного пальця правої ноги	04	09

8	М'яз довгого розгинача підмізинного пальця правої ноги	04	18
9	Кістки фаланги мізинця правої ноги	05	10
10	М'яз довгого розгинача мізинця правої ноги	05	18
11	Плеснова кістка великого пальця правої ноги	06	11
12	Фрагмент переднього великогомілкового м'яза правої ноги	06	16
13	Плеснова кістка вказівного пальця правої ноги	07	11
14	Плеснова кістка середнього пальця правої ноги	08	11
15	Плеснова кістка підмізинного пальця правої ноги	09	12
16	Плеснова кістка мізинця правої ноги	10	12
17	Фрагмент довгого малоомілкового м'яза правої ноги	10	20
18	Фрагмент заплеснових кісток правої ноги	11	12
19	Фрагмент заплеснових кісток правої ноги	11	13
20	Фрагмент заплеснових кісток правої ноги	11	14
21	Фрагмент нижнього тримача м'язів-розгиначів правої ноги	11	16
22	Фрагмент м'яза розгинача великого пальця правої ноги	11	17
23	Фрагмент заплеснових кісток правої ноги	12	13
24	Фрагмент заплеснових кісток правої ноги	12	14
25	Фрагмент заплеснових кісток правої ноги	12	15
26	Фрагмент нижнього тримача м'язів-розгиначів правої ноги	12	18
27	Фрагмент заплеснових кісток правої ноги	13	14
28	Фрагмент заплеснових кісток правої ноги	13	15
29	Фрагмент м'язів гомілки (литкової та камбалавидної, а також ахіллесового сухожилка) правої ноги	13	24

30	Фрагмент м'язів гомілки (литкової та камбаловидної, а також ахіллесового сухожилка) правої ноги	13	25
31	Фрагмент заплеснових кісток правої ноги	14	15
32	Фрагмент нижнього тримача м'язів-розгиначів правої ноги	14	19
33	Фрагмент великогомілкової кістки правої ноги	14	21
34	Фрагмент великогомілкової кістки правої ноги	14	22
35	Фрагмент великогомілкової кістки правої ноги	14	23
36	Фрагмент довгого малоюмілкового м'яза правої ноги	15	20
37	Малоюмілкова кістка правої ноги	15	23
38	Фрагмент нижнього тримача м'язів-розгиначів правої ноги	16	17
39	Фрагмент переднього великогомілкового м'яза правої ноги	16	19
40	Фрагмент нижнього тримача м'язів-розгиначів правої ноги	17	18
41	Фрагмент нижнього тримача м'язів-розгиначів правої ноги	17	19
42	Фрагмент м'яза розгинача великого пальця правої ноги	17	22
43	Фрагмент м'яза довгого розгинача пальців правої ноги	18	22
44	Фрагмент переднього великогомілкового м'яза правої ноги	19	21
45	Фрагмент довгого малоюмілкового м'яза правої ноги	20	23
46	Малоюмілкова кістка правої ноги	21	22
47	Малоюмілкова кістка правої ноги	21	23
48	Медіальний меніск правого колінного суглоба	21	24
49	Передня хрестоподібна зв'язка правого колінного суглоба	21	25
50	Фрагмент правого чотириголового м'яза	21	26
51	Правий кравецький м'яз	21	27
52	Фрагмент правого приводячого м'язу	21	61
53	Правий напівсухожилковий м'яз	21	63

54	Правий тонкий м'яз	21	72
55	Малогомілкова кістка правої ноги	22	23
56	Медіальна зв'язка правого колінного суглоба	22	24
57	Латеральна зв'язка правого колінного суглоба	22	25
58	Фрагмент правого чотириголового м'яза	22	26
59	Задня хрестоподібна зв'язка правого колінного суглоба	23	24
60	Латеральний меніск правого колінного суглоба	23	25
61	Фрагмент правого чотириголового м'яза	23	26
62	Правий клубково-великогомілковий м'яз (тракт)	23	68
63	Права стегнова кістка	24	25
64	Фрагмент правих сухожилок, що примикають до колінної чашечки	24	26
65	Права стегнова кістка	24	27
66	Права стегнова кістка	24	28
67	Права стегнова кістка	24	29
68	Правий приводящий м'яз	24	61
69	Правий гребінчатий м'яз	24	72
70	Фрагмент правих сухожилок, що примикають до колінної чашечки	25	26
71	Права стегнова кістка	25	27
72	Права стегнова кістка	25	29
73	Правий двоголовий м'яз	25	63
74	Правий великий сідничний м'яз	25	65
75	Правий великий сідничний м'яз	25	66
76	Правий довгий привідний м'яз	25	70
77	Фрагмент правого чотириголового м'яза	26	27
78	Фрагмент правого чотириголового м'яза	26	29
79	Фрагмент правого чотириголового м'яза	26	70
80	Права стегнова кістка	27	28
81	Права стегнова кістка	27	29
82	Права стегнова кістка	27	30
83	Правий грушеподібний м'яз	27	66
84	Фрагмент правого середньо-	27	68

	сідничного м'яза		
85	Права стегнова кістка	28	29
86	Права стегнова кістка	28	30
87	Фрагмент правого середньо-сідничного м'яза	28	66
88	Фрагмент правого середньо-сідничного м'яза	28	68
89	Права стегнова кістка	29	30
90	Фрагмент правого приводячого м'язу	29	61
91	Фрагмент правого клубкового м'яза	29	66
92	Фрагмент правого клубкового м'яза	29	68
93	Правий гребінчатий м'яз	29	72
94	Фрагмент правої сторони кісток тазу	30	61
95	Фрагмент правої сторони кісток тазу	30	63
96	Фрагмент правої сторони кісток тазу	30	66
97	Фрагмент правої сторони кісток тазу	30	68
98	Фрагмент правої сторони кісток тазу	30	70
99	Фрагмент правої сторони кісток тазу	30	72
100	Кістки фаланги великого пальця лівої ноги	31	36
101	М'яз розгинача великого пальця лівої ноги	31	47
102	Кістки фаланги вказівного пальця лівої ноги	32	37
103	М'яз довгого розгинача вказівного пальця лівої ноги	32	48
104	Кістки фаланги середнього пальця лівої ноги	33	38
105	М'яз довгого розгинача середнього пальця лівої ноги	33	48
106	Кістки фаланги підмізинного пальця лівої ноги	34	39
107	М'яз довгого розгинача підмізинного пальця лівої ноги	34	48
108	Кістки фаланги мізинця лівої ноги	35	40
109	М'яз довгого розгинача мізинця лівої ноги	35	48
110	Плеснова кістка великого пальця лівої ноги	36	41
111	Фрагмент переднього великогомілкового м'яза лівої ноги	36	46
112	Плеснова кістка вказівного пальця лівої ноги	37	41

113	Плеснова кістка середнього пальця лівої ноги	38	41
114	Плеснова кістка підмізинного пальця лівої ноги	39	42
115	Плеснова кістка мізинця лівої ноги	40	42
116	Фрагмент довгого малогомілкового м'яза лівої ноги	40	50
117	Фрагмент заплеснових кісток лівої ноги	41	42
118	Фрагмент заплеснових кісток лівої ноги	41	43
119	Фрагмент заплеснових кісток лівої ноги	41	44
120	Фрагмент нижнього тримача м'язів-розгиначів лівої ноги	41	46
121	Фрагмент м'яза розгинача великого пальця лівої ноги	41	47
122	Фрагмент заплеснових кісток лівої ноги	42	43
123	Фрагмент заплеснових кісток лівої ноги	42	44
124	Фрагмент заплеснових кісток лівої ноги	42	45
125	Фрагмент нижнього тримача м'язів-розгиначів лівої ноги	42	48
126	Фрагмент заплеснових кісток лівої ноги	43	44
127	Фрагмент заплеснових кісток лівої ноги	43	45
128	Фрагмент м'язів гомілки (литкової та камбаловидної, а також ахіллесового сухожилка) лівої ноги	43	54
129	Фрагмент м'язів гомілки (литкової та камбаловидної, а також ахіллесового сухожилка) лівої ноги	43	55
130	Фрагмент заплеснових кісток лівої ноги	44	45
131	Фрагмент нижнього тримача м'язів-розгиначів лівої ноги	44	49
132	Фрагмент великогомілкової кістки лівої ноги	44	51
133	Фрагмент великогомілкової кістки лівої ноги	44	52

134	Фрагмент великогомілкової кістки лівої ноги	44	53
135	Фрагмент довгого малоюомілкового м'яза лівої ноги	45	50
136	Малоюомілкова кістка лівої ноги	45	53
137	Фрагмент нижнього тримача м'язів-розгиначів лівої ноги	46	47
138	Фрагмент переднього великогомілкового м'яза лівої ноги	46	49
139	Фрагмент нижнього тримача м'язів-розгиначів лівої ноги	47	48
140	Фрагмент нижнього тримача м'язів-розгиначів лівої ноги	47	49
141	Фрагмент м'яза розгинача великого пальця лівої ноги	47	52
142	Фрагмент м'яза довгого розгинача пальців лівої ноги	48	52
143	Фрагмент переднього великогомілкового м'яза лівої ноги	49	51
144	Фрагмент довгого малоюомілкового м'яза лівої ноги	50	53
145	Малоюомілкова кістка лівої ноги	51	52
146	Малоюомілкова кістка лівої ноги	51	53
147	Медіальний меніск лівого колінного суглоба	51	54
148	Передня хрестоподібна зв'язка лівого колінного суглоба	51	55
149	Фрагмент лівого чотиригодового м'яза	51	56
150	Лівий кравецький м'яз	51	57
151	Фрагмент лівого приводячого м'язу	51	62
152	Лівий напівсухожилковий м'яз	51	64
153	Лівий тонкий м'яз	51	72
154	Малоюомілкова кістка лівої ноги	52	53
155	Медіальна зв'язка лівого колінного суглоба	52	54
156	Латеральна зв'язка лівого колінного суглоба	52	55
157	Фрагмент лівого чотиригодового м'яза	52	56
158	Задня хрестоподібна зв'язка лівого колінного суглоба	53	54
159	Латеральний меніск лівого колінного	53	55

	суглоба		
160	Фрагмент лівого чотиригодового м'яза	53	56
161	Лівий клубково-великогомілковий м'яз (тракт)	53	64
162	Ліва стегнова кістка	53	69
163	Фрагмент лівих сухожилок, що примикають до колінної чашечки	54	55
164	Ліва стегнова кістка	54	56
165	Ліва стегнова кістка	54	57
166	Ліва стегнова кістка	54	58
167	Лівий приводящий м'яз	54	59
168	Лівий гребінчатий м'яз	54	62
169	Фрагмент лівих сухожилок, що примикають до колінної чашечки	54	72
170	Ліва стегнова кістка	55	56
171	Ліва стегнова кістка	55	57
172	Лівий двоголовий м'яз	55	59
173	Лівий великий сідничний м'яз	55	65
174	Лівий великий сідничний м'яз	55	67
175	Лівий довгий привідний м'яз	55	71
176	Фрагмент лівого чотиригодового м'яза	56	57
177	Фрагмент лівого чотиригодового м'яза	56	59
178	Фрагмент лівого чотиригодового м'яза	56	71
179	Ліва стегнова кістка	57	58
180	Ліва стегнова кістка	57	59
181	Ліва стегнова кістка	57	60
182	Лівий грушеподібний м'яз	57	67
183	Фрагмент лівого середньо-сідничного м'яза	57	69
184	Ліва стегнова кістка	58	59
185	Ліва стегнова кістка	58	60
186	Фрагмент лівого середньо-сідничного м'яза	58	67
187	Фрагмент лівого середньо-сідничного м'яза	58	69
188	Ліва стегнова кістка	59	60
189	Фрагмент лівого приводячого м'язу	59	62
190	Фрагмент лівого клубкового м'яза	59	67
191	Фрагмент лівого клубкового м'яза	59	69

192	Лівий гребінчатий м'яз	59	72
193	Фрагмент лівої сторони кісток тазу	60	62
194	Фрагмент лівої сторони кісток тазу	60	64
195	Фрагмент лівої сторони кісток тазу	60	67
196	Фрагмент лівої сторони кісток тазу	60	69
197	Фрагмент лівої сторони кісток тазу	60	71
198	Фрагмент лівої сторони кісток тазу	60	72
199	Центральний фрагмент кісток тазу	61	62
200	Фрагмент правої сторони кісток тазу	61	63
201	Фрагмент правої сторони кісток тазу	61	70
202	Фрагмент правої сторони кісток тазу	61	72
203	Фрагмент лівої сторони кісток тазу	62	64
204	Фрагмент лівої сторони кісток тазу	62	71
205	Фрагмент лівої сторони кісток тазу	62	72
206	Фрагмент правої сторони кісток тазу	63	65
207	Фрагмент правої сторони кісток тазу	63	68
208	Фрагмент лівої сторони кісток тазу	64	65
209	Фрагмент лівої сторони кісток тазу	64	69
210	Фрагмент правої сторони кісток тазу	65	66
211	Фрагмент лівої сторони кісток тазу	65	67
212	Фрагмент правої сторони кісток тазу	65	68
213	Фрагмент лівої сторони кісток тазу	65	69
214	Центральний фрагмент кісток тазу	66	67
215	Фрагмент правої сторони кісток тазу	66	68
216	Фрагмент правої сторони кісток тазу	66	70
217	Фрагмент лівої сторони кісток тазу	67	69
218	Фрагмент лівої сторони кісток тазу	67	71
219	Фрагмент правої сторони кісток тазу	68	70
220	Фрагмент лівої сторони кісток тазу	69	71
221	Фрагмент правої сторони кісток тазу	70	72
222	Фрагмент лівої сторони кісток тазу	71	72

ДОДАТОК Р

СИСТЕМА РІВНЯНЬ СТАТИЧНОЇ РІВНОВАГИ МОДЕЛІ НИЖНЬОЇ
ЧАСТИНИ ОРА ЛЮДИНИ

Система рівнянь, що описує роботу моделі нижньої частини ОРА людини, складається з $(72 - 22) \times 3 = 150$ власне статичної рівноваги та 222 рівнянь геометричної параметризації даної моделі. Загалом 372 рівняння. Перші 150 рівнянь визначають положення усіх вільних вузлів моделі у просторі із урахуванням накладених геометричних умов її стійкості у досліджуваній позі ОРА людини, тоді як наступні 222 рівняння визначають очікувані значення довжин кожної ланки (стрижнів та тросів) даної моделі.

Очевидно, зважаючи на форму запису узагальненої системи (3.82), 372 рівняння займатимуть значний обсяг сторінок. Для скорочення довжини рівнянь вдамося до наступних міркувань.

Частина рівнянь системи (3.82), які відносяться до рівнянь рівноваги вільних вузлів моделі є еквівалентні системі (3.54). Так якщо враховувати тотожності (3.55), (3.56) та (3.58), а також умови незмінності довжин усіх ланок моделі, то для кожного i -го вільного вузла система рівнянь рівноваги та сталості форми прийме вигляду аналогічного до (3.63):

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n (x_j - x_i) \cdot (\mathfrak{N}_{P_{i,j}} + \lambda_{i,j} / \delta_{i,j}) + \mathfrak{F}_{x_i} = 0, \\ \sum_{j=1}^n (y_j - y_i) \cdot (\mathfrak{N}_{P_{i,j}} + \lambda_{i,j} / \delta_{i,j}) + \mathfrak{F}_{y_i} = 0, \\ \sum_{j=1}^n (z_j - z_i) \cdot (\mathfrak{N}_{P_{i,j}} + \lambda_{i,j} / \delta_{i,j}) + \mathfrak{F}_{z_i} = 0, \\ \delta_{i,j} = \delta_{0_{i,j}} \cdot (j = \overline{1, n}) \end{array} \right. \quad (\text{P.1})$$

Рівняння цієї системи можуть бути записані у скороченій формі, якщо умовно позначити координати вузлів $(x, y$ та $z)$ єдиною літерою s . Тоді система

(P.1) набуває наступного вигляду:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n (s_j - s_i) \cdot (\aleph_{P_{i,j}} + \lambda_{i,j} / \delta_{i,j}) + \mathfrak{F}_{s_i} = 0, \\ \delta_{i,j} = \delta_{0_{i,j}}. \quad (j = \overline{1, n}) \end{cases} \quad (\text{P.2})$$

Підставляючи до тотожності (3.60) рівність (3.59) можемо переписати вираз для визначення параметрів щільності внутрішніх зусиль $\aleph_{i,j}$ у наступній формі:

$$\aleph_{i,j} = \aleph_{P_{i,j}} + \lambda_{i,j} / \delta_{i,j}. \quad (\text{P.3})$$

Зважаючи на вираз (P.3) система (P.2) може бути записана так:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n (s_j - s_i) \cdot \aleph_{i,j} + \mathfrak{F}_{s_i} = 0, \\ \aleph_{i,j} = \aleph_{P_{i,j}} + \lambda_{i,j} / \delta_{i,j}, \quad \delta_{i,j} = \delta_{0_{i,j}}. \quad (j = \overline{1, n}) \end{cases} \quad (\text{P.4})$$

Така заміна змінної дозволяє не лише умовно зменшити кількість рівнянь у загальній системі, але й скоротити форму запису рівнянь рівноваги вільних вузлів. Враховуючи це загальну систему рівноваги та форми моделі (3.82) можна записати у такому вигляді (виносячи умови збереження довжин усіх ланок моделі у кінець системи):

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n_1} (s_j - s_1) \cdot \aleph_{1,j} + \mathfrak{F}_{s_1} = 0, \aleph_{1,j} = \aleph_{P_{1,j}} + \lambda_{1,j} / \delta_{1,j}, \quad (j = \overline{1, n_1}) \\ \sum_{j=1}^{n_2} (s_j - s_2) \cdot \aleph_{2,j} + \mathfrak{F}_{s_2} = 0, \aleph_{2,j} = \aleph_{P_{2,j}} + \lambda_{2,j} / \delta_{2,j}, \quad (j = \overline{1, n_2}) \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^{n_w} (s_j - s_w) \cdot \aleph_{w,j} + \mathfrak{F}_{s_w} = 0, \aleph_{w,j} = \aleph_{P_{w,j}} + \lambda_{w,j} / \delta_{w,j}, \quad (j = \overline{1, n_w}) \\ \delta_1 = \delta_{0_1}, \quad \delta_2 = \delta_{0_2}, \dots \\ \delta_v = \delta_{0_v}. \end{cases} \quad (\text{P.5})$$

Окрім того, для більшої наочності даної системи рівнянь запишемо її у різницевій формі, розкривши дужки під знаками сум:

$$\left\{ \begin{array}{l} - \left(\sum_{j=1}^{n_1} \aleph_{1,j} \right) \cdot s_i + \sum_{j=1}^{n_1} (\aleph_{1,j} \cdot s_j) = \mathfrak{F}_{s_1}, \aleph_{1,j} = \aleph_{P_{1,j}} + \lambda_{1,j} / \delta_{1,j}, (j = \overline{1, n_1}) \\ - \left(\sum_{j=1}^{n_2} \aleph_{2,j} \right) \cdot s_i + \sum_{j=1}^{n_2} (\aleph_{2,j} \cdot s_j) = \mathfrak{F}_{s_2}, \aleph_{2,j} = \aleph_{P_{2,j}} + \lambda_{2,j} / \delta_{2,j}, (j = \overline{1, n_2}) \\ \vdots \\ - \left(\sum_{j=1}^{n_w} \aleph_{w,j} \right) \cdot s_i + \sum_{j=1}^{n_w} (\aleph_{w,j} \cdot s_j) = \mathfrak{F}_{s_w}, \aleph_{w,j} = \aleph_{P_{w,j}} + \lambda_{w,j} / \delta_{w,j}, (j = \overline{1, n_w}) \\ \delta_1 = \delta_{0_1}, \delta_2 = \delta_{0_2}, \dots \\ \delta_v = \delta_{0_v}. \end{array} \right. \quad (\text{P.6})$$

Виходячи із усього вищезазначеного загальна система рівнянь форми та положення дискретно представлені моделі нижньої частини ОРА людини, записана у компактній формі та із урахуванням заміни змінної (P.3), включатиме $50 + 222 = 272$ рівнянь та матиме наступний вигляд:

1) рівняння рівноваги вузла S_{11} :

$$\begin{aligned} & - (\aleph_{06,11} + \aleph_{07,11} + \aleph_{08,11} + \aleph_{12,11} + \aleph_{13,11} + \aleph_{14,11} + \aleph_{16,11} + \aleph_{17,11}) \cdot s_{11} + \\ & + \aleph_{06,11} \cdot s_{06} + \aleph_{07,11} \cdot s_{07} + \aleph_{08,11} \cdot s_{08} + \aleph_{12,11} \cdot s_{12} + \aleph_{13,11} \cdot s_{13} + \\ & + \aleph_{14,11} \cdot s_{14} + \aleph_{16,11} \cdot s_{16} + \aleph_{17,11} \cdot s_{17} = 0, (s_{11} = x_{11}, y_{11}, z_{11}) \end{aligned} \quad (\text{P.7})$$

$$\aleph_{11,j} = \aleph_{P_{11,j}} + \lambda_{11,j} / \delta_{11,j}; (j = 06, 07, 08, 12, 13, 14, 16, 17)$$

2) рівняння рівноваги вузла S_{12} :

$$\begin{aligned} & - (\aleph_{09,12} + \aleph_{10,12} + \aleph_{11,12} + \aleph_{13,12} + \aleph_{14,12} + \aleph_{15,12} + \aleph_{18,12}) \cdot s_{12} + \\ & + \aleph_{09,12} \cdot s_{09} + \aleph_{10,12} \cdot s_{10} + \aleph_{11,12} \cdot s_{11} + \aleph_{13,12} \cdot s_{13} + \aleph_{14,12} \cdot s_{14} + \\ & + \aleph_{15,12} \cdot s_{15} + \aleph_{18,12} \cdot s_{18} = 0, (s_{12} = x_{12}, y_{12}, z_{12}) \end{aligned} \quad (\text{P.8})$$

$$\aleph_{12,j} = \aleph_{P_{12,j}} + \lambda_{12,j} / \delta_{12,j}; (j = 09, 10, 11, 13, 14, 15, 18)$$

3) рівняння рівноваги вузла S_{14} :

$$\begin{aligned}
 & -(\mathfrak{N}_{11,14} + \mathfrak{N}_{12,14} + \mathfrak{N}_{13,14} + \mathfrak{N}_{15,14} + \mathfrak{N}_{19,14} + \mathfrak{N}_{21,14} + \mathfrak{N}_{22,14} + \mathfrak{N}_{23,14}) \cdot s_{14} + \\
 & + \mathfrak{N}_{11,14} \cdot s_{11} + \mathfrak{N}_{12,14} \cdot s_{12} + \mathfrak{N}_{13,14} \cdot s_{13} + \mathfrak{N}_{15,14} \cdot s_{15} + \mathfrak{N}_{19,14} \cdot s_{19} + \mathfrak{N}_{21,14} \cdot s_{21} + \\
 & + \mathfrak{N}_{22,14} \cdot s_{22} + \mathfrak{N}_{23,14} \cdot s_{23} = \mathfrak{T}_{s_{14}}, \quad (s_{14} = x_{14}, y_{14}, z_{14})
 \end{aligned} \tag{P.9}$$

$$\mathfrak{N}_{14,j} = \mathfrak{N}_{P_{14,j}} + \lambda_{14,j} / \delta_{14,j}; \quad (j = 11, 12, 13, 14, 19, 21, 22, 23)$$

4) рівняння рівноваги вузла S_{15} :

$$\begin{aligned}
 & -(\mathfrak{N}_{12,15} + \mathfrak{N}_{13,15} + \mathfrak{N}_{14,15} + \mathfrak{N}_{20,15} + \mathfrak{N}_{23,15}) \cdot s_{15} + \mathfrak{N}_{12,15} \cdot s_{12} + \mathfrak{N}_{13,15} \cdot s_{13} + \\
 & + \mathfrak{N}_{14,15} \cdot s_{14} + \mathfrak{N}_{20,15} \cdot s_{20} + \mathfrak{N}_{23,15} \cdot s_{23} = \mathfrak{T}_{s_{15}}, \quad (s_{15} = x_{15}, y_{15}, z_{15})
 \end{aligned} \tag{P.10}$$

$$\mathfrak{N}_{15,j} = \mathfrak{N}_{P_{15,j}} + \lambda_{15,j} / \delta_{15,j}; \quad (j = 12, 13, 14, 20, 23)$$

5) рівняння рівноваги вузла S_{16} :

$$\begin{aligned}
 & -(\mathfrak{N}_{06,16} + \mathfrak{N}_{11,16} + \mathfrak{N}_{17,16} + \mathfrak{N}_{19,16}) \cdot s_{16} + \mathfrak{N}_{06,16} \cdot s_{06} + \mathfrak{N}_{11,16} \cdot s_{11} + \mathfrak{N}_{17,16} \cdot s_{17} + \\
 & + \mathfrak{N}_{19,16} \cdot s_{19} = 0, \quad (s_{16} = x_{16}, y_{16}, z_{16})
 \end{aligned} \tag{P.11}$$

$$\mathfrak{N}_{16,j} = \mathfrak{N}_{P_{16,j}} + \lambda_{16,j} / \delta_{16,j}; \quad (j = 06, 11, 17, 19)$$

6) рівняння рівноваги вузла S_{17} :

$$\begin{aligned}
 & -(\mathfrak{N}_{01,17} + \mathfrak{N}_{11,17} + \mathfrak{N}_{16,17} + \mathfrak{N}_{18,16} + \mathfrak{N}_{19,17} + \mathfrak{N}_{22,17}) \cdot s_{17} + \mathfrak{N}_{01,17} \cdot s_{01} + \mathfrak{N}_{11,17} \cdot s_{11} + \\
 & + \mathfrak{N}_{16,17} \cdot s_{16} + \mathfrak{N}_{18,17} \cdot s_{18} + \mathfrak{N}_{19,17} \cdot s_{19} + \mathfrak{N}_{22,17} \cdot s_{22} = 0, \quad (s_{17} = x_{17}, y_{17}, z_{17})
 \end{aligned} \tag{P.12}$$

$$\mathfrak{N}_{17,j} = \mathfrak{N}_{P_{17,j}} + \lambda_{17,j} / \delta_{17,j}; \quad (j = 01, 11, 16, 18, 19, 22)$$

7) рівняння рівноваги вузла S_{18} :

$$\begin{aligned}
 & -(\mathfrak{N}_{02,18} + \mathfrak{N}_{03,18} + \mathfrak{N}_{04,18} + \mathfrak{N}_{05,18} + \mathfrak{N}_{12,18} + \mathfrak{N}_{17,18} + \mathfrak{N}_{22,18}) \cdot s_{18} + \\
 & + \mathfrak{N}_{02,18} \cdot s_{02} + \mathfrak{N}_{03,18} \cdot s_{03} + \mathfrak{N}_{04,18} \cdot s_{04} + \mathfrak{N}_{05,18} \cdot s_{05} + \mathfrak{N}_{12,18} \cdot s_{12} + \\
 & + \mathfrak{N}_{17,18} \cdot s_{17} + \mathfrak{N}_{22,18} \cdot s_{22} = 0, \quad (s_{18} = x_{18}, y_{18}, z_{18})
 \end{aligned} \tag{P.13}$$

$$\mathfrak{N}_{18,j} = \mathfrak{N}_{P_{18,j}} + \lambda_{18,j} / \delta_{18,j}; \quad (j = 02, 03, 04, 05, 12, 17, 22)$$

8) рівняння рівноваги вузла S_{19} :

$$\begin{aligned}
 & -(\mathfrak{N}_{14,19} + \mathfrak{N}_{16,19} + \mathfrak{N}_{17,19} + \mathfrak{N}_{21,19}) \cdot s_{19} + \mathfrak{N}_{14,19} \cdot s_{14} + \mathfrak{N}_{16,19} \cdot s_{16} + \\
 & + \mathfrak{N}_{17,19} \cdot s_{17} + \mathfrak{N}_{21,19} \cdot s_{21} = 0, \quad (s_{19} = x_{19}, y_{19}, z_{19})
 \end{aligned} \tag{P.14}$$

$$\mathfrak{N}_{19,j} = \mathfrak{N}_{P_{19,j}} + \lambda_{19,j} / \delta_{19,j}; \quad (j = 14, 16, 17, 21)$$

9) рівняння рівноваги вузла S_{20} :

$$\begin{aligned}
 & -(\mathfrak{N}_{10,20} + \mathfrak{N}_{15,20} + \mathfrak{N}_{23,20}) \cdot s_{20} + \mathfrak{N}_{10,20} \cdot s_{10} + \mathfrak{N}_{15,20} \cdot s_{15} + \\
 & + \mathfrak{N}_{23,20} \cdot s_{23} = 0, \quad (s_{20} = x_{20}, y_{20}, z_{20})
 \end{aligned} \tag{P.15}$$

$$\mathfrak{N}_{20,j} = \mathfrak{N}_{P_{20,j}} + \lambda_{20,j} / \delta_{20,j}; \quad (j = 10, 15, 23)$$

10) рівняння рівноваги вузла S_{21} :

$$\begin{aligned}
 & - \left(\mathfrak{N}_{14,21} + \mathfrak{N}_{19,21} + \mathfrak{N}_{22,21} + \mathfrak{N}_{23,21} + \mathfrak{N}_{24,21} + \mathfrak{N}_{25,21} + \right. \\
 & \left. + \mathfrak{N}_{26,21} + \mathfrak{N}_{27,21} + \mathfrak{N}_{61,21} + \mathfrak{N}_{63,21} + \mathfrak{N}_{72,21} \right) \cdot s_{21} + \mathfrak{N}_{14,21} \cdot s_{14} + \\
 & + \mathfrak{N}_{19,21} \cdot s_{19} + \mathfrak{N}_{22,21} \cdot s_{22} + \mathfrak{N}_{23,21} \cdot s_{23} + \mathfrak{N}_{24,21} \cdot s_{24} + \mathfrak{N}_{25,21} \cdot s_{25} + \mathfrak{N}_{26,21} \cdot s_{26} + \\
 & + \mathfrak{N}_{27,21} \cdot s_{27} + \mathfrak{N}_{61,21} \cdot s_{61} + \mathfrak{N}_{63,21} \cdot s_{63} + \mathfrak{N}_{72,21} \cdot s_{72} = 0, \quad (s_{21} = x_{21}, y_{21}, z_{21})
 \end{aligned} \tag{P.16}$$

$$\mathfrak{N}_{21,j} = \mathfrak{N}_{P_{21,j}} + \lambda_{21,j} / \delta_{21,j}; \quad (j = 14, 19, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 61, 63, 72)$$

11) рівняння рівноваги вузла S_{22} :

$$\begin{aligned}
 & -(\mathfrak{N}_{14,22} + \mathfrak{N}_{17,22} + \mathfrak{N}_{18,22} + \mathfrak{N}_{21,22} + \mathfrak{N}_{23,22} + \mathfrak{N}_{24,22} + \mathfrak{N}_{25,22} + \mathfrak{N}_{26,22}) \cdot s_{22} + \\
 & + \mathfrak{N}_{14,22} \cdot s_{14} + \mathfrak{N}_{17,22} \cdot s_{17} + \mathfrak{N}_{18,22} \cdot s_{18} + \mathfrak{N}_{21,22} \cdot s_{21} + \mathfrak{N}_{23,22} \cdot s_{23} + \\
 & + \mathfrak{N}_{24,22} \cdot s_{24} + \mathfrak{N}_{25,22} \cdot s_{25} + \mathfrak{N}_{26,22} \cdot s_{26} = 0, \quad (s_{22} = x_{22}, y_{22}, z_{22})
 \end{aligned} \tag{P.17}$$

$$\mathfrak{N}_{22,j} = \mathfrak{N}_{P_{22,j}} + \lambda_{22,j} / \delta_{22,j}; \quad (j = 14, 17, 18, 21, 23, 24, 25, 26)$$

12) рівняння рівноваги вузла S_{23} :

$$\begin{aligned}
 & - \left(\mathfrak{N}_{14,23} + \mathfrak{N}_{15,23} + \mathfrak{N}_{20,23} + \mathfrak{N}_{21,23} + \mathfrak{N}_{22,23} + \right. \\
 & \quad \left. + \mathfrak{N}_{24,23} + \mathfrak{N}_{25,23} + \mathfrak{N}_{26,23} + \mathfrak{N}_{63,23} + \mathfrak{N}_{68,23} \right) \cdot s_{23} + \mathfrak{N}_{14,23} \cdot s_{14} + \\
 & + \mathfrak{N}_{15,23} \cdot s_{15} + \mathfrak{N}_{20,23} \cdot s_{20} + \mathfrak{N}_{21,23} \cdot s_{21} + \mathfrak{N}_{22,23} \cdot s_{22} + \mathfrak{N}_{24,23} \cdot s_{24} + \\
 & + \mathfrak{N}_{25,23} \cdot s_{25} + \mathfrak{N}_{26,23} \cdot s_{26} + \mathfrak{N}_{63,23} \cdot s_{63} + \mathfrak{N}_{68,23} \cdot s_{68} = 0, \quad (s_{23} = x_{23}, y_{23}, z_{23}) \\
 & \mathfrak{N}_{23,j} = \mathfrak{N}_{P_{23,j}} + \lambda_{23,j} / \delta_{23,j}; \quad (j = 14, 15, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 63, 68)
 \end{aligned} \tag{P.18}$$

13) рівняння рівноваги вузла S_{24} :

$$\begin{aligned}
 & - \left(\mathfrak{N}_{13,24} + \mathfrak{N}_{21,24} + \mathfrak{N}_{22,24} + \mathfrak{N}_{23,24} + \mathfrak{N}_{25,24} + \mathfrak{N}_{26,24} + \right. \\
 & \quad \left. + \mathfrak{N}_{27,24} + \mathfrak{N}_{28,24} + \mathfrak{N}_{29,24} + \mathfrak{N}_{61,24} + \mathfrak{N}_{72,24} \right) \cdot s_{24} + \mathfrak{N}_{13,24} \cdot s_{13} + \\
 & + \mathfrak{N}_{21,24} \cdot s_{21} + \mathfrak{N}_{22,24} \cdot s_{22} + \mathfrak{N}_{23,24} \cdot s_{23} + \mathfrak{N}_{25,24} \cdot s_{25} + \mathfrak{N}_{26,24} \cdot s_{26} + \mathfrak{N}_{27,24} \cdot s_{27} + \\
 & + \mathfrak{N}_{28,24} \cdot s_{28} + \mathfrak{N}_{29,24} \cdot s_{29} + \mathfrak{N}_{61,24} \cdot s_{61} + \mathfrak{N}_{72,24} \cdot s_{72} = \mathfrak{F}_{s_{24}}, \quad (s_{24} = x_{24}, y_{24}, z_{24}) \\
 & \mathfrak{N}_{24,j} = \mathfrak{N}_{P_{24,j}} + \lambda_{24,j} / \delta_{24,j}; \quad (j = 13, 21, 22, 23, 25, 26, 27, 28, 29, 61, 72)
 \end{aligned} \tag{P.19}$$

14) рівняння рівноваги вузла S_{25} :

$$\begin{aligned}
 & - \left(\mathfrak{N}_{13,25} + \mathfrak{N}_{21,25} + \mathfrak{N}_{22,25} + \mathfrak{N}_{23,25} + \mathfrak{N}_{24,25} + \mathfrak{N}_{26,25} + \right. \\
 & \quad \left. + \mathfrak{N}_{27,25} + \mathfrak{N}_{29,25} + \mathfrak{N}_{65,25} + \mathfrak{N}_{66,25} + \mathfrak{N}_{70,25} \right) \cdot s_{25} + \mathfrak{N}_{13,25} \cdot s_{13} + \\
 & + \mathfrak{N}_{21,25} \cdot s_{21} + \mathfrak{N}_{22,25} \cdot s_{22} + \mathfrak{N}_{23,25} \cdot s_{23} + \mathfrak{N}_{24,25} \cdot s_{24} + \mathfrak{N}_{26,25} \cdot s_{26} + \mathfrak{N}_{27,25} \cdot s_{27} + \\
 & + \mathfrak{N}_{29,25} \cdot s_{29} + \mathfrak{N}_{65,25} \cdot s_{65} + \mathfrak{N}_{66,25} \cdot s_{66} + \mathfrak{N}_{70,25} \cdot s_{70} = \mathfrak{F}_{s_{25}}, \quad (s_{25} = x_{25}, y_{25}, z_{25}) \\
 & \mathfrak{N}_{25,j} = \mathfrak{N}_{P_{25,j}} + \lambda_{25,j} / \delta_{25,j}; \quad (j = 13, 21, 22, 23, 24, 26, 27, 29, 65, 66, 70)
 \end{aligned} \tag{P.20}$$

15) рівняння рівноваги вузла S_{26} :

$$\begin{aligned}
 & - (\mathfrak{N}_{21,26} + \mathfrak{N}_{22,26} + \mathfrak{N}_{23,26} + \mathfrak{N}_{24,26} + \mathfrak{N}_{25,26} + \mathfrak{N}_{27,26} + \mathfrak{N}_{29,26} + \mathfrak{N}_{70,26}) \cdot s_{26} + \\
 & + \mathfrak{N}_{21,26} \cdot s_{21} + \mathfrak{N}_{22,26} \cdot s_{22} + \mathfrak{N}_{23,26} \cdot s_{23} + \mathfrak{N}_{24,26} \cdot s_{24} + \mathfrak{N}_{25,26} \cdot s_{25} + \\
 & + \mathfrak{N}_{27,26} \cdot s_{27} + \mathfrak{N}_{29,26} \cdot s_{29} + \mathfrak{N}_{70,26} \cdot s_{70} = 0, \quad (s_{26} = x_{26}, y_{26}, z_{26}) \\
 & \mathfrak{N}_{26,j} = \mathfrak{N}_{P_{26,j}} + \lambda_{26,j} / \delta_{26,j}; \quad (j = 21, 22, 23, 24, 25, 27, 29, 70)
 \end{aligned} \tag{P.21}$$

16) рівняння рівноваги вузла S_{27} :

$$\begin{aligned}
 & - \left(\mathfrak{N}_{21,27} + \mathfrak{N}_{24,27} + \mathfrak{N}_{25,27} + \mathfrak{N}_{26,27} + \mathfrak{N}_{28,27} + \right. \\
 & \quad \left. + \mathfrak{N}_{29,27} + \mathfrak{N}_{30,27} + \mathfrak{N}_{66,27} + \mathfrak{N}_{68,27} \right) \cdot s_{27} + \mathfrak{N}_{21,27} \cdot s_{21} + \\
 & + \mathfrak{N}_{24,27} \cdot s_{24} + \mathfrak{N}_{25,27} \cdot s_{25} + \mathfrak{N}_{26,27} \cdot s_{26} + \mathfrak{N}_{28,27} \cdot s_{28} + \mathfrak{N}_{29,27} \cdot s_{29} + \\
 & + \mathfrak{N}_{30,27} \cdot s_{30} + \mathfrak{N}_{66,27} \cdot s_{66} + \mathfrak{N}_{68,27} \cdot s_{68} = 0, \quad (s_{27} = x_{27}, y_{27}, z_{27}) \\
 & \mathfrak{N}_{27,j} = \mathfrak{N}_{P_{27,j}} + \lambda_{27,j} / \delta_{27,j}; \quad (j = 21, 24, 25, 26, 28, 29, 30, 66, 68)
 \end{aligned} \tag{P.22}$$

17) рівняння рівноваги вузла S_{28} :

$$\begin{aligned}
 & - (\mathfrak{N}_{24,28} + \mathfrak{N}_{27,28} + \mathfrak{N}_{29,28} + \mathfrak{N}_{30,28} + \mathfrak{N}_{66,28} + \mathfrak{N}_{68,28}) \cdot s_{28} + \mathfrak{N}_{24,28} \cdot s_{24} + \\
 & \mathfrak{N}_{27,28} \cdot s_{27} + \mathfrak{N}_{29,28} \cdot s_{29} + \mathfrak{N}_{30,28} \cdot s_{30} + \mathfrak{N}_{66,28} \cdot s_{66} + \\
 & + \mathfrak{N}_{68,28} \cdot s_{68} = 0, \quad (s_{28} = x_{28}, y_{28}, z_{28}) \\
 & \mathfrak{N}_{28,j} = \mathfrak{N}_{P_{28,j}} + \lambda_{28,j} / \delta_{28,j}; \quad (j = 24, 27, 29, 30, 66, 68)
 \end{aligned} \tag{P.23}$$

18) рівняння рівноваги вузла S_{29} :

$$\begin{aligned}
 & - \left(\mathfrak{N}_{24,29} + \mathfrak{N}_{25,29} + \mathfrak{N}_{26,29} + \mathfrak{N}_{27,29} + \mathfrak{N}_{28,29} + \right. \\
 & \quad \left. + \mathfrak{N}_{30,29} + \mathfrak{N}_{61,29} + \mathfrak{N}_{66,29} + \mathfrak{N}_{68,29} + \mathfrak{N}_{72,29} \right) \cdot s_{29} + \mathfrak{N}_{24,29} \cdot s_{24} + \\
 & + \mathfrak{N}_{25,29} \cdot s_{25} + \mathfrak{N}_{26,29} \cdot s_{26} + \mathfrak{N}_{27,29} \cdot s_{27} + \mathfrak{N}_{28,29} \cdot s_{28} + \mathfrak{N}_{30,29} \cdot s_{30} + \\
 & + \mathfrak{N}_{61,29} \cdot s_{61} + \mathfrak{N}_{66,29} \cdot s_{66} + \mathfrak{N}_{68,29} \cdot s_{68} + \mathfrak{N}_{72,29} \cdot s_{72} = 0, \quad (s_{29} = x_{29}, y_{29}, z_{29}) \\
 & \mathfrak{N}_{29,j} = \mathfrak{N}_{P_{29,j}} + \lambda_{29,j} / \delta_{29,j}; \quad (j = 24, 25, 26, 27, 28, 30, 61, 66, 68, 72)
 \end{aligned} \tag{P.24}$$

19) рівняння рівноваги вузла S_{30} :

$$\begin{aligned}
 & - \left(\mathfrak{N}_{27,30} + \mathfrak{N}_{28,30} + \mathfrak{N}_{29,30} + \mathfrak{N}_{61,30} + \mathfrak{N}_{63,30} + \right. \\
 & \quad \left. + \mathfrak{N}_{66,30} + \mathfrak{N}_{68,30} + \mathfrak{N}_{70,30} + \mathfrak{N}_{72,30} \right) \cdot s_{30} + \mathfrak{N}_{27,30} \cdot s_{27} + \\
 & + \mathfrak{N}_{28,30} \cdot s_{28} + \mathfrak{N}_{29,30} \cdot s_{29} + \mathfrak{N}_{61,30} \cdot s_{61} + \mathfrak{N}_{63,30} \cdot s_{63} + \mathfrak{N}_{66,30} \cdot s_{66} + \\
 & + \mathfrak{N}_{68,30} \cdot s_{68} + \mathfrak{N}_{70,30} \cdot s_{70} + \mathfrak{N}_{72,30} \cdot s_{72} = 0, \quad (s_{30} = x_{30}, y_{30}, z_{30}) \\
 & \mathfrak{N}_{30,j} = \mathfrak{N}_{P_{30,j}} + \lambda_{30,j} / \delta_{30,j}; \quad (j = 27, 28, 29, 61, 63, 66, 68, 70, 72)
 \end{aligned} \tag{P.25}$$

20) рівняння рівноваги вузла S_{41} :

$$\begin{aligned}
 & -(\mathfrak{N}_{36,41} + \mathfrak{N}_{37,41} + \mathfrak{N}_{38,41} + \mathfrak{N}_{42,41} + \mathfrak{N}_{43,41} + \mathfrak{N}_{44,41} + \mathfrak{N}_{46,41} + \mathfrak{N}_{47,41}) \cdot s_{41} + \\
 & + \mathfrak{N}_{36,41} \cdot s_{36} + \mathfrak{N}_{37,41} \cdot s_{37} + \mathfrak{N}_{38,41} \cdot s_{38} + \mathfrak{N}_{42,41} \cdot s_{42} + \mathfrak{N}_{43,41} \cdot s_{43} + \\
 & + \mathfrak{N}_{44,41} \cdot s_{44} + \mathfrak{N}_{46,41} \cdot s_{46} + \mathfrak{N}_{47,41} \cdot s_{47} = 0, (s_{41} = x_{41}, y_{41}, z_{41})
 \end{aligned} \tag{P.26}$$

$$\mathfrak{N}_{41,j} = \mathfrak{N}_{P_{41,j}} + \lambda_{41,j} / \delta_{41,j}; (j = 36, 37, 38, 42, 43, 44, 46, 47)$$

21) рівняння рівноваги вузла S_{42} :

$$\begin{aligned}
 & -(\mathfrak{N}_{39,42} + \mathfrak{N}_{40,42} + \mathfrak{N}_{41,42} + \mathfrak{N}_{43,42} + \mathfrak{N}_{44,42} + \mathfrak{N}_{45,12} + \mathfrak{N}_{48,42}) \cdot s_{42} + \\
 & + \mathfrak{N}_{39,42} \cdot s_{39} + \mathfrak{N}_{40,42} \cdot s_{40} + \mathfrak{N}_{41,42} \cdot s_{41} + \mathfrak{N}_{43,42} \cdot s_{43} + \mathfrak{N}_{44,42} \cdot s_{44} + \\
 & + \mathfrak{N}_{45,42} \cdot s_{45} + \mathfrak{N}_{48,42} \cdot s_{48} = 0, (s_{42} = x_{42}, y_{42}, z_{42})
 \end{aligned} \tag{P.27}$$

$$\mathfrak{N}_{42,j} = \mathfrak{N}_{P_{42,j}} + \lambda_{42,j} / \delta_{42,j}; (j = 39, 40, 41, 43, 44, 45, 48)$$

22) рівняння рівноваги вузла S_{44} :

$$\begin{aligned}
 & -(\mathfrak{N}_{41,44} + \mathfrak{N}_{42,44} + \mathfrak{N}_{43,44} + \mathfrak{N}_{45,44} + \mathfrak{N}_{49,44} + \mathfrak{N}_{51,44} + \mathfrak{N}_{52,44} + \mathfrak{N}_{53,44}) \cdot s_{44} + \\
 & + \mathfrak{N}_{41,44} \cdot s_{41} + \mathfrak{N}_{42,44} \cdot s_{42} + \mathfrak{N}_{43,44} \cdot s_{43} + \mathfrak{N}_{45,44} \cdot s_{45} + \mathfrak{N}_{49,44} \cdot s_{49} + \mathfrak{N}_{51,44} \cdot s_{51} + \\
 & + \mathfrak{N}_{52,44} \cdot s_{52} + \mathfrak{N}_{53,44} \cdot s_{53} = \mathfrak{T}_{s_{44}}, (s_{44} = x_{44}, y_{44}, z_{44})
 \end{aligned} \tag{P.28}$$

$$\mathfrak{N}_{44,j} = \mathfrak{N}_{P_{44,j}} + \lambda_{44,j} / \delta_{44,j}; (j = 41, 42, 43, 44, 49, 51, 52, 53)$$

23) рівняння рівноваги вузла S_{45} :

$$\begin{aligned}
 & -(\mathfrak{N}_{42,45} + \mathfrak{N}_{43,45} + \mathfrak{N}_{44,45} + \mathfrak{N}_{50,45} + \mathfrak{N}_{53,45}) \cdot s_{45} + \mathfrak{N}_{42,45} \cdot s_{42} + \mathfrak{N}_{43,45} \cdot s_{43} + \\
 & + \mathfrak{N}_{44,45} \cdot s_{44} + \mathfrak{N}_{50,45} \cdot s_{50} + \mathfrak{N}_{53,45} \cdot s_{53} = \mathfrak{T}_{s_{45}}, (s_{45} = x_{45}, y_{45}, z_{45})
 \end{aligned} \tag{P.29}$$

$$\mathfrak{N}_{45,j} = \mathfrak{N}_{P_{45,j}} + \lambda_{45,j} / \delta_{45,j}; (j = 42, 43, 44, 50, 53)$$

24) рівняння рівноваги вузла S_{46} :

$$\begin{aligned}
 & -(\mathfrak{N}_{36,46} + \mathfrak{N}_{41,46} + \mathfrak{N}_{47,46} + \mathfrak{N}_{49,46}) \cdot s_{46} + \mathfrak{N}_{36,46} \cdot s_{36} + \mathfrak{N}_{41,46} \cdot s_{41} + \mathfrak{N}_{47,46} \cdot s_{47} + \\
 & + \mathfrak{N}_{49,46} \cdot s_{49} = 0, (s_{46} = x_{46}, y_{46}, z_{46})
 \end{aligned} \tag{P.30}$$

$$\mathfrak{N}_{46,j} = \mathfrak{N}_{P_{46,j}} + \lambda_{46,j} / \delta_{46,j}; (j = 36, 41, 47, 49)$$

25) рівняння рівноваги вузла S_{47} :

$$\begin{aligned}
 & -(\mathfrak{N}_{31,47} + \mathfrak{N}_{41,47} + \mathfrak{N}_{46,47} + \mathfrak{N}_{48,46} + \mathfrak{N}_{49,47} + \mathfrak{N}_{52,47}) \cdot s_{47} + \mathfrak{N}_{31,47} \cdot s_{31} + \mathfrak{N}_{41,47} \cdot s_{41} + \\
 & + \mathfrak{N}_{46,47} \cdot s_{46} + \mathfrak{N}_{48,47} \cdot s_{48} + \mathfrak{N}_{49,47} \cdot s_{49} + \mathfrak{N}_{52,47} \cdot s_{52} = 0, \quad (s_{47} = x_{47}, y_{47}, z_{47}) \\
 & \mathfrak{N}_{47,j} = \mathfrak{N}_{P_{47,j}} + \lambda_{47,j} / \delta_{47,j}; \quad (j = 31, 41, 46, 48, 49, 52)
 \end{aligned} \tag{P.31}$$

26) рівняння рівноваги вузла S_{48} :

$$\begin{aligned}
 & -(\mathfrak{N}_{32,48} + \mathfrak{N}_{33,48} + \mathfrak{N}_{34,48} + \mathfrak{N}_{35,48} + \mathfrak{N}_{42,48} + \mathfrak{N}_{47,48} + \mathfrak{N}_{52,48}) \cdot s_{48} + \\
 & + \mathfrak{N}_{32,48} \cdot s_{32} + \mathfrak{N}_{33,48} \cdot s_{33} + \mathfrak{N}_{34,48} \cdot s_{34} + \mathfrak{N}_{35,48} \cdot s_{35} + \mathfrak{N}_{42,48} \cdot s_{42} + \\
 & + \mathfrak{N}_{47,48} \cdot s_{47} + \mathfrak{N}_{52,48} \cdot s_{52} = 0, \quad (s_{48} = x_{48}, y_{48}, z_{48}) \\
 & \mathfrak{N}_{48,j} = \mathfrak{N}_{P_{48,j}} + \lambda_{48,j} / \delta_{48,j}; \quad (j = 32, 33, 34, 35, 42, 47, 52)
 \end{aligned} \tag{P.32}$$

27) рівняння рівноваги вузла S_{49} :

$$\begin{aligned}
 & -(\mathfrak{N}_{44,49} + \mathfrak{N}_{46,49} + \mathfrak{N}_{47,49} + \mathfrak{N}_{51,49}) \cdot s_{49} + \mathfrak{N}_{44,49} \cdot s_{44} + \mathfrak{N}_{46,49} \cdot s_{46} + \\
 & + \mathfrak{N}_{47,49} \cdot s_{47} + \mathfrak{N}_{51,49} \cdot s_{51} = 0, \quad (s_{49} = x_{49}, y_{49}, z_{49}) \\
 & \mathfrak{N}_{49,j} = \mathfrak{N}_{P_{49,j}} + \lambda_{49,j} / \delta_{49,j}; \quad (j = 44, 46, 47, 51)
 \end{aligned} \tag{P.33}$$

28) рівняння рівноваги вузла S_{50} :

$$\begin{aligned}
 & -(\mathfrak{N}_{40,50} + \mathfrak{N}_{45,50} + \mathfrak{N}_{53,50}) \cdot s_{50} + \mathfrak{N}_{40,50} \cdot s_{40} + \mathfrak{N}_{45,50} \cdot s_{45} + \\
 & + \mathfrak{N}_{53,50} \cdot s_{53} = 0, \quad (s_{50} = x_{50}, y_{50}, z_{50}) \\
 & \mathfrak{N}_{50,j} = \mathfrak{N}_{P_{50,j}} + \lambda_{50,j} / \delta_{50,j}; \quad (j = 40, 45, 53)
 \end{aligned} \tag{P.34}$$

29) рівняння рівноваги вузла S_{51} :

$$\begin{aligned}
 & - \left(\mathfrak{N}_{44,51} + \mathfrak{N}_{49,51} + \mathfrak{N}_{52,51} + \mathfrak{N}_{53,51} + \mathfrak{N}_{54,51} + \mathfrak{N}_{55,51} + \right. \\
 & \left. + \mathfrak{N}_{56,51} + \mathfrak{N}_{57,51} + \mathfrak{N}_{62,51} + \mathfrak{N}_{64,51} + \mathfrak{N}_{72,51} \right) \cdot s_{51} + \mathfrak{N}_{44,51} \cdot s_{44} + \\
 & + \mathfrak{N}_{49,51} \cdot s_{49} + \mathfrak{N}_{52,51} \cdot s_{52} + \mathfrak{N}_{53,51} \cdot s_{53} + \mathfrak{N}_{54,51} \cdot s_{54} + \mathfrak{N}_{55,51} \cdot s_{55} + \mathfrak{N}_{56,51} \cdot s_{56} + \\
 & + \mathfrak{N}_{57,51} \cdot s_{57} + \mathfrak{N}_{62,51} \cdot s_{62} + \mathfrak{N}_{64,51} \cdot s_{64} + \mathfrak{N}_{72,51} \cdot s_{72} = 0, \quad (s_{51} = x_{51}, y_{51}, z_{51}) \\
 & \mathfrak{N}_{51,j} = \mathfrak{N}_{P_{51,j}} + \lambda_{51,j} / \delta_{51,j}; \quad (j = 44, 49, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 62, 64, 72)
 \end{aligned} \tag{P.35}$$

30) рівняння рівноваги вузла S_{52} :

$$\begin{aligned}
 & -(\mathfrak{N}_{14,22} + \mathfrak{N}_{17,22} + \mathfrak{N}_{18,22} + \mathfrak{N}_{21,22} + \mathfrak{N}_{23,22} + \mathfrak{N}_{24,22} + \mathfrak{N}_{25,22} + \mathfrak{N}_{26,22}) \cdot s_{22} + \\
 & + \mathfrak{N}_{14,22} \cdot s_{14} + \mathfrak{N}_{17,22} \cdot s_{17} + \mathfrak{N}_{18,22} \cdot s_{18} + \mathfrak{N}_{21,22} \cdot s_{21} + \mathfrak{N}_{23,22} \cdot s_{23} + \\
 & + \mathfrak{N}_{24,22} \cdot s_{24} + \mathfrak{N}_{25,22} \cdot s_{25} + \mathfrak{N}_{26,22} \cdot s_{26} = 0, \quad (s_{22} = x_{22}, y_{22}, z_{22})
 \end{aligned} \tag{P.36}$$

$$\mathfrak{N}_{22,j} = \mathfrak{N}_{P_{22,j}} + \lambda_{22,j} / \delta_{22,j}; \quad (j = 14, 17, 18, 21, 23, 24, 25, 26)$$

31) рівняння рівноваги вузла S_{53} :

$$\begin{aligned}
 & -\left(\mathfrak{N}_{44,53} + \mathfrak{N}_{45,53} + \mathfrak{N}_{50,53} + \mathfrak{N}_{51,53} + \mathfrak{N}_{52,53} + \right. \\
 & \left. + \mathfrak{N}_{54,53} + \mathfrak{N}_{55,53} + \mathfrak{N}_{56,53} + \mathfrak{N}_{64,53} + \mathfrak{N}_{69,53} \right) \cdot s_{53} + \mathfrak{N}_{44,53} \cdot s_{44} + \\
 & + \mathfrak{N}_{45,53} \cdot s_{45} + \mathfrak{N}_{50,53} \cdot s_{50} + \mathfrak{N}_{51,53} \cdot s_{51} + \mathfrak{N}_{52,53} \cdot s_{52} + \mathfrak{N}_{54,53} \cdot s_{54} + \\
 & + \mathfrak{N}_{55,53} \cdot s_{55} + \mathfrak{N}_{56,53} \cdot s_{56} + \mathfrak{N}_{64,53} \cdot s_{64} + \mathfrak{N}_{69,53} \cdot s_{69} = 0, \quad (s_{53} = x_{53}, y_{53}, z_{53})
 \end{aligned} \tag{P.37}$$

$$\mathfrak{N}_{53,j} = \mathfrak{N}_{P_{53,j}} + \lambda_{53,j} / \delta_{53,j}; \quad (j = 44, 45, 50, 51, 52, 54, 55, 56, 64, 69)$$

32) рівняння рівноваги вузла S_{54} :

$$\begin{aligned}
 & -\left(\mathfrak{N}_{43,54} + \mathfrak{N}_{51,54} + \mathfrak{N}_{52,54} + \mathfrak{N}_{53,54} + \mathfrak{N}_{55,54} + \mathfrak{N}_{56,54} + \right. \\
 & \left. + \mathfrak{N}_{57,54} + \mathfrak{N}_{58,54} + \mathfrak{N}_{59,54} + \mathfrak{N}_{62,54} + \mathfrak{N}_{72,54} \right) \cdot s_{54} + \mathfrak{N}_{43,54} \cdot s_{43} + \\
 & + \mathfrak{N}_{51,54} \cdot s_{51} + \mathfrak{N}_{52,54} \cdot s_{52} + \mathfrak{N}_{53,54} \cdot s_{53} + \mathfrak{N}_{55,54} \cdot s_{55} + \mathfrak{N}_{56,54} \cdot s_{56} + \mathfrak{N}_{57,54} \cdot s_{57} + \\
 & + \mathfrak{N}_{58,54} \cdot s_{58} + \mathfrak{N}_{59,54} \cdot s_{59} + \mathfrak{N}_{62,54} \cdot s_{62} + \mathfrak{N}_{72,54} \cdot s_{72} = \mathfrak{Z}_{s_{54}}, \quad (s_{54} = x_{54}, y_{54}, z_{54})
 \end{aligned} \tag{P.38}$$

$$\mathfrak{N}_{54,j} = \mathfrak{N}_{P_{54,j}} + \lambda_{54,j} / \delta_{54,j}; \quad (j = 43, 51, 52, 53, 55, 56, 57, 58, 59, 62, 72)$$

33) рівняння рівноваги вузла S_{55} :

$$\begin{aligned}
 & -\left(\mathfrak{N}_{43,55} + \mathfrak{N}_{51,55} + \mathfrak{N}_{52,55} + \mathfrak{N}_{53,55} + \mathfrak{N}_{54,55} + \mathfrak{N}_{56,55} + \right. \\
 & \left. + \mathfrak{N}_{57,55} + \mathfrak{N}_{59,55} + \mathfrak{N}_{65,55} + \mathfrak{N}_{67,55} + \mathfrak{N}_{71,55} \right) \cdot s_{55} + \mathfrak{N}_{43,55} \cdot s_{43} + \\
 & + \mathfrak{N}_{51,55} \cdot s_{51} + \mathfrak{N}_{52,55} \cdot s_{52} + \mathfrak{N}_{53,55} \cdot s_{53} + \mathfrak{N}_{54,55} \cdot s_{54} + \mathfrak{N}_{56,55} \cdot s_{56} + \mathfrak{N}_{57,55} \cdot s_{57} + \\
 & + \mathfrak{N}_{59,55} \cdot s_{59} + \mathfrak{N}_{65,55} \cdot s_{65} + \mathfrak{N}_{67,55} \cdot s_{67} + \mathfrak{N}_{71,55} \cdot s_{71} = \mathfrak{Z}_{s_{55}}, \quad (s_{55} = x_{55}, y_{55}, z_{55})
 \end{aligned} \tag{P.39}$$

$$\mathfrak{N}_{55,j} = \mathfrak{N}_{P_{55,j}} + \lambda_{55,j} / \delta_{55,j}; \quad (j = 43, 51, 52, 53, 54, 56, 57, 59, 65, 67, 71)$$

34) рівняння рівноваги вузла S_{56} :

$$\begin{aligned}
 & -(\mathfrak{N}_{51,56} + \mathfrak{N}_{52,56} + \mathfrak{N}_{53,56} + \mathfrak{N}_{54,56} + \mathfrak{N}_{55,56} + \mathfrak{N}_{57,56} + \mathfrak{N}_{59,56} + \mathfrak{N}_{71,56}) \cdot s_{56} + \\
 & + \mathfrak{N}_{51,56} \cdot s_{51} + \mathfrak{N}_{52,56} \cdot s_{52} + \mathfrak{N}_{53,56} \cdot s_{53} + \mathfrak{N}_{54,56} \cdot s_{54} + \mathfrak{N}_{55,56} \cdot s_{55} + \\
 & + \mathfrak{N}_{57,56} \cdot s_{57} + \mathfrak{N}_{59,56} \cdot s_{59} + \mathfrak{N}_{71,56} \cdot s_{71} = 0, \quad (s_{56} = x_{56}, y_{56}, z_{56})
 \end{aligned} \tag{P.40}$$

$$\mathfrak{N}_{56,j} = \mathfrak{N}_{P_{56,j}} + \lambda_{56,j} / \delta_{56,j}; \quad (j = 51, 52, 53, 54, 55, 57, 59, 71)$$

35) рівняння рівноваги вузла S_{57} :

$$\begin{aligned}
 & -\left(\mathfrak{N}_{51,57} + \mathfrak{N}_{54,57} + \mathfrak{N}_{55,57} + \mathfrak{N}_{56,57} + \mathfrak{N}_{58,57} + \right. \\
 & \left. + \mathfrak{N}_{59,57} + \mathfrak{N}_{60,57} + \mathfrak{N}_{67,57} + \mathfrak{N}_{69,57} \right) \cdot s_{57} + \mathfrak{N}_{51,57} \cdot s_{51} + \\
 & + \mathfrak{N}_{54,57} \cdot s_{54} + \mathfrak{N}_{55,57} \cdot s_{55} + \mathfrak{N}_{56,57} \cdot s_{56} + \mathfrak{N}_{58,57} \cdot s_{58} + \mathfrak{N}_{59,57} \cdot s_{59} + \\
 & + \mathfrak{N}_{60,57} \cdot s_{60} + \mathfrak{N}_{67,57} \cdot s_{67} + \mathfrak{N}_{69,57} \cdot s_{69} = 0, \quad (s_{57} = x_{57}, y_{57}, z_{57})
 \end{aligned} \tag{P.41}$$

$$\mathfrak{N}_{57,j} = \mathfrak{N}_{P_{57,j}} + \lambda_{57,j} / \delta_{57,j}; \quad (j = 51, 54, 55, 56, 58, 59, 60, 67, 69)$$

36) рівняння рівноваги вузла S_{58} :

$$\begin{aligned}
 & -(\mathfrak{N}_{24,28} + \mathfrak{N}_{27,28} + \mathfrak{N}_{29,28} + \mathfrak{N}_{30,28} + \mathfrak{N}_{66,28} + \mathfrak{N}_{68,28}) \cdot s_{28} + \mathfrak{N}_{24,28} \cdot s_{24} + \\
 & \mathfrak{N}_{27,28} \cdot s_{27} + \mathfrak{N}_{29,28} \cdot s_{29} + \mathfrak{N}_{30,28} \cdot s_{30} + \mathfrak{N}_{66,28} \cdot s_{66} + \\
 & + \mathfrak{N}_{68,28} \cdot s_{68} = 0, \quad (s_{28} = x_{28}, y_{28}, z_{28})
 \end{aligned} \tag{P.42}$$

$$\mathfrak{N}_{28,j} = \mathfrak{N}_{P_{28,j}} + \lambda_{28,j} / \delta_{28,j}; \quad (j = 24, 27, 29, 30, 66, 68)$$

37) рівняння рівноваги вузла S_{59} :

$$\begin{aligned}
 & -\left(\mathfrak{N}_{54,59} + \mathfrak{N}_{55,59} + \mathfrak{N}_{56,59} + \mathfrak{N}_{57,59} + \mathfrak{N}_{58,59} + \right. \\
 & \left. + \mathfrak{N}_{60,59} + \mathfrak{N}_{62,59} + \mathfrak{N}_{67,59} + \mathfrak{N}_{69,59} + \mathfrak{N}_{72,59} \right) \cdot s_{59} + \mathfrak{N}_{54,59} \cdot s_{54} + \\
 & + \mathfrak{N}_{55,59} \cdot s_{55} + \mathfrak{N}_{56,59} \cdot s_{56} + \mathfrak{N}_{57,59} \cdot s_{57} + \mathfrak{N}_{58,59} \cdot s_{58} + \mathfrak{N}_{60,59} \cdot s_{60} + \\
 & + \mathfrak{N}_{62,59} \cdot s_{62} + \mathfrak{N}_{67,59} \cdot s_{67} + \mathfrak{N}_{69,59} \cdot s_{69} + \mathfrak{N}_{72,59} \cdot s_{72} = 0, \quad (s_{59} = x_{59}, y_{59}, z_{59})
 \end{aligned} \tag{P.43}$$

$$\mathfrak{N}_{59,j} = \mathfrak{N}_{P_{59,j}} + \lambda_{59,j} / \delta_{59,j}; \quad (j = 54, 55, 56, 57, 58, 60, 62, 67, 69, 72)$$

38) рівняння рівноваги вузла S_{60} :

$$\begin{aligned}
 & - \left(\mathfrak{N}_{57,60} + \mathfrak{N}_{58,60} + \mathfrak{N}_{59,60} + \mathfrak{N}_{62,60} + \mathfrak{N}_{64,60} + \right. \\
 & \quad \left. + \mathfrak{N}_{67,60} + \mathfrak{N}_{69,60} + \mathfrak{N}_{71,60} + \mathfrak{N}_{72,60} \right) \cdot s_{60} + \mathfrak{N}_{57,60} \cdot s_{57} + \\
 & + \mathfrak{N}_{58,60} \cdot s_{58} + \mathfrak{N}_{59,60} \cdot s_{59} + \mathfrak{N}_{62,60} \cdot s_{62} + \mathfrak{N}_{64,60} \cdot s_{64} + \mathfrak{N}_{67,60} \cdot s_{67} + \\
 & + \mathfrak{N}_{69,60} \cdot s_{69} + \mathfrak{N}_{71,60} \cdot s_{71} + \mathfrak{N}_{72,60} \cdot s_{72} = 0, \quad (s_{60} = x_{60}, y_{60}, z_{60}) \\
 & \mathfrak{N}_{60,j} = \mathfrak{N}_{P_{60,j}} + \lambda_{60,j} / \delta_{60,j}; \quad (j = 57, 58, 59, 62, 64, 67, 69, 71, 72)
 \end{aligned} \tag{P.44}$$

39) рівняння рівноваги вузла S_{61} :

$$\begin{aligned}
 & - (\mathfrak{N}_{21,61} + \mathfrak{N}_{24,61} + \mathfrak{N}_{29,61} + \mathfrak{N}_{30,61} + \mathfrak{N}_{62,61} + \mathfrak{N}_{63,61} + \mathfrak{N}_{70,61} + \mathfrak{N}_{72,61}) \cdot s_{61} + \\
 & + \mathfrak{N}_{21,61} \cdot s_{21} + \mathfrak{N}_{24,61} \cdot s_{24} + \mathfrak{N}_{29,61} \cdot s_{29} + \mathfrak{N}_{30,61} \cdot s_{30} + \mathfrak{N}_{62,61} \cdot s_{62} + \\
 & + \mathfrak{N}_{63,61} \cdot s_{63} + \mathfrak{N}_{70,61} \cdot s_{70} + \mathfrak{N}_{72,61} \cdot s_{72} = 0, \quad (s_{61} = x_{61}, y_{61}, z_{61}) \\
 & \mathfrak{N}_{61,j} = \mathfrak{N}_{P_{61,j}} + \lambda_{61,j} / \delta_{61,j}; \quad (j = 21, 24, 29, 30, 62, 63, 70, 72)
 \end{aligned} \tag{P.45}$$

40) рівняння рівноваги вузла S_{62} :

$$\begin{aligned}
 & - (\mathfrak{N}_{51,62} + \mathfrak{N}_{54,62} + \mathfrak{N}_{59,62} + \mathfrak{N}_{60,62} + \mathfrak{N}_{61,62} + \mathfrak{N}_{64,62} + \mathfrak{N}_{71,62} + \mathfrak{N}_{72,62}) \cdot s_{62} + \\
 & + \mathfrak{N}_{51,62} \cdot s_{51} + \mathfrak{N}_{54,62} \cdot s_{54} + \mathfrak{N}_{59,62} \cdot s_{59} + \mathfrak{N}_{60,62} \cdot s_{60} + \mathfrak{N}_{61,62} \cdot s_{61} + \\
 & + \mathfrak{N}_{64,62} \cdot s_{64} + \mathfrak{N}_{71,62} \cdot s_{71} + \mathfrak{N}_{72,62} \cdot s_{72} = 0, \quad (s_{62} = x_{62}, y_{62}, z_{62}) \\
 & \mathfrak{N}_{62,j} = \mathfrak{N}_{P_{62,j}} + \lambda_{62,j} / \delta_{62,j}; \quad (j = 51, 54, 59, 60, 61, 64, 71, 72)
 \end{aligned} \tag{P.46}$$

41) рівняння рівноваги вузла S_{63} :

$$\begin{aligned}
 & - (\mathfrak{N}_{21,63} + \mathfrak{N}_{23,63} + \mathfrak{N}_{30,63} + \mathfrak{N}_{61,63} + \mathfrak{N}_{65,63} + \mathfrak{N}_{68,63}) \cdot s_{63} + \mathfrak{N}_{21,63} \cdot s_{21} + \\
 & + \mathfrak{N}_{23,63} \cdot s_{23} + \mathfrak{N}_{30,63} \cdot s_{30} + \mathfrak{N}_{61,63} \cdot s_{61} + \mathfrak{N}_{65,63} \cdot s_{65} + \\
 & + \mathfrak{N}_{68,63} \cdot s_{68} = 0, \quad (s_{63} = x_{63}, y_{63}, z_{63}) \\
 & \mathfrak{N}_{63,j} = \mathfrak{N}_{P_{63,j}} + \lambda_{63,j} / \delta_{63,j}; \quad (j = 21, 23, 30, 61, 65, 68)
 \end{aligned} \tag{P.47}$$

42) рівняння рівноваги вузла S_{64} :

$$\begin{aligned} & -(\mathfrak{N}_{51,64} + \mathfrak{N}_{53,64} + \mathfrak{N}_{60,64} + \mathfrak{N}_{62,64} + \mathfrak{N}_{65,64} + \mathfrak{N}_{69,64}) \cdot s_{64} + \mathfrak{N}_{51,64} \cdot s_{51} + \\ & + \mathfrak{N}_{53,64} \cdot s_{53} + \mathfrak{N}_{60,64} \cdot s_{60} + \mathfrak{N}_{62,64} \cdot s_{62} + \mathfrak{N}_{65,64} \cdot s_{65} + \\ & + \mathfrak{N}_{69,64} \cdot s_{69} = 0, (s_{64} = x_{64}, y_{64}, z_{64}) \end{aligned} \quad (\text{P.48})$$

$$\mathfrak{N}_{64,j} = \mathfrak{N}_{P_{64,j}} + \lambda_{64,j} / \delta_{64,j}; (j = 51, 53, 60, 62, 65, 69)$$

43) рівняння рівноваги вузла S_{65} :

$$\begin{aligned} & -(\mathfrak{N}_{25,65} + \mathfrak{N}_{55,65} + \mathfrak{N}_{63,65} + \mathfrak{N}_{64,65} + \mathfrak{N}_{66,65} + \mathfrak{N}_{67,65} + \mathfrak{N}_{68,65} + \mathfrak{N}_{69,65}) \cdot s_{65} + \\ & + \mathfrak{N}_{25,65} \cdot s_{65} + \mathfrak{N}_{55,65} \cdot s_{55} + \mathfrak{N}_{63,65} \cdot s_{63} + \mathfrak{N}_{64,65} \cdot s_{64} + \mathfrak{N}_{66,65} \cdot s_{66} + \mathfrak{N}_{67,65} \cdot s_{67} + \\ & + \mathfrak{N}_{68,65} \cdot s_{68} + \mathfrak{N}_{69,65} \cdot s_{69} = 0, (s_{65} = x_{65}, y_{65}, z_{65}) \end{aligned} \quad (\text{P.49})$$

$$\mathfrak{N}_{65,j} = \mathfrak{N}_{P_{65,j}} + \lambda_{65,j} / \delta_{65,j}; (j = 25, 55, 63, 64, 66, 67, 68, 69)$$

44) рівняння рівноваги вузла S_{66} :

$$\begin{aligned} & - \left(\mathfrak{N}_{25,66} + \mathfrak{N}_{27,66} + \mathfrak{N}_{28,66} + \mathfrak{N}_{29,66} + \mathfrak{N}_{30,66} + \right. \\ & \left. + \mathfrak{N}_{65,66} + \mathfrak{N}_{67,66} + \mathfrak{N}_{68,66} + \mathfrak{N}_{70,66} \right) \cdot s_{66} + \\ & + \mathfrak{N}_{25,66} \cdot s_{25} + \mathfrak{N}_{27,66} \cdot s_{27} + \mathfrak{N}_{28,66} \cdot s_{28} + \mathfrak{N}_{29,66} \cdot s_{29} + \mathfrak{N}_{30,66} \cdot s_{30} + \\ & + \mathfrak{N}_{65,66} \cdot s_{65} + \mathfrak{N}_{67,66} \cdot s_{67} + \mathfrak{N}_{68,66} \cdot s_{68} + \mathfrak{N}_{70,66} \cdot s_{70} = \mathfrak{Z}_{s_{66}}, (s_{66} = x_{66}, y_{66}, z_{66}) \end{aligned} \quad (\text{P.50})$$

$$\mathfrak{N}_{66,j} = \mathfrak{N}_{P_{66,j}} + \lambda_{66,j} / \delta_{66,j}; (j = 25, 27, 28, 29, 30, 65, 67, 68, 70)$$

45) рівняння рівноваги вузла S_{67} :

$$\begin{aligned} & - \left(\mathfrak{N}_{55,67} + \mathfrak{N}_{57,67} + \mathfrak{N}_{58,67} + \mathfrak{N}_{59,67} + \mathfrak{N}_{60,67} + \right. \\ & \left. + \mathfrak{N}_{65,67} + \mathfrak{N}_{66,67} + \mathfrak{N}_{69,67} + \mathfrak{N}_{71,67} \right) \cdot s_{67} + \\ & + \mathfrak{N}_{55,67} \cdot s_{55} + \mathfrak{N}_{57,67} \cdot s_{57} + \mathfrak{N}_{58,67} \cdot s_{58} + \mathfrak{N}_{59,67} \cdot s_{59} + \mathfrak{N}_{60,67} \cdot s_{60} + \\ & + \mathfrak{N}_{65,67} \cdot s_{65} + \mathfrak{N}_{66,67} \cdot s_{66} + \mathfrak{N}_{69,67} \cdot s_{69} + \mathfrak{N}_{71,67} \cdot s_{71} = \mathfrak{Z}_{s_{66}}, (s_{67} = x_{67}, y_{67}, z_{67}) \end{aligned} \quad (\text{P.51})$$

$$\mathfrak{N}_{67,j} = \mathfrak{N}_{P_{67,j}} + \lambda_{67,j} / \delta_{67,j}; (j = 55, 57, 58, 59, 60, 65, 66, 69, 71)$$

46) рівняння рівноваги вузла S_{68} :

$$\begin{aligned}
 & - \left(\mathfrak{N}_{23,68} + \mathfrak{N}_{27,68} + \mathfrak{N}_{28,68} + \mathfrak{N}_{29,68} + \mathfrak{N}_{30,68} + \right. \\
 & \quad \left. + \mathfrak{N}_{63,68} + \mathfrak{N}_{65,68} + \mathfrak{N}_{66,68} + \mathfrak{N}_{70,68} \right) \cdot S_{68} + \mathfrak{N}_{23,68} \cdot S_{23} + \\
 & + \mathfrak{N}_{27,68} \cdot S_{27} + \mathfrak{N}_{28,68} \cdot S_{28} + \mathfrak{N}_{29,68} \cdot S_{29} + \mathfrak{N}_{30,68} \cdot S_{30} + \mathfrak{N}_{63,68} \cdot S_{63} + \\
 & + \mathfrak{N}_{65,68} \cdot S_{65} + \mathfrak{N}_{66,68} \cdot S_{66} + \mathfrak{N}_{70,68} \cdot S_{70} = \mathfrak{F}_{s_{68}}, \quad (s_{68} = x_{68}, y_{68}, z_{68}) \\
 & \mathfrak{N}_{68,j} = \mathfrak{N}_{P_{68,j}} + \lambda_{68,j} / \delta_{68,j}; \quad (j = 23, 27, 28, 29, 30, 63, 65, 66, 70)
 \end{aligned} \tag{P.52}$$

47) рівняння рівноваги вузла S_{69} :

$$\begin{aligned}
 & - \left(\mathfrak{N}_{53,69} + \mathfrak{N}_{57,69} + \mathfrak{N}_{58,69} + \mathfrak{N}_{59,69} + \mathfrak{N}_{60,69} + \right. \\
 & \quad \left. + \mathfrak{N}_{64,69} + \mathfrak{N}_{65,69} + \mathfrak{N}_{67,69} + \mathfrak{N}_{71,69} \right) \cdot S_{69} + \mathfrak{N}_{53,69} \cdot S_{53} + \\
 & + \mathfrak{N}_{57,69} \cdot S_{57} + \mathfrak{N}_{58,69} \cdot S_{58} + \mathfrak{N}_{59,69} \cdot S_{59} + \mathfrak{N}_{60,69} \cdot S_{60} + \mathfrak{N}_{64,69} \cdot S_{64} + \\
 & + \mathfrak{N}_{65,69} \cdot S_{65} + \mathfrak{N}_{67,69} \cdot S_{67} + \mathfrak{N}_{71,69} \cdot S_{71} = \mathfrak{F}_{s_{69}}, \quad (s_{69} = x_{69}, y_{69}, z_{69}) \\
 & \mathfrak{N}_{69,j} = \mathfrak{N}_{P_{69,j}} + \lambda_{69,j} / \delta_{69,j}; \quad (j = 53, 57, 58, 59, 60, 64, 65, 67, 71)
 \end{aligned} \tag{P.53}$$

48) рівняння рівноваги вузла S_{70} :

$$\begin{aligned}
 & - (\mathfrak{N}_{25,70} + \mathfrak{N}_{26,70} + \mathfrak{N}_{30,70} + \mathfrak{N}_{61,70} + \mathfrak{N}_{66,70} + \mathfrak{N}_{68,70} + \mathfrak{N}_{72,70}) \cdot S_{70} + \\
 & + \mathfrak{N}_{25,70} \cdot S_{25} + \mathfrak{N}_{26,70} \cdot S_{26} + \mathfrak{N}_{30,70} \cdot S_{30} + \mathfrak{N}_{61,70} \cdot S_{61} + \mathfrak{N}_{66,70} \cdot S_{66} + \\
 & + \mathfrak{N}_{68,70} \cdot S_{68} + \mathfrak{N}_{72,70} \cdot S_{72} = \mathfrak{F}_{s_{70}}, \quad (s_{70} = x_{70}, y_{70}, z_{70}) \\
 & \mathfrak{N}_{70,j} = \mathfrak{N}_{P_{70,j}} + \lambda_{70,j} / \delta_{70,j}; \quad (j = 25, 26, 30, 61, 66, 68, 72)
 \end{aligned} \tag{P.54}$$

49) рівняння рівноваги вузла S_{71} :

$$\begin{aligned}
 & - (\mathfrak{N}_{55,71} + \mathfrak{N}_{56,71} + \mathfrak{N}_{60,71} + \mathfrak{N}_{62,71} + \mathfrak{N}_{67,71} + \mathfrak{N}_{69,71} + \mathfrak{N}_{72,71}) \cdot S_{71} + \\
 & + \mathfrak{N}_{55,71} \cdot S_{55} + \mathfrak{N}_{56,71} \cdot S_{56} + \mathfrak{N}_{60,71} \cdot S_{60} + \mathfrak{N}_{62,71} \cdot S_{62} + \mathfrak{N}_{67,71} \cdot S_{67} + \\
 & + \mathfrak{N}_{69,71} \cdot S_{69} + \mathfrak{N}_{72,71} \cdot S_{72} = \mathfrak{F}_{s_{71}}, \quad (s_{71} = x_{71}, y_{71}, z_{71}) \\
 & \mathfrak{N}_{71,j} = \mathfrak{N}_{P_{71,j}} + \lambda_{71,j} / \delta_{71,j}; \quad (j = 55, 56, 60, 62, 67, 69, 72)
 \end{aligned} \tag{P.55}$$

50) рівняння рівноваги вузла S_{72} :

$$\begin{aligned}
 & - \left(\aleph_{21,72} + \aleph_{24,72} + \aleph_{29,72} + \aleph_{30,72} + \aleph_{51,72} + \aleph_{54,72} + \right. \\
 & \quad \left. + \aleph_{59,72} + \aleph_{60,72} + \aleph_{61,72} + \aleph_{62,72} + \aleph_{70,72} + \aleph_{71,72} \right) \cdot s_{72} + \\
 & + \aleph_{21,72} \cdot s_{21} + \aleph_{24,72} \cdot s_{24} + \aleph_{29,72} \cdot s_{29} + \aleph_{30,72} \cdot s_{30} + \aleph_{51,72} \cdot s_{51} + \\
 & + \aleph_{54,72} \cdot s_{54} + \aleph_{59,72} \cdot s_{59} + \aleph_{60,72} \cdot s_{60} + \aleph_{61,72} \cdot s_{61} + \aleph_{62,72} \cdot s_{62} + \\
 & + \aleph_{70,72} \cdot s_{70} + \aleph_{71,72} \cdot s_{71} = \mathfrak{F}_{s_{72}}, \quad (s_{72} = x_{72}, y_{72}, z_{72})
 \end{aligned} \tag{P.56}$$

$$\aleph_{72,j} = \aleph_{P_{72,j}} + \lambda_{72,j} / \delta_{72,j}; \quad (j = 21, 24, 29, 30, 51, 54, 59, 60, 61, 62, 70, 71)$$

51 – 272) рівняння довжин ланок $S_i S_j$:

$$\delta_{i,j} = \delta_{0_{i,j}}, \tag{P.57} -$$

$$\delta_{i,j} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}, \tag{P.278}$$

$$\delta_{0_{i,j}} = \sqrt{(x_{0_j} - x_{0_i})^2 + (y_{0_j} - y_{0_i})^2 + (z_{0_j} - z_{0_i})^2}.$$

Значення i та j для кожної з формул (P.57) – (P.278) приймаються згідно з Таблицею P.1, наведеною нижче. Значення початкових координат вузлів моделі (x_{0_i} , y_{0_i} та z_{0_i} , а також x_{0_j} , y_{0_j} та z_{0_j}), що були одержані на основі біоімпедансного аналізу, приймаються за Таблицею П.1 Додатку П.

Окрім того, для формул (P.7) – (P.278) виконуються наступні тотожності

$$\aleph_{a,b} = \aleph_{b,a}, \quad a \neq b, \tag{P.279}$$

$$\aleph_{P_{b,a}} = \aleph_{P_{b,a}}, \quad a \neq b, \tag{P.280}$$

$$\lambda_{a,b} = \lambda_{b,a}, \quad a \neq b, \tag{P.281}$$

$$\delta_{a,b} = \delta_{b,a}, \quad a \neq b, \tag{P.282}$$

$$\delta_{0_{a,b}} = \delta_{0_{b,a}}, \quad a \neq b. \tag{P.283}$$

Таблиця Р.1 – Значення i та j для формул (Р.57) – (Р.278)

Номер ланки у дискретній геометричній моделі ОРА	Назва ланки у дискретній геометричній моделі ОРА	Значення індексів i	Значення індексів j	Номери формул, яким відповідають індекси i та j
1	$S_{01}S_{06}$	1	6	(Р.57)
2	$S_{01}S_{17}$	1	17	(Р.58)
3	$S_{02}S_{07}$	2	7	(Р.59)
4	$S_{02}S_{18}$	2	18	(Р.60)
5	$S_{03}S_{08}$	3	8	(Р.61)
6	$S_{03}S_{18}$	3	18	(Р.62)
7	$S_{04}S_{09}$	4	9	(Р.63)
8	$S_{04}S_{18}$	4	18	(Р.64)
9	$S_{05}S_{10}$	5	10	(Р.65)
10	$S_{05}S_{18}$	5	18	(Р.66)
11	$S_{06}S_{11}$	6	11	(Р.67)
12	$S_{06}S_{16}$	6	16	(Р.68)
13	$S_{07}S_{11}$	7	11	(Р.69)
14	$S_{08}S_{11}$	8	11	(Р.70)
15	$S_{09}S_{12}$	9	12	(Р.71)
16	$S_{10}S_{12}$	10	12	(Р.72)
17	$S_{10}S_{20}$	10	20	(Р.73)
18	$S_{11}S_{12}$	11	12	(Р.74)
19	$S_{11}S_{13}$	11	13	(Р.75)
20	$S_{11}S_{14}$	11	14	(Р.76)
21	$S_{11}S_{16}$	11	16	(Р.77)
22	$S_{11}S_{17}$	11	17	(Р.78)
23	$S_{12}S_{13}$	12	13	(Р.79)
24	$S_{12}S_{14}$	12	14	(Р.80)
25	$S_{12}S_{15}$	12	15	(Р.81)
26	$S_{12}S_{18}$	12	18	(Р.82)
27	$S_{13}S_{14}$	13	14	(Р.83)
28	$S_{13}S_{15}$	13	15	(Р.84)
29	$S_{13}S_{24}$	13	24	(Р.85)
30	$S_{13}S_{25}$	13	25	(Р.86)
31	$S_{14}S_{15}$	14	15	(Р.87)
32	$S_{14}S_{19}$	14	19	(Р.88)
33	$S_{14}S_{21}$	14	21	(Р.89)
34	$S_{14}S_{22}$	14	22	(Р.90)
35	$S_{14}S_{23}$	14	23	(Р.91)
36	$S_{15}S_{20}$	15	20	(Р.92)

37	$S_{15}S_{23}$	15	23	(P.93)
38	$S_{16}S_{17}$	16	17	(P.94)
39	$S_{16}S_{19}$	16	19	(P.95)
40	$S_{17}S_{18}$	17	18	(P.96)
41	$S_{17}S_{19}$	17	19	(P.97)
42	$S_{17}S_{22}$	17	22	(P.98)
43	$S_{18}S_{22}$	18	22	(P.99)
44	$S_{19}S_{21}$	19	21	(P.100)
45	$S_{20}S_{23}$	20	23	(P.101)
46	$S_{21}S_{22}$	21	22	(P.102)
47	$S_{21}S_{23}$	21	23	(P.103)
48	$S_{21}S_{24}$	21	24	(P.104)
49	$S_{21}S_{25}$	21	25	(P.105)
50	$S_{21}S_{26}$	21	26	(P.106)
51	$S_{21}S_{27}$	21	27	(P.107)
52	$S_{21}S_{61}$	21	61	(P.108)
53	$S_{21}S_{63}$	21	63	(P.109)
54	$S_{21}S_{72}$	21	72	(P.110)
55	$S_{22}S_{23}$	22	23	(P.111)
56	$S_{22}S_{24}$	22	24	(P.112)
57	$S_{22}S_{25}$	22	25	(P.113)
58	$S_{22}S_{26}$	22	26	(P.114)
59	$S_{23}S_{24}$	23	24	(P.115)
60	$S_{23}S_{25}$	23	25	(P.116)
61	$S_{23}S_{26}$	23	26	(P.117)
62	$S_{23}S_{68}$	23	68	(P.118)
63	$S_{24}S_{25}$	24	25	(P.119)
64	$S_{24}S_{26}$	24	26	(P.120)
65	$S_{24}S_{27}$	24	27	(P.121)
66	$S_{24}S_{28}$	24	28	(P.122)
67	$S_{24}S_{29}$	24	29	(P.123)
68	$S_{24}S_{61}$	24	61	(P.124)
69	$S_{24}S_{72}$	24	72	(P.125)
70	$S_{25}S_{26}$	25	26	(P.126)
71	$S_{25}S_{27}$	25	27	(P.127)
72	$S_{25}S_{29}$	25	29	(P.128)
73	$S_{25}S_{63}$	25	63	(P.129)
74	$S_{25}S_{65}$	25	65	(P.130)
75	$S_{25}S_{66}$	25	66	(P.131)
76	$S_{25}S_{70}$	25	70	(P.132)
77	$S_{26}S_{27}$	26	27	(P.133)
78	$S_{26}S_{29}$	26	29	(P.134)

79	$S_{26}S_{70}$	26	70	(P.135)
80	$S_{27}S_{28}$	27	28	(P.136)
81	$S_{27}S_{29}$	27	29	(P.137)
82	$S_{27}S_{30}$	27	30	(P.138)
83	$S_{27}S_{66}$	27	66	(P.139)
84	$S_{27}S_{68}$	27	68	(P.140)
85	$S_{28}S_{29}$	28	29	(P.141)
86	$S_{28}S_{30}$	28	30	(P.142)
87	$S_{28}S_{66}$	28	66	(P.143)
88	$S_{28}S_{68}$	28	68	(P.144)
89	$S_{29}S_{30}$	29	30	(P.145)
90	$S_{29}S_{61}$	29	61	(P.146)
91	$S_{29}S_{66}$	29	66	(P.147)
92	$S_{29}S_{68}$	29	68	(P.148)
93	$S_{29}S_{72}$	29	72	(P.149)
94	$S_{30}S_{61}$	30	61	(P.150)
95	$S_{30}S_{63}$	30	63	(P.151)
96	$S_{30}S_{66}$	30	66	(P.152)
97	$S_{30}S_{68}$	30	68	(P.153)
98	$S_{30}S_{70}$	30	70	(P.154)
99	$S_{30}S_{72}$	30	72	(P.155)
100	$S_{31}S_{36}$	31	36	(P.156)
101	$S_{31}S_{47}$	31	47	(P.157)
102	$S_{32}S_{37}$	32	37	(P.158)
103	$S_{32}S_{48}$	32	48	(P.159)
104	$S_{33}S_{38}$	33	38	(P.160)
105	$S_{33}S_{48}$	33	48	(P.161)
106	$S_{34}S_{39}$	34	39	(P.162)
107	$S_{34}S_{48}$	34	48	(P.163)
108	$S_{35}S_{40}$	35	40	(P.164)
109	$S_{35}S_{48}$	35	48	(P.165)
110	$S_{36}S_{41}$	36	41	(P.166)
111	$S_{36}S_{46}$	36	46	(P.167)
112	$S_{37}S_{41}$	37	41	(P.168)
113	$S_{38}S_{41}$	38	41	(P.169)
114	$S_{39}S_{42}$	39	42	(P.170)
115	$S_{40}S_{42}$	40	42	(P.171)
116	$S_{40}S_{50}$	40	50	(P.172)
117	$S_{41}S_{42}$	41	42	(P.173)
118	$S_{41}S_{43}$	41	43	(P.174)
119	$S_{41}S_{44}$	41	44	(P.175)
120	$S_{41}S_{46}$	41	46	(P.176)

121	$S_{41}S_{47}$	41	47	(P.177)
122	$S_{42}S_{43}$	42	43	(P.178)
123	$S_{42}S_{44}$	42	44	(P.179)
124	$S_{42}S_{45}$	42	45	(P.180)
125	$S_{42}S_{48}$	42	48	(P.181)
126	$S_{43}S_{44}$	43	44	(P.182)
127	$S_{43}S_{45}$	43	45	(P.183)
128	$S_{43}S_{54}$	43	54	(P.184)
129	$S_{43}S_{55}$	43	55	(P.185)
130	$S_{44}S_{45}$	44	45	(P.186)
131	$S_{44}S_{49}$	44	49	(P.187)
132	$S_{44}S_{51}$	44	51	(P.188)
133	$S_{44}S_{52}$	44	52	(P.189)
134	$S_{44}S_{53}$	44	53	(P.190)
135	$S_{45}S_{50}$	45	50	(P.191)
136	$S_{45}S_{53}$	45	53	(P.192)
137	$S_{46}S_{47}$	46	47	(P.193)
138	$S_{46}S_{49}$	46	49	(P.194)
139	$S_{47}S_{48}$	47	48	(P.195)
140	$S_{47}S_{49}$	47	49	(P.196)
141	$S_{47}S_{52}$	47	52	(P.197)
142	$S_{48}S_{52}$	48	52	(P.198)
143	$S_{49}S_{51}$	49	51	(P.199)
144	$S_{50}S_{53}$	50	53	(P.200)
145	$S_{51}S_{52}$	51	52	(P.201)
146	$S_{51}S_{53}$	51	53	(P.202)
147	$S_{51}S_{54}$	51	54	(P.203)
148	$S_{51}S_{55}$	51	55	(P.204)
149	$S_{51}S_{56}$	51	56	(P.205)
150	$S_{51}S_{57}$	51	57	(P.206)
151	$S_{51}S_{62}$	51	62	(P.207)
152	$S_{51}S_{64}$	51	64	(P.208)
153	$S_{51}S_{72}$	51	72	(P.209)
154	$S_{52}S_{53}$	52	53	(P.210)
155	$S_{52}S_{54}$	52	54	(P.211)
156	$S_{52}S_{55}$	52	55	(P.212)
157	$S_{52}S_{56}$	52	56	(P.213)
158	$S_{53}S_{54}$	53	54	(P.214)
159	$S_{53}S_{55}$	53	55	(P.215)
160	$S_{53}S_{56}$	53	56	(P.216)
161	$S_{53}S_{64}$	53	64	(P.217)
162	$S_{53}S_{69}$	53	69	(P.218)

163	$S_{54}S_{55}$	54	55	(P.219)
164	$S_{54}S_{56}$	54	56	(P.220)
165	$S_{54}S_{57}$	54	57	(P.221)
166	$S_{54}S_{58}$	54	58	(P.222)
167	$S_{54}S_{59}$	54	59	(P.223)
168	$S_{54}S_{62}$	54	62	(P.224)
169	$S_{54}S_{72}$	54	72	(P.225)
170	$S_{55}S_{56}$	55	56	(P.226)
171	$S_{55}S_{57}$	55	57	(P.227)
172	$S_{55}S_{59}$	55	59	(P.228)
173	$S_{55}S_{65}$	55	65	(P.229)
174	$S_{55}S_{67}$	55	67	(P.230)
175	$S_{55}S_{71}$	55	71	(P.231)
176	$S_{56}S_{57}$	56	57	(P.232)
177	$S_{56}S_{59}$	56	59	(P.233)
178	$S_{56}S_{71}$	56	71	(P.234)
179	$S_{57}S_{58}$	57	58	(P.235)
180	$S_{57}S_{59}$	57	59	(P.236)
181	$S_{57}S_{60}$	57	60	(P.237)
182	$S_{57}S_{67}$	57	67	(P.238)
183	$S_{57}S_{69}$	57	69	(P.239)
184	$S_{58}S_{59}$	58	59	(P.240)
185	$S_{58}S_{60}$	58	60	(P.241)
186	$S_{58}S_{67}$	58	67	(P.242)
187	$S_{58}S_{69}$	58	69	(P.243)
188	$S_{59}S_{60}$	59	60	(P.244)
189	$S_{59}S_{62}$	59	62	(P.245)
190	$S_{59}S_{67}$	59	67	(P.246)
191	$S_{59}S_{69}$	59	69	(P.247)
192	$S_{59}S_{72}$	59	72	(P.248)
193	$S_{60}S_{62}$	60	62	(P.249)
194	$S_{60}S_{64}$	60	64	(P.250)
195	$S_{60}S_{67}$	60	67	(P.251)
196	$S_{60}S_{69}$	60	69	(P.252)
197	$S_{60}S_{71}$	60	71	(P.253)
198	$S_{60}S_{72}$	60	72	(P.254)
199	$S_{61}S_{62}$	61	62	(P.255)
200	$S_{61}S_{63}$	61	63	(P.256)
201	$S_{61}S_{70}$	61	70	(P.257)
202	$S_{61}S_{72}$	61	72	(P.258)
203	$S_{62}S_{64}$	62	64	(P.259)
204	$S_{62}S_{71}$	62	71	(P.260)

205	$S_{62}S_{72}$	62	72	(P.261)
206	$S_{63}S_{65}$	63	65	(P.262)
207	$S_{63}S_{68}$	63	68	(P.263)
208	$S_{64}S_{65}$	64	65	(P.264)
209	$S_{64}S_{69}$	64	69	(P.265)
210	$S_{65}S_{66}$	65	66	(P.266)
211	$S_{65}S_{67}$	65	67	(P.267)
212	$S_{65}S_{68}$	65	68	(P.268)
213	$S_{65}S_{69}$	65	69	(P.269)
214	$S_{66}S_{67}$	66	67	(P.270)
215	$S_{66}S_{68}$	66	68	(P.271)
216	$S_{66}S_{70}$	66	70	(P.272)
217	$S_{67}S_{69}$	67	69	(P.273)
218	$S_{67}S_{71}$	67	71	(P.274)
219	$S_{68}S_{70}$	68	70	(P.275)
220	$S_{69}S_{71}$	69	71	(P.276)
221	$S_{70}S_{72}$	70	72	(P.277)
222	$S_{71}S_{72}$	71	72	(P.278)

ДОДАТОК С

**ПРИКЛАД ВИХІДНИХ КООРДИНАТ ВУЗЛІВ ДИСКРЕТНОЇ МОДЕЛІ
ОРА ЛЮДИНИ**

Нижче, у Таблиці С.1. наведено координати вузлів дискретно представленої моделі, що інтерпретує нижню частину ОРА однієї з досліджуваних під час виконання дисертаційної роботи жінок із ожирінням.

Таблиця С.1 – Елементи дискретно представленої моделі нижньої частини ОРА людини

№ вузла дискретної моделі	Координата x вузла (см):	Координата y вузла (см):	Координата z вузла (см):
1	35	22	0
2	35	20	0
3	34	18	0
4	33	16	0
5	32	15	0
6	30	23	0
7	31	21	0
8	31	19	0
9	30	17	0
10	29	15	0
11	25	23	5
12	25	17	5
13	15	20	0
14	20	21	8
15	20	17	8
16	25	23	7
17	26	21	6
18	26	19	6
19	22	22	10
20	22	16	8
21	20	23	47
22	25	20	47
23	20	17	47
24	21	23	48

25	21	17	48
26	25	20	49
27	20	13	88
28	18	17	86
29	22	17	86
30	20	18	94
31	35	38	0
32	35	40	0
33	34	42	0
34	33	44	0
35	32	45	0
36	30	37	0
37	31	39	0
38	31	41	0
39	30	43	0
40	29	45	0
41	25	37	5
42	25	43	5
43	15	40	0
44	20	39	8
45	20	43	8
46	25	37	7
47	26	39	6
48	26	41	6
49	22	38	10
50	22	44	8
51	20	37	47
52	25	40	47
53	20	43	47
54	21	37	48
55	21	43	48
56	25	40	49
57	20	47	88
58	18	43	86
59	22	43	86
60	20	42	94
61	25	25	86
62	25	35	86
63	16	22	92
64	16	38	92
65	15	30	94
66	15	27	101

67	15	33	101
68	18	15	105
69	18	45	105
70	29	18	98
71	29	42	98
72	26	30	92

ДОДАТОК Т

**ПРИКЛАД РЕЗУЛЬТАТІВ РОЗРАХУНКІВ ВНУТРІШНІХ ЗУСИЛЬ У
ЕЛЕМЕНТАХ ДИСКРЕТНОЇ МОДЕЛІ ОРА ЛЮДИНИ**

Нижче, у Таблиці Т.1. наведено внутрішні зусилля у ланках (стрижнях та тросах) дискретно представленої моделі, що інтерпретує нижню частину ОРА однієї з досліджуваних під час виконання дисертаційної роботи жінок із ожирінням.

Таблиця Т.1 – Внутрішні зусилля у ланках дискретно представленої моделі нижньої частини ОРА людини

Номер ланки/елемент у (стрижня або тросу)	Номер перерізу ланки/елемент у (стрижня або тросу)	Поздовжні зусилля N , (кН)	Поздовжні зусилля Q_z (кН)	Поздовжні зусилля Q_y (кН)
		Визначаються шляхом дискретного геометричного та чисельного моделювання	Визначаються шляхом чисельного моделювання методом скінченних елементів	
1	1	0	0	0
1	2	0	0	0
2	1	0	0	0
2	2	0	0	0
3	1	0	0	0
3	2	0	0	0
4	1	0	0	0
4	2	0	0	0
5	1	0	0	0
5	2	0	0	0
6	1	0	0	0
6	2	0	0	0
7	1	0	0	0
7	2	0	0	0
8	1	0	0	0
8	2	0	0	0
9	1	0	0	0

9	2	0	0	0
10	1	0	0	0
10	2	0	0	0
11	1	-0.114897	0	0
11	2	-0.114897	0	0
12	1	0	0	0
12	2	0	0	0
13	1	-0.028453	0	0
13	2	-0.028453	0	0
14	1	0.030305	0	0
14	2	0.030305	0	0
15	1	-0.099404	0	0
15	2	-0.099404	0	0
16	1	-0.002238	0	0
16	2	-0.002238	0	0
17	1	0	0	0
17	2	0	0	0
18	1	0.026434	0	0
18	2	0.026434	0	0
19	1	0.036142	0	0
19	2	0.036142	0	0
20	1	-0.137876	0	0
20	2	-0.137876	0	0
21	1	0	0	0
21	2	0	0	0
22	1	0	0	0
22	2	0	0	0
23	1	0.031993	0	0
23	2	0.031993	0	0
24	1	-0.065701	0	0
24	2	-0.065701	0	0
25	1	-0.060546	0	0
25	2	-0.060546	0	0
26	1	0	0	0
26	2	0	0	0
27	1	-0.314039	0	0
27	2	-0.314039	0	0
28	1	-0.102791	0	0
28	2	-0.102791	0	0
29	1	0.02342	0.001114	0.000604
29	2	0.02342	0.001114	0.000604
30	1	0.021288	0.000702	-0.000307
30	2	0.021288	0.000702	-0.000307
31	1	0.031151	0	0

31	2	0.031151	0	0
32	1	0	0	0
32	2	0	0	0
33	1	-0.155452	0	0
33	2	-0.155452	0	0
34	1	-0.056823	0	0
34	2	-0.056823	0	0
35	1	-0.118904	0	0
35	2	-0.118904	0	0
36	1	0	0	0
36	2	0	0	0
37	1	-0.084299	0	0
37	2	-0.084299	0	0
38	1	0	0	0
38	2	0	0	0
39	1	0	0	0
39	2	0	0	0
40	1	0	0	0
40	2	0	0	0
41	1	0	0	0
41	2	0	0	0
42	1	0	0	0
42	2	0	0	0
43	1	0	0	0
43	2	0	0	0
44	1	0	0	0
44	2	0	0	0
45	1	0.210059	0	0
45	2	0.210059	0	0
46	1	-0.11189	0	0
46	2	-0.11189	0	0
47	1	-0.253695	0	0
47	2	-0.253695	0	0
48	1	0.006174	0	0
48	2	0.006174	0	0
49	1	0	0	0
49	2	0	0	0
50	1	0.023969	0.00012	0.00148
50	2	0.023969	0.00012	0.00148
51	1	0	0	0
51	2	0	0	0
52	1	0	0	0
52	2	0	0	0
53	1	0	0	0

53	2	0	0	0
54	1	0.261183	0	0
54	2	0.261183	0	0
55	1	-0.230294	0	0
55	2	-0.230294	0	0
56	1	-0.277579	0	0
56	2	-0.277579	0	0
57	1	0.046897	-0.000351	-2.6E-005
57	2	0.046897	-0.000351	-2.6E-005
58	1	-0.009915	0	0
58	2	-0.009915	0	0
59	1	-0.311918	0	0
59	2	-0.311918	0	0
60	1	0	0	0
60	2	0	0	0
61	1	0.019719	0.000809	0.00078
61	2	0.019719	0.000809	0.00078
62	1	0.139364	0	0
62	2	0.139364	0	0
63	1	0.304767	0	0
63	2	0.304767	0	0
64	1	-0.196243	0	0
64	2	-0.196243	0	0
65	1	-0.265309	0	0
65	2	-0.265309	0	0
66	1	0	0	0
66	2	0	0	0
67	1	0	0	0
67	2	0	0	0
68	1	-0.003714	0	0
68	2	-0.003714	0	0
69	1	-0.186948	0	0
69	2	-0.186948	0	0
70	1	-0.025179	0	0
70	2	-0.025179	0	0
71	1	0	0	0
71	2	0	0	0
72	1	0	0	0
72	2	0	0	0
73	1	0	0	0
73	2	0	0	0
74	1	0	0	0
74	2	0	0	0
75	1	0	0	0

75	2	0	0	0
76	1	0	0	0
76	2	0	0	0
77	1	0	0	0
77	2	0	0	0
78	1	-0.071928	0	0
78	2	-0.071928	0	0
79	1	-0.072307	0	0
79	2	-0.072307	0	0
80	1	0.076102	0	0
80	2	0.076102	0	0
81	1	0	0	0
81	2	0	0	0
82	1	0.027682	0.001264	-0.000952
82	2	0.027682	0.001264	-0.000952
83	1	0.103402	0	0
83	2	0.103402	0	0
84	1	-0.225244	0	0
84	2	-0.225244	0	0
85	1	0	0	0
85	2	0	0	0
86	1	0.048345	-0.000531	0.002979
86	2	0.048345	-0.000531	0.002979
87	1	-0.278221	0	0
87	2	-0.278221	0	0
88	1	0	0	0
88	2	0	0	0
89	1	0	0	0
89	2	0	0	0
90	1	0.026318	0.001266	0.000805
90	2	0.026318	0.001266	0.000805
91	1	0	0	0
91	2	0	0	0
92	1	0.168294	0	0
92	2	0.168294	0	0
93	1	0.170616	0	0
93	2	0.170616	0	0
94	1	-0.312311	0	0
94	2	-0.312311	0	0
95	1	-0.051861	0	0
95	2	-0.051861	0	0
96	1	-0.079583	0	0
96	2	-0.079583	0	0
97	1	-0.015361	0	0

97	2	-0.015361	0	0
98	1	0	0	0
98	2	0	0	0
99	1	0	0	0
99	2	0	0	0
100	1	0	0	0
100	2	0	0	0
101	1	0	0	0
101	2	0	0	0
102	1	0	0	0
102	2	0	0	0
103	1	0	0	0
103	2	0	0	0
104	1	0	0	0
104	2	0	0	0
105	1	0	0	0
105	2	0	0	0
106	1	0	0	0
106	2	0	0	0
107	1	0	0	0
107	2	0	0	0
108	1	-0.114898	0	0
108	2	-0.114898	0	0
109	1	0	0	0
109	2	0	0	0
110	1	-0.028453	0	0
110	2	-0.028453	0	0
111	1	0.030306	0	0
111	2	0.030306	0	0
112	1	-0.099404	0	0
112	2	-0.099404	0	0
113	1	-0.002238	0	0
113	2	-0.002238	0	0
114	1	0	0	0
114	2	0	0	0
115	1	0.026435	0	0
115	2	0.026435	0	0
116	1	0.036142	0	0
116	2	0.036142	0	0
117	1	-0.137877	0	0
117	2	-0.137877	0	0
118	1	0	0	0
118	2	0	0	0
119	1	0	0	0

119	2	0	0	0
120	1	0.031993	0	0
120	2	0.031993	0	0
121	1	-0.0657	0	0
121	2	-0.0657	0	0
122	1	-0.060545	0	0
122	2	-0.060545	0	0
123	1	-0.31404	0	0
123	2	-0.31404	0	0
124	1	-0.102791	0	0
124	2	-0.102791	0	0
125	1	0.02342	0.001114	-0.000604
125	2	0.02342	0.001114	-0.000604
126	1	0.021288	0.000702	0.000307
126	2	0.021288	0.000702	0.000307
127	1	0.03115	0	0
127	2	0.03115	0	0
128	1	0	0	0
128	2	0	0	0
129	1	-0.155453	0	0
129	2	-0.155453	0	0
130	1	-0.056823	0	0
130	2	-0.056823	0	0
131	1	-0.118905	0	0
131	2	-0.118905	0	0
132	1	0	0	0
132	2	0	0	0
133	1	-0.084298	0	0
133	2	-0.084298	0	0
134	1	0	0	0
134	2	0	0	0
135	1	0	0	0
135	2	0	0	0
136	1	0	0	0
136	2	0	0	0
137	1	0	0	0
137	2	0	0	0
138	1	0	0	0
138	2	0	0	0
139	1	0	0	0
139	2	0	0	0
140	1	0.21006	0	0
140	2	0.21006	0	0
141	1	-0.111892	0	0

141	2	-0.111892	0	0
142	1	-0.253696	0	0
142	2	-0.253696	0	0
143	1	0.006175	0	0
143	2	0.006175	0	0
144	1	0	0	0
144	2	0	0	0
145	1	0.023969	0.00012	-0.00148
145	2	0.023969	0.00012	-0.00148
146	1	0	0	0
146	2	0	0	0
147	1	0	0	0
147	2	0	0	0
148	1	0	0	0
148	2	0	0	0
149	1	0.261188	0	0
149	2	0.261188	0	0
150	1	-0.230296	0	0
150	2	-0.230296	0	0
151	1	-0.277584	0	0
151	2	-0.277584	0	0
152	1	0.046898	-0.000351	2.6E-005
152	2	0.046898	-0.000351	2.6E-005
153	1	-0.009916	0	0
153	2	-0.009916	0	0
154	1	-0.311922	0	0
154	2	-0.311922	0	0
155	1	0	0	0
155	2	0	0	0
156	1	0	0	0
156	2	0	0	0
157	1	0.01972	0.000809	-0.00078
157	2	0.01972	0.000809	-0.00078
158	1	0.139366	0	0
158	2	0.139366	0	0
159	1	0.003649	2.3E-005	-0.000131
159	2	0.003649	2.3E-005	-0.000131
160	1	0.304765	0	0
160	2	0.304765	0	0
161	1	-0.196242	0	0
161	2	-0.196242	0	0
162	1	-0.26531	0	0
162	2	-0.26531	0	0
163	1	0	0	0

163	2	0	0	0
164	1	0	0	0
164	2	0	0	0
165	1	-0.003714	0	0
165	2	-0.003714	0	0
166	1	-0.186947	0	0
166	2	-0.186947	0	0
167	1	-0.025178	0	0
167	2	-0.025178	0	0
168	1	0	0	0
168	2	0	0	0
169	1	0	0	0
169	2	0	0	0
170	1	0	0	0
170	2	0	0	0
171	1	0	0	0
171	2	0	0	0
172	1	0	0	0
172	2	0	0	0
173	1	0	0	0
173	2	0	0	0
174	1	-0.071927	0	0
174	2	-0.071927	0	0
175	1	-0.072307	0	0
175	2	-0.072307	0	0
176	1	0.076102	0	0
176	2	0.076102	0	0
177	1	0	0	0
177	2	0	0	0
178	1	0.027682	0.001264	0.000952
178	2	0.027682	0.001264	0.000952
179	1	0.103402	0	0
179	2	0.103402	0	0
180	1	-0.225243	0	0
180	2	-0.225243	0	0
181	1	0	0	0
181	2	0	0	0
182	1	0.048346	-0.000531	-0.002979
182	2	0.048346	-0.000531	-0.002979
183	1	-0.27822	0	0
183	2	-0.27822	0	0
184	1	0	0	0
184	2	0	0	0
185	1	0	0	0

185	2	0	0	0
186	1	0.026318	0.001266	-0.000805
186	2	0.026318	0.001266	-0.000805
187	1	0	0	0
187	2	0	0	0
188	1	0.168294	0	0
188	2	0.168294	0	0
189	1	0.170617	0	0
189	2	0.170617	0	0
190	1	-0.312311	0	0
190	2	-0.312311	0	0
191	1	-0.05186	0	0
191	2	-0.05186	0	0
192	1	-0.079582	0	0
192	2	-0.079582	0	0
193	1	-0.015361	0	0
193	2	-0.015361	0	0
194	1	0.141094	0	0
194	2	0.141094	0	0
195	1	-0.084602	0	0
195	2	-0.084602	0	0
196	1	-0.084601	0	0
196	2	-0.084601	0	0
197	1	0.074086	0	0
197	2	0.074086	0	0
198	1	-0.150296	0	0
198	2	-0.150296	0	0
199	1	0.074086	0	0
199	2	0.074086	0	0
200	1	-0.150297	0	0
200	2	-0.150297	0	0
201	1	0.054995	0	0
201	2	0.054995	0	0
202	1	0.054995	0	0
202	2	0.054995	0	0
203	1	-0.05602	0	0
203	2	-0.05602	0	0
204	1	-0.056019	0	0
204	2	-0.056019	0	0
205	1	-0.056101	0	0
205	2	-0.056101	0	0
206	1	0.136587	0	0
206	2	0.136587	0	0
207	1	0.136587	0	0

207	2	0.136587	0	0
208	1	-0.007813	0	0
208	2	-0.007813	0	0
209	1	-0.007813	0	0
209	2	-0.007813	0	0
210	1	-0.074236	0	0
210	2	-0.074236	0	0
211	1	-0.074236	0	0
211	2	-0.074236	0	0
212	1	0	0	0
212	2	0	0	0
213	1	0	0	0
213	2	0	0	0
214	1	0.003649	-2.3E-005	0.000131
214	2	0.003649	-2.3E-005	0.000131
215	1	0	0	0
215	2	0	0	0
216	1	0	0	0
216	2	0	0	0
217	1	0.007552	0	0
217	2	0.007552	0	0
218	1	0.007552	0	0
218	2	0.007552	0	0
219	1	-0.105579	0	0
219	2	-0.105579	0	0
220	1	-0.105579	0	0
220	2	-0.105579	0	0
221	1	0.110546	0	0
221	2	0.110546	0	0
222	1	0.110546	0	0
222	2	0.110546	0	0

Нижче, у Таблиці Т.2. наведено відповідність номерів ланок та вузлів моделі, що була автоматично прийнята при чисельному моделюванні роботи нижньої частини ОРА у ПК ЛІРА. Дана таблиця має читатися разом із таблицею Т.1.

Таблиця Т.2 – Відповідність номерів ланок та вузлів моделі, що була автоматично задана у пакеті чисельного моделювання ПК ЛІРА

Номер ланки/елементу (стрижня або тросу)	Номери початкового й кінцевого вузлів ланки/елементу (стрижня або тросу):
1	1, 6
2	1, 17
3	2, 7
4	2, 18
5	3, 8
6	3, 18
7	4, 9
8	4, 18
9	5, 10
10	5, 18
11	6, 11
12	6, 16
13	7, 11
14	8, 11
15	9, 12
16	10, 12
17	10, 20
18	11, 12
19	11, 13
20	11, 14
21	11, 16
22	11, 17
23	12, 13
24	12, 14
25	12, 15
26	12, 18
27	13, 14
28	13, 15
29	13, 24
30	13, 25
31	14, 15
32	14, 19
33	14, 21
34	14, 22
35	14, 23
36	15, 20
37	15, 23

38	16, 17
39	16, 19
40	17, 18
41	17, 22
42	18, 22
43	19, 21
44	20, 23
45	21, 22
46	21, 23
47	21, 24
48	21, 25
49	21, 26
50	21, 27
51	21, 61
52	21, 63
53	21, 72
54	22, 23
55	22, 24
56	22, 25
57	22, 26
58	23, 24
59	23, 25
60	23, 26
61	23, 68
62	24, 25
63	24, 27
64	24, 28
65	24, 29
66	24, 61
67	24, 72
68	25, 26
69	25, 27
70	25, 29
71	25, 63
72	25, 65
73	25, 66
74	25, 70
75	26, 27
76	26, 29
77	26, 70
78	27, 28
79	27, 29

80	27, 30
81	27, 66
82	27, 68
83	28, 29
84	28, 30
85	28, 66
86	28, 68
87	29, 30
88	29, 61
89	29, 66
90	29, 68
91	29, 72
92	30, 61
93	30, 63
94	30, 66
95	30, 68
96	30, 70
97	30, 72
98	31, 36
99	31, 47
100	32, 37
101	32, 48
102	33, 38
103	33, 48
104	34, 39
105	34, 48
106	35, 40
107	35, 48
108	36, 41
109	36, 46
110	37, 41
111	38, 41
112	39, 42
113	40, 42
114	40, 50
115	41, 42
116	41, 43
117	41, 44
118	41, 46
119	41, 47
120	42, 43
121	42, 44

122	42, 45
123	43, 44
124	43, 45
125	43, 54
126	43, 55
127	44, 45
128	44, 49
129	44, 51
130	44, 52
131	44, 53
132	45, 50
133	45, 53
134	46, 49
135	47, 48
136	47, 52
137	48, 52
138	49, 51
139	50, 53
140	51, 52
141	51, 53
142	51, 54
143	51, 55
144	51, 56
145	51, 57
146	51, 62
147	51, 64
148	51, 72
149	52, 53
150	52, 54
151	52, 55
152	52, 56
153	53, 54
154	53, 55
155	53, 56
156	53, 64
157	53, 69
158	54, 55
159	54, 56
160	54, 57
161	54, 58
162	54, 59
163	54, 62

164	54, 72
165	55, 56
166	55, 57
167	55, 59
168	55, 65
169	55, 67
170	55, 71
171	56, 57
172	56, 59
173	56, 71
174	57, 58
175	57, 59
176	57, 60
177	57, 67
178	57, 69
179	58, 59
180	58, 60
181	58, 67
182	58, 69
183	59, 60
184	59, 62
185	59, 67
186	59, 69
187	59, 72
188	60, 62
189	60, 64
190	60, 67
191	60, 69
192	60, 71
193	60, 72
194	61, 62
195	61, 72
196	62, 72
197	63, 65
198	63, 68
199	64, 65
200	64, 69
201	65, 66
202	65, 67
203	65, 68
204	65, 69
205	66, 67

206	66, 68
207	67, 69
208	68, 70
209	69, 71
210	70, 72
211	71, 72
212	48, 42
213	46, 47
214	26, 24
215	17, 19
216	47, 49
217	70, 61
218	62, 71
219	63, 61
220	62, 64
221	67, 71
222	66, 70

ДОДАТОК У

ПАРАМЕТРИ ЖОРСТКОСТІ СЕМ ОРА ЛЮДИНИ

Нижче, у Таблицях У.1, У.2 та У.3 наведено параметри жорсткості ланок/елементів (стрижнів та тросів) СЕМ, що інтерпретує нижню частину ОРА однієї з досліджуваних під час виконання дисертаційної роботи жінок із ожирінням. Водночас, Таблиця У.4 встановлює відповідність між номерами ланок/елементів СЕМ та параметрами жорсткості, призначеними кожному з цих елементів.

Таблиця У.1 – Параметри жорсткості №1 скінченного елемента типу «кільце»

Жорсткість №1		
Характеристика	Значення	Одиниці виміру
Тип скінченного елемента	Кільце	–
E	17600	кН/м ²
ν	0.25	–
D	0.011	м
d	0	м
R_o	1.0	кН/м ³

Таблиця У.2 – Параметри жорсткості №2 скінченного елемента типу «кільце»

Жорсткість №2		
Характеристика	Значення	Одиниці виміру
Тип скінченного елемента	Кільце	–
E	$14 \cdot 10^5$	кН/м ²
ν	0.25	–
D	0.02	м
d	0	м
R_o	1	кН/м ³

Таблиця У.3 – Параметри жорсткості №3 скінченного елемента типу «кільце»

Жорсткість №3		
Характеристика	Значення	Одиниці виміру
Тип скінченного елемента	«КЕ 208» – фізично нелінійний двовузловий скінченний елемент попереднього натягу	–
FE	$14 \cdot 10^5$	кН
N_{\max}	0.25	–

В Таблицях У.1, У.2 та У.3 прийняті наступні позначення:

E – Модуль пружності;

ν – Коефіцієнт Пуассона;

D – Зовнішній діаметр;

d – Внутрішній діаметр;

R_0 – Питома вага;

FE – Жорсткість на осьовий розтяг;

N_{\max} – Максимальне зусилля розтягу.

Таблиця У.4– Відповідність між номерами ланок/елементів скінченно-елементної моделі та типами їх жорсткості

Номер ланки/елементу (стрижня або тросу)	Номер типу жорсткості	Відповідна таблиця з параметрами жорсткості
1	2	Таблиця У.2
2	3	Таблиця У.3
3	2	Таблиця У.2
4	3	Таблиця У.3
5	2	Таблиця У.2
6	3	Таблиця У.3
7	2	Таблиця У.2
8	3	Таблиця У.3
9	2	Таблиця У.2
10	3	Таблиця У.3
11	2	Таблиця У.2

12	3	Таблица У.3
13	2	Таблица У.2
14	2	Таблица У.2
15	2	Таблица У.2
16	2	Таблица У.2
17	3	Таблица У.3
18	2	Таблица У.2
19	2	Таблица У.2
20	2	Таблица У.2
21	3	Таблица У.3
22	3	Таблица У.3
23	2	Таблица У.2
24	2	Таблица У.2
25	2	Таблица У.2
26	3	Таблица У.3
27	2	Таблица У.2
28	2	Таблица У.2
29	1	Таблица У.1
30	1	Таблица У.1
31	2	Таблица У.2
32	3	Таблица У.3
33	2	Таблица У.2
34	2	Таблица У.2
35	2	Таблица У.2
36	3	Таблица У.3
37	2	Таблица У.2
38	3	Таблица У.3
39	3	Таблица У.3
40	3	Таблица У.3
41	3	Таблица У.3
42	3	Таблица У.3
43	3	Таблица У.3
44	3	Таблица У.3
45	2	Таблица У.2
46	2	Таблица У.2
47	2	Таблица У.2
48	2	Таблица У.2
49	3	Таблица У.3
50	1	Таблица У.1
51	3	Таблица У.3
52	3	Таблица У.3
53	3	Таблица У.3
54	2	Таблица У.2

55	2	Таблица У.2
56	2	Таблица У.2
57	1	Таблица У.1
58	2	Таблица У.2
59	2	Таблица У.2
60	3	Таблица У.3
61	1	Таблица У.1
62	2	Таблица У.2
63	2	Таблица У.2
64	2	Таблица У.2
65	2	Таблица У.2
66	3	Таблица У.3
67	3	Таблица У.3
68	1	Таблица У.1
69	2	Таблица У.2
70	2	Таблица У.2
71	3	Таблица У.3
72	3	Таблица У.3
73	3	Таблица У.3
74	3	Таблица У.3
75	3	Таблица У.3
76	3	Таблица У.3
77	3	Таблица У.3
78	2	Таблица У.2
79	2	Таблица У.2
80	2	Таблица У.2
81	3	Таблица У.3
82	1	Таблица У.1
83	2	Таблица У.2
84	2	Таблица У.2
85	3	Таблица У.3
86	1	Таблица У.1
87	2	Таблица У.2
88	3	Таблица У.3
89	3	Таблица У.3
90	1	Таблица У.1
91	3	Таблица У.3
92	2	Таблица У.2
93	2	Таблица У.2
94	2	Таблица У.2
95	2	Таблица У.2
96	2	Таблица У.2
97	2	Таблица У.2

98	2	Таблица У.2
99	3	Таблица У.3
100	2	Таблица У.2
101	3	Таблица У.3
102	2	Таблица У.2
103	3	Таблица У.3
104	2	Таблица У.2
105	3	Таблица У.3
106	2	Таблица У.2
107	3	Таблица У.3
108	2	Таблица У.2
109	3	Таблица У.3
110	2	Таблица У.2
111	2	Таблица У.2
112	2	Таблица У.2
113	2	Таблица У.2
114	3	Таблица У.3
115	2	Таблица У.2
116	2	Таблица У.2
117	2	Таблица У.2
118	3	Таблица У.3
119	3	Таблица У.3
120	2	Таблица У.2
121	2	Таблица У.2
122	2	Таблица У.2
123	2	Таблица У.2
124	2	Таблица У.2
125	1	Таблица У.1
126	1	Таблица У.1
127	2	Таблица У.2
128	3	Таблица У.3
129	2	Таблица У.2
130	2	Таблица У.2
131	2	Таблица У.2
132	3	Таблица У.3
133	2	Таблица У.2
134	3	Таблица У.3
135	3	Таблица У.3
136	3	Таблица У.3
137	3	Таблица У.3
138	3	Таблица У.3
139	3	Таблица У.3
140	2	Таблица У.2

141	2	Таблица У.2
142	2	Таблица У.2
143	2	Таблица У.2
144	3	Таблица У.3
145	1	Таблица У.1
146	3	Таблица У.3
147	3	Таблица У.3
148	3	Таблица У.3
149	2	Таблица У.2
150	2	Таблица У.2
151	2	Таблица У.2
152	1	Таблица У.1
153	2	Таблица У.2
154	2	Таблица У.2
155	3	Таблица У.3
156	3	Таблица У.3
157	1	Таблица У.1
158	2	Таблица У.2
159	1	Таблица У.1
160	2	Таблица У.2
161	2	Таблица У.2
162	2	Таблица У.2
163	3	Таблица У.3
164	3	Таблица У.3
165	1	Таблица У.1
166	2	Таблица У.2
167	2	Таблица У.2
168	3	Таблица У.3
169	3	Таблица У.3
170	3	Таблица У.3
171	3	Таблица У.3
172	3	Таблица У.3
173	3	Таблица У.3
174	2	Таблица У.2
175	2	Таблица У.2
176	2	Таблица У.2
177	3	Таблица У.3
178	1	Таблица У.1
179	2	Таблица У.2
180	2	Таблица У.2
181	3	Таблица У.3
182	1	Таблица У.1
183	2	Таблица У.2

184	3	Таблица У.3
185	3	Таблица У.3
186	1	Таблица У.1
187	3	Таблица У.3
188	2	Таблица У.2
189	2	Таблица У.2
190	2	Таблица У.2
191	2	Таблица У.2
192	2	Таблица У.2
193	2	Таблица У.2
194	2	Таблица У.2
195	2	Таблица У.2
196	2	Таблица У.2
197	2	Таблица У.2
198	2	Таблица У.2
199	2	Таблица У.2
200	2	Таблица У.2
201	2	Таблица У.2
202	2	Таблица У.2
203	2	Таблица У.2
204	2	Таблица У.2
205	2	Таблица У.2
206	2	Таблица У.2
207	2	Таблица У.2
208	2	Таблица У.2
209	2	Таблица У.2
210	2	Таблица У.2
211	2	Таблица У.2
212	3	Таблица У.3
213	3	Таблица У.3
214	1	Таблица У.1
215	3	Таблица У.3
216	3	Таблица У.3
217	2	Таблица У.1
218	2	Таблица У.1
219	2	Таблица У.1
220	2	Таблица У.1
221	2	Таблица У.1
222	2	Таблица У.1

ДОДАТКОК Ф

**ЗНАЧЕННЯ ОЧІКУВАНИХ ВУЗЛОВИХ ПЕРЕМІЩЕНЬ, ОДЕРЖАНИХ
У РЕЗУЛЬТАТІ ЧИСЕЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ОРА ЛЮДИНИ**

Нижче, в Таблиці Ф.1, наведено очікувані значення вузлових переміщень, одержаних шляхом чисельного моделювання роботи нижньої частини ОРА людини методом скінченних елементів у програмному середовищі ПК ЛІРА-САПР.

Таблиця Ф.1 – Значення очікуваних вузлових переміщень ОРА людини

Номера вузлів скінченно- елементної моделі	Переміщення вузлів скінченно- елементної моделі по осі O_x (мм)	Переміщення вузлів скінченно- елементної моделі по осі O_y (мм)	Переміщення вузлів скінченно- елементної моделі по осі O_z (мм)
1	0	0	0
2	0	0	0
3	0	0	0
4	0	0	0
5	0	0	0
6	0	0	0
7	0	0	0
8	0	0	0
9	0	0	0
10	0	0	0
11	0.006538	0.047553	-0.019585
12	0.022821	0.043947	0.00022
13	0	0	0
14	-0.007478	0.048888	-0.081764
15	0.018352	0.046055	-0.022829
16	-2.778324	-2.922765	-2.343576
17	0.096858	0.22486	0.335559
18	-0.075162	0.199215	-0.138305
19	2.065738	-6.650303	1.10226
20	0.902932	1.815213	0.563163
21	0.474175	0.918235	-0.264551
22	-5.933102	-9.814687	0.373772

23	-12.422395	0.933499	-0.097579
24	0.421859	-1.187605	-0.223771
25	-12.460092	-1.206617	-0.074066
26	-6.433193	-9.88198	-0.23471
27	-51.299557	-1.139891	-1.210208
28	-49.450142	-1.839272	-4.438764
29	-49.440735	-1.035391	0.87734
30	-60.257835	-0.185797	-1.987695
31	0	0	0
32	0	0	0
33	0	0	0
34	0	0	0
35	0	0	0
36	0	0	0
37	0	0	0
38	0	0	0
39	0	0	0
40	0	0	0
41	0.006538	-0.047553	-0.019586
42	0.022821	-0.043947	0.00022
43	0	0	0
44	-0.007478	-0.048889	-0.081764
45	0.018352	-0.046056	-0.022829
46	-2.778321	2.922775	-2.343581
47	0.096863	-0.224863	0.335546
48	-0.075165	-0.19922	-0.138322
49	2.065752	6.650329	1.102257
50	0.902899	-1.815149	0.563143
51	0.474646	-0.91825	-0.264552
52	-5.932654	9.814711	0.373714
53	-12.42197	-0.933514	-0.097578
54	0.422341	1.187598	-0.223784
55	-12.459655	1.20661	-0.074078
56	-6.432711	9.882008	-0.234757
57	-51.299664	1.139844	-1.210228
58	-49.450157	1.839192	-4.438805
59	-49.440758	1.035378	0.87734
60	-60.257923	0.185751	-1.987714
61	-50.438625	-0.016052	4.231835
62	-50.43866	0.016028	4.231826
63	-57.871426	-0.33401	-7.126762
64	-57.871487	0.333932	-7.126774

65	-58.784634	-4.1E-005	-8.861127
66	-69.302452	0.003791	-8.849124
67	-69.302475	-0.003862	-8.84913
68	-74.001251	0.276834	-4.37469
69	-74.001358	-0.276877	-4.374713
70	-65.281776	0.137823	9.272305
71	-65.281868	-0.137796	9.272283
72	-58.149651	-3.00E-06	5.483756

ДОДАТОК Х

Таблиця Х.1 – Орієнтовний комплексний терапевтичних вправ

№	В.п.	Зміст	Дозування	Методичні вказівки
1. Дихальні, загальнорозвиваючі вправи				
1.	Лежачи на спині.		5–6 повторів; 1–2 підходи.	Із В.п. повільно підтягувати КС до грудей, обхоплюючи їх двома руками. У кінцевому положенні виконати коротке напруження м'язів черевного пресу з кількома спокійними вдихами та видихами, після чого плавно повернутися у вихідне положення. Рухи виконуються у повільному темпі, без ривків, з рівномірним диханням. Вправа сприяє активації м'язів тулуба та нижніх кінцівок і використовується як елемент підготовки до подальших навантажень.
2.	Напівсидячи, руки в упорі позаду тулуба.		10–15 рухів кожною ногою; 1–2 підходи.	Із В.п. виконуються по чергові рухи нижніми кінцівками, що імітують обертання педалей велосипеда. Рухи здійснюються у повільному або середньому темпі з рівномірним диханням, спрямованим у міжреберну область. М'язи черевного пресу утримуються в активному напруженні, тулуб стабільний, без розгойдувань. Вправа використовується як елемент розминки з метою активації м'язів нижніх кінцівок і тулуба та підготовки до подальших функціональних навантажень.
3.	Поза «стола».	 Вправа «Кішка–корова» (Пілатес)	6–8 разів; 1–2 підходи.	У В.п. на вдиху виконувати плавне прогинання хребта з підйомом голови та грудної клітки («корова»). На видиху — округлювати спину з опусканням голови та активацією м'язів черевного пресу («кішка»). Рухи виконуються у повільному, контрольованому темпі з синхронізацією дихання.

Продовження Табл. X.1

4.	Лежачи на спині	 <p>Прогресивне м'язове напруження і розслаблення</p>	5 повторів; 2 р день	<p>Із вихідного положення виконується почергове тильне та підшовне згинання стоп із подальшим прогресивним напруженням м'язів, починаючи з нижніх кінцівок. Напруження утримується протягом 5 секунд із наступним розслабленням тривалістю 5 секунд. Паралельно здійснюється розслаблення м'язів обличчя: очі широко розкриваються з підняттям брів, після чого відбувається повне розслаблення. Вправа виконується у повільному темпі з акцентом на усвідомлений контроль напруження та розслаблення, дихання вільне.</p>
2. Вправи для збільшення сили та тонуусу м'язів стегна				
5.	Сидячи на стільці; спина випрямлена, таз стабільно спирається на сидіння, стопи розміщені на підлозі, руки — на опорі стільця з боків тулуба.	 <p>Випрямити ноги і підняти їх над підлогою</p>	5 повторів; 2 р день	<p>Вправа виконується у положенні сидячи з випрямленням нижніх кінцівок у КС та утриманням їх над рівнем підлоги. Рух здійснюється у повільному контрольованому темпі, без ривкових рухів і компенсаційних нахилів тулуба. Амплітуда розгинання обмежується функціонально допустимими кутами згинання КС з метою недопущення зростання внутрішніх зусиль у його структурах. Акцент робиться на рівномірній активації м'язів передньої поверхні стегна без фіксації дихання. У разі появи больових відчуттів навантаження коригується або вправа припиняється.</p>
6.	Лежачи на животі	 <p>Піднімаємо по черзі 1 ногу на 3 рахунки</p>	5 повторів; 2 р день	<p>Почергове піднімання випрямленої нижньої кінцівки виконується у повільному контрольованому темпі з малою амплітудою. Положення тулуба стабільне, без прогинання в поперековому відділі та ротації тазу. Акцент робиться на активації м'язів задньої поверхні стегна та сідничних м'язів при мінімальному навантаженні на структури КС. Дихання вільне, без затримки.</p>

Продовження Табл. X.1

7.	Лежачи на боку	 <p>Піднімаємо по черзі 1 ногу на 3 рахунки</p>	5 повторів; 2 р день	Піднімання випрямленої нижньої кінцівки виконується у повільному контрольованому темпі. Тулуб стабілізований, без нахилів і ротацій, таз зафіксований. Рух здійснюється з акцентом на активацію відвідних м'язів стегна.
3. Вправи для збільшення амплітуди руху колінного суглобу				
8.	Стоячи, ноги на ширині плечей, руки на поясі.	Roll up (Пілатес)	5 повторів; 2 р день	Виконуючи вправу, пацієнтка повільно здійснює нахил тулуба в бік без ротації корпусу, з контролем положення плечового пояса та стабільного положення таза. Рух виконується у повільному темпі з послідовним залученням м'язів тулуба та спини, без ривків і компенсаційних рухів. Амплітуда нахилу обмежується функціонально допустимим діапазоном, що не спричиняє дискомфорту в КС. Дихання вільне, синхронізоване з рухом.
9.	Сидячи, стопи зведені разом, коліна розведені в сторони, спина випрямлена.	«Метелик» (Пілатес)	5 повторів; 2 р день	Із В.п. виконується легке контрольоване натиснення руками на стегна з метою м'якого збільшення розведення колін. Рух здійснюється у повільному темпі, без пружинних рухів і больових відчуттів. Положення тулуба стабільне, без округлення спини. Вправа спрямована на покращення рухливості тазостегнових суглобів і розтягнення привідних м'язів стегна при мінімальному навантаженні на КС. Дихання вільне, без затримки.
10.	Лежачи на спині		5 повторів; 2 р день	Із В.п. повільно підтягувати одну нижню кінцівку, зігнуту в КС, до грудей, водночас іншу ногу максимально витягувати вздовж підлоги з активним тильним згинанням стопи. Під час виконання вправи поперековий відділ хребта притискається до опори, що забезпечує додаткове розтягнення м'язів спини та тазостегнової ділянки. Рух виконується у повільному контрольованому темпі, без ривків.

Продовження Табл. X.1

11.	<p>Лежачи на спині, руки розведені в сторони, плечі притиснуті до опори, нижні кінцівки зігнуті в колінних суглобах.</p>	 <p>Піднімаємо зігнуті ноги в колінах, робимо вдих і на видиху кладемо ноги вправо, а поглядом дивимось вліво, не відриваючи плечей від підлоги; рахуємо до 10 і змінюємо сторону</p>	5 повторів; 2 р день	<p>Із вихідного положення на вдиху нижні кінцівки піднімаються зі збереженням згинання в колінних суглобах. На видиху виконується повільне опускання зігнутих ніг убік із одночасним поворотом голови у протилежний бік за умови збереження контакту плечового пояса з опорою. Положення утримується до 10 секунд, після чого вправа виконується у протилежний бік. Рух здійснюється у контрольованому темпі, без ривків і відриву плечей від підлоги. Акцент робиться на мобілізації хребта та м'язів тулуба при мінімальному навантаженні на колінні суглоби. Дихання вільне, синхронізоване з фазами руху.</p>
4.Вправи на рівновагу та координацію, вправи на витривалість, на стабілізацію				
12.	<p>Стоячи, ноги на ширині плеч; у разі необхідності — полегшене вихідне положення сидячи.</p>	 <p>Підйом коліна до кута 90° (модифікація вправи «dead bug», пілатес)</p>	6–8 повторів; 2 підходи.	<p>Із В.п. виконується повільний контрольований підйом однієї нижньої кінцівки зі згинанням у кульшовому та КС до кута приблизно 90°. Тулуб утримується у стабільному положенні без нахилів і ротацій, таз нейтральний. Рух виконується у повільному темпі з акцентом на активацію м'язів-стабілізаторів тулуба та кульшового суглоба при збереженні мінімального навантаження на колінний суглоб. Дихання вільне, без затримки. За потреби вправа виконується у положенні сидячи для зменшення навантаження та полегшення контролю руху.</p>
13.	<p>Стоячи, ноги на ширині плеч; за потреби — полегшене вихідне положення сидячи.</p>	<p>Розгинання гомілковостопного суглоба назовні</p>	6–8 повторів; 2 підходи	<p>Із В.п. виконується контрольоване розгинання гомілковостопного суглоба з відведенням стопи назовні. Рух здійснюється у повільному темпі з фіксацією стабільного положення тулуба та таза, без ротацій і компенсаційних рухів.</p>

Продовження Табл. X.1

14.	Стоячи, ноги на ширині плеч, руки за головою; коліна злегка зігнуті, спина рівна, тулуб витягнутий уздовж осі хребта за маківкою.		10–20 секунд; 2–3 підходи (тривалість поступово збільшується відповідно до зростання м'язової витривалості).	Із В.п. виконуються мікропідйоми тіла за рахунок легкого відриву п'яток від підлоги без виконання повноцінних стрибків. Рух здійснюється у контрольованому темпі з «м'якими» колінами, без фіксації у розігнутому положенні. Положення тулуба стабільне, без нахилів і ротацій, із збереженням осевого витягнення хребта. Навантаження спрямоване на розвиток координації та м'язової витривалості нижніх кінцівок без надмірного осевого впливу на КС. Дихання вільне, без затримки.
15.	Стоячи, ноги разом, руки на поясі; на підлозі окреслена пряма лінія, вихідне положення — збоку від лінії на відстані приблизно 30 см.		6–8 повторів у кожен бік; 2 підходи.	Із В.п. виконуються контрольовані бічні кроки з переходом з однієї сторони лінії на іншу. Рух здійснюється у повільному або середньому темпі з «м'якими» колінами, без різких поштовхів і стрибкових елементів. Тулуб утримується у вертикальному положенні зі збереженням осевого витягнення хребта за маківкою, без нахилів і ротацій. Вправа спрямована на покращення координації, латеральної стабільності та контролю положення нижніх кінцівок при помірному навантаженні на КС. Дихання вільне, без затримки.
16.	Стоячи, ноги на ширині плеч; за потреби — полегшене вихідне положення сидячи.	Розгинання гомілковостопного суглоба назовні	6–8 повторів; 2 підходи	Із В.п. виконується контрольоване розгинання гомілковостопного суглоба з відведенням стопи назовні. Рух здійснюється у повільному темпі з фіксацією стабільного положення тулуба та таза, без ротацій і компенсаційних рухів. Акцент робиться на активації м'язів гомілки та покращенні контролю положення стопи при мінімальному навантаженні на КС. Дихання вільне, без затримки. У разі ускладнення контролю руху вправа виконується у положенні сидячи.

Продовження Табл. X.1

17.	Лежачи на спині, руки вздовж тулуба.	 <p>Вправа «Круг однією ногою» (The One Leg Circle, Пілатес)</p>	4–6 разів кожною нижньою кінцівкою; 1–2 підходи.	<p>На видиху зігнути нижню кінцівку в КС та виконати контрольований рух у бік протилежної сторони з дотиком до підлоги, за потреби допомагаючи собі витягнутою рукою. Після цього повільно повернутися у В.п.. Рухи виконуються у повільному темпі, з постійним контролем положення таза, активним утриманням м'язів черевного пресу та збереженням рівномірного діафрагмального дихання. Вправу виконувати по чергово кожною нижньою кінцівкою.</p> <p>МВ: вправа виконується у трьох рівнях складності: I рівень — зменшена амплітуда руху та часткова опора ноги на підлогу; II рівень — повна амплітуда руху з контролем стабілізації таза; III рівень — збільшення амплітуди руху та тривалості контролю положення без допоміжної опори.</p>
18.	Терапевтична вправа на розкриття грудного та шийного відділів хребта		4–6 разів кожною верхньою кінцівкою; 1–2 підходи.	3 В.п. на вдиху повільно піднімати одну верхню кінцівку вгору з одночасним розворотом грудної клітки та поглядом у напрямку руху руки. На видиху контрольовано повертатися у вихідне положення та змінювати сторону. Під час виконання вправи необхідно постійно зберігати нейтральне положення поперекового відділу хребта, уникаючи надмірного прогинання або округлення спини.
19.	Поза «стола»	 <p>Терапевтична вправа у позі «стола» з контралатеральним витягненням</p>	4–6 разів кожною стороною; 1–2 підходи.	Виконати вдих, активізувати м'язи черевного пресу. На видиху повільно витягнути праву верхню кінцівку та ліву нижню кінцівку, здійснюючи осьове витягнення тіла. Утримувати положення протягом кількох секунд, після чого контрольовано повернутися у вихідне положення та змінити сторону. Під час виконання вправи необхідно постійно зберігати нейтральне положення поперекового відділу хребта

Продовження Табл. X.1

20.	Лежачи на спині, руки вздовж тулуба.	 <p>Вправа «Плечовий міст» (Shoulder Bridge, Пілатес)</p>	6–8 разів; 1–2 підходи.	<p>На вдиху повільно піднімати таз, відриваючи сідниці від підлоги, та переходити у положення плечового мосту. Утримувати позицію протягом кількох секунд із збереженням рівномірного діафрагмального дихання. На видиху контролювано, сегментарно опускати у В.п. та виконувати коротку паузу для відпочинку. Вправа виконується у повільному темпі, без перенапруги та з контролем положення хребта.</p> <p>МВ: вправа виконується у трьох рівнях складності: I рівень — підйом таза з коротким утриманням положення та опорою обох стоп на підлогу; II рівень — збільшення часу утримання плечового мосту з активною стабілізацією тулуба; III рівень — виконання вправи з підняттям однієї нижньої кінцівки у положенні плечового мосту з подальшою зміною сторін, за умови збереження стабільності таза.</p>
5. Вправи на зміцнення м'язів черевного пресу				
21.	Лежачи на спині.	 <p>Вправа «Сотня» (The Hundred, Пілатес)</p>	1 підхід, 30–50 пульсуючих рухів руками (залежно від рівня підготовленості; із поступовим збільшенням до 100).	<p>Виконувати з контролем дихання; на вдиху – підйом верхньої частини тулуба, на видиху – стабілізація положення; стегна та попереку у нейтральному положенні, колінні суглоби – у положенні table top; дихання діафрагмальне, ритмічне.</p> <p>МВ: вправа виконується у трьох рівнях складності залежно від функціонального стану пацієнтки: I рівень – з опорою стоп на підлогу та мінімальною амплітудою рухів рук; II рівень – у положенні table top з контрольованою амплітудою рухів верхніх кінцівок; III рівень – з підвищеним часом утримання положення та активною роботою м'язів-стабілізаторів тулуба.</p>

Продовження Табл. X.1

22.	Лежачи на спині, руки на підлозі вздовж тулуба.	 <p>Вправа «Roll up» (Пілатес)</p>	4–6 разів; 1–2 підходи (залежно від функціональ ного стану).	<p>На видиху повільно, послідовно піднімати хребет, переходячи у положення напівсидячи; рух виконується сегментарно, з контролем положення таза та без ривків. Повернення у В.п. здійснюється повільно, з округленням спини та поступовим укладанням хребта на опору. Дихання рівномірне, діафрагмальне.</p> <p>МВ: вправа виконується у трьох рівнях складності: I рівень – з частковою амплітудою підйому тулуба або з допоміжною опорою рук; II рівень – повний підйом у положення напівсидячи з контрольованим поверненням у в.п.; III рівень – з уповільненим темпом виконання та підвищеним контролем стабілізації тулуба.</p>
23.	Напівлежачи на спині, голова опущена, нижні кінцівки зігнуті в колінних суглобах і обхоплені руками.	 <p>«Крісло-качалка» (Rocker With Open Legs, Пілатес)</p>	4–6 разів; 1–2 підходи	<p>На видиху виконувати скручування тулуба з обхватом колін руками та плавне перекичування назад по хребту; на вдиху — контрольоване повернення у вихідне положення. Рухи виконуються без ривків, у повільному темпі, з акцентом на міжреберне дихання та збереження контролю положення тулуба.</p> <p>МВ: вправа виконується у трьох рівнях складності залежно від функціонального стану пацієнтки: I рівень — перекичування з обмеженою амплітудою та скороченим діапазоном руху; II рівень — повне перекичування назад і повернення у вихідне положення з контролем стабілізації тулуба; III рівень — виконання вправи з більшою амплітудою руху та уповільненим темпом для підвищення навантаження на м'язи-стабілізатори.</p>

Продовження Табл. X.1

24.	Сидячи на підлозі, нижні кінцівки зігнуті в колінних суглобах, руками обхопити коліна.	 <p>Терапевтична вправа з підйомом нижніх кінцівок і верхніх кінцівок</p>	4–6 разів; 1–2 підходи.	<p>На видиху повільно піднімати прямі нижні кінцівки та верхні кінцівки максимально вгору з одночасною стабілізацією тулуба; на вдиху — контрольовано повертатися у вихідне положення, не торкаючись кінцівками підлоги. Рухи виконуються у повільному темпі, без ривків, з рівномірним міжреберним диханням.</p> <p>МВ: вправа виконується у трьох рівнях складності: I рівень — підйом нижніх кінцівок з частковою амплітудою або з опорою стоп на підлогу; II рівень — підйом прямих нижніх кінцівок і верхніх кінцівок із збереженням стабілізації тулуба; III рівень — збільшення часу утримання положення з активною роботою м'язів-стабілізаторів.</p>
25.	Лежачи на спині, руки за головою, лікті спрямовані в боки.	 <p>Вправа «Criss-Cross», (Пілатес)</p>	6–10 разів (по 3–5 разів у кожен бік); 1–2 підходи.	<p>З В.п. підняти нижні кінцівки, зігнуті в КС, у положення table top. Одночасно виконувати скручування тулуба з дотягуванням коліна до протилежного ліктя, зберігаючи контроль положення таза та стабілізацію поперекового відділу хребта. Рухи виконуються у повільному темпі, без ривків, з рівномірним міжреберним диханням.</p> <p>МВ: вправа виконується у трьох рівнях складності: I рівень — виконання вправи з опорою однієї стопи на підлогу або зі зменшеною амплітудою скручування; II рівень — виконання у положенні table top з контрольованою амплітудою рухів; III рівень — збільшення кількості повторень та часу утримання скручування з активною роботою м'язів-стабілізаторів.</p>

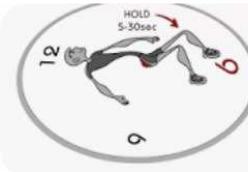
Продовження Табл. X.1

26.	Лежачи на спині на підлозі, руки вздовж тулуба.		6–10 разів; 1–2 підходи (залежно від функціонального стану).	<p>З В.п. повільно піднімати витягнуті нижні кінцівки та спрямовувати їх у бік голови, зберігаючи контроль положення таза і поперекового відділу хребта. У кінцевому положенні утримувати позицію протягом кількох секунд, після чого плавно, сегментарно опускати хребет і нижні кінцівки у вихідне положення.</p> <p>МВ: вправа виконується у трьох рівнях складності: I рівень — підйом нижніх кінцівок до вертикального положення без переходу за лінію таза; II рівень — підйом нижніх кінцівок до голови з коротким утриманням положення; III рівень — повне виконання вправи з уповільненим темпом та підвищеним контролем стабілізації тулуба.</p>
27.	Напівлежачи на крижах, нижні кінцівки та верхня частина тулуба утримуються у стані рівноваги.	 <p>Терапевтична вправа у положенні рівноваги</p>	4–6 разів; 1–2 підходи.	<p>З положення напівлежачи на крижах повільно згинати одну нижню кінцівку в КС та охоплювати її руками, утримуючи положення протягом кількох секунд. Після цього плавно випрямлятися, повертаючись у вихідне положення з контролем положення тулуба. Рухи виконуються у повільному темпі, без ривків, із рівномірним міжреберним диханням та збереженням стабілізації поперекового відділу хребта.</p> <p>МВ: вправа виконується у трьох рівнях складності: I рівень — виконання з частковою амплітудою руху та коротким утриманням положення; II рівень — повне виконання вправи з контрольованим згинанням і розгинанням нижніх кінцівок; III рівень — збільшення часу утримання положення рівноваги та підвищений контроль м'язів-стабілізаторів тулуба.</p>

Продовження Табл. X.1

28.	Лежачи на животі, руки за спиною з'єднані в «замок», нижні кінцівки зігнуті в колінних суглобах і притиснуті до тіла.		4–6 разів; 1–2 підходи.	З в.п. повільно виконувати розгинання тулуба з одночасним витягненням верхніх і нижніх кінцівок. Рухи виконуються у повільному темпі, без ривків, із збереженням контролю положення хребта. МВ: вправа виконується у трьох рівнях складності: I рівень — часткове розгинання тулуба з коротким утриманням положення; II рівень — повне розгинання тулуба з утриманням позиції протягом 3–5 секунд; III рівень — збільшення часу фіксації положення та підвищений контроль м'язів-розгиначів тулуба і стабілізаторів.
6. Вправи для покращенню компонентного складу тіла				
29.	Стоячи біля опори або стільця; стопи на ширині плечей; коліна злегка зігнуті.	Терапевтична вправа у положенні стоячи	8–12 повторень; 2 підходи.	Виконуються контрольовані рухи з використанням маси тіла у помірному темпі та обмеженій амплітуді. Колінні суглоби не фіксуються у крайніх положеннях. Вправа спрямована на залучення великих м'язових груп без створення ударних навантажень на КС.
30.	Лежачи або стоячи з опорою; КС у нейтральному положенні.	Терапевтична вправа у положенні лежачи/стоячи	15–20 повторень; 2–3 підходи.	Виконуються ритмічні рухи у гомілковостопних суглобах (згинання–розгинання) або контрольовані підйоми на носки з опорою. Вправа сприяє стимуляції венозного відтоку та локального кровообігу без перевантаження КС.
31.	Лежачи на спині; ноги зігнуті в КС; стопи на опорі; таз у нейтральному положенні; руки вздовж тулуба.	 (bent knee fall out, Пілатес)	8–12 повторень кожною ногою; 2 підходи.	Із В.п. виконується повільне відведення коліна вбік із подальшим поверненням у вихідне положення за умови стабільного положення таза та тулуба. Рух здійснюється у контрольованому темпі, без компенсаторних рухів у поперековому відділі хребта. Вправа спрямована на розвиток координації, контролю рухів у КС та м'якої динамічної стабілізації без осьового навантаження. Дихання вільне.

Продовження Табл. X.1

32.	Лежачи на спині; ноги зігнуті в КС, стопи на підлозі на ширині таза; руки вздовж тулуба; хребет у нейтральному положенні; голова та плечі розслаблені.	Терапевтична вправа у положенні лежачи/стоячи	8–10 дихальних циклів; 2–3 підходи.	Виконується повільний контрольований вдих через ніс із розширенням грудної клітки та активацією діафрагмального дихання, на видиху — м'яке залучення глибоких м'язів живота з легким притисканням поперекового відділу до опори (imprint) та подальшим поверненням у нейтральне положення (release). Рухи виконуються плавно, без напруження шийного відділу. Навантаження спрямоване на активацію глибокої стабілізації мускулатури тулуба та зниження загального м'язового напруження. Дихання без затримки.
33.	Лежачи на спині; ноги зігнуті в КС; стопи на опорі; руки вздовж тулуба; положення голови нейтральне.	 <p>(pelvic tilt, pelvic clock, Пілатес)</p>	8–12 повторень; 2 підходи.	Із В.п. виконуються повільні рухи таза у сагітальній площині (pelvic tilt) та у вигляді контрольованих кругових переміщень (pelvic clock) з мінімальною амплітудою. Рухи здійснюються у повільному темпі з постійним контролем положення поперекового відділу хребта. Забороняються різкі рухи та надмірна амплітуда. Вправа спрямована на покращення стабільності попереково-тазового комплексу та оптимізацію рухового контролю без осьового навантаження на КС.
34.	Лежачи на спині; одна або обидві ноги зігнуті в КС; стопи на опорі; таз стабільний; руки вздовж тулуба.	 <p>(Leg slides, single leg lift, Пілатес)</p>	8–10 повторень кожною ногою; 2–3 підходи.	Виконується ковзання стопи по опорі (leg slides) або поетапне піднімання однієї ноги (single leg lift) з контролем амплітуди рухів у КС та стабільним положенням таза. Рухи виконуються плавно, без ривків, із збереженням нейтрального положення хребта. Навантаження дозується індивідуально. Вправа спрямована на активацію м'язів нижніх кінцівок без створення осьових та ударних навантажень на КС.

Продовження Табл. X.1

35.	Сидячи або лежачи; одна нога випрямлена; таз стабільний.	Терапевтична вправа у положенні сидячи/лежачи	15–30 секунд утримання; 2–3 повторення.	Виконується м'яке динамічне розтягнення м'язів стегна та гомілки у безболісному діапазоні. Положення КС контрольоване, без гіперекстензії. Вправа спрямована на зниження м'язового напруження та покращення еластичності м'язових тканин.
36.	Основна стійка	Ходьба по залу в комфортному темпі	40 с	Корпус прямий, дихання рівне, без поспіху.
37.	Основна стійка	Ходьба з перекатом стопи “п'ята–носок”.	30 с	Контроль положення стоп, коліна в одній осі.
38.	Основна стійка	Приставний крок вправо/вліво.	30 с	Темп помірний, коліна м'які, без болю.
39.	Основна стійка	Ходьба з м'яким підніманням коліна до комфортного рівня.	30 с	Амплітуда без болю, не форсувати згинання КС.
40.	Стоячи, руки на поясі	Перенесення ваги тіла з ноги на ногу.	10 разів	Таз стабільний, рух контрольований.
41.	Стоячи біля опори	Відведення прямої ноги назад.	12 разів/нога	Корпус не нахилити, дихання рівне.
42.	Стоячи біля опори	Відведення прямої ноги в сторону.	12 разів/нога	Не завальовати таз, стопа паралельна.
43.	Стоячи біля опори.	Згинання ноги в коліні (мала амплітуда).	10 разів/нога	Без ривків, уникати болю в КС.
44.	Стоячи біля опори	Підйом на носки з паузою 1–2 с.	15 разів	Рух плавний, не “падати” на п'яти.
45.	Стоячи, руки вперед.	Напівприсідання до комфортного кута.	8–10 разів	Коліна над стопами, спина пряма.
46.	Стоячи, палиця в руках перед грудьми	Повороти тулуба вправо/вліво.	20 разів	Таз стабільний, рух без різкості. Інвентар: гімнастична палиця.
47.	Стоячи, палиця над головою	Підйом палиці вгору – опустити до рівня грудей	10 разів	Плечі не піднімати, дихання ритмічне. Інвентар: гімнастична палиця.

Продовження Табл. X.1

48.	Стоячи, палиця за спиною (в ліктях)	Розкриття грудної клітки, зведення лопаток.	10 разів	Корпус рівний, без прогину попереку. Інвентар: гімнастична палиця.
49.	Стоячи, палиця перед собою	Нахил корпусу вперед до комфортного рівня.	8 разів	Коліна не згинати глибоко, спина рівна. Інвентар: гімнастична палиця.
50.	Стоячи, палиця в руках	“Крок назад” з мінімальною амплітудою (опора на палицю).	8 разів/нога	Коліно над стопою, без болю. Інвентар: гімнастична палиця (опора).
51.	Стоячи, медбол біля грудей	Підйом медболу вгору – повернення.	10 разів	Темп середній, дихання рівне. Інвентар: медбол 1–2 кг.
52.	Стоячи, медбол в руках	Перекладання медболу з руки в руку перед собою.	20 разів	Корпус стабільний, не сутулитися. Інвентар: медбол 1–2 кг.
53.	Стоячи, медбол в руках	Поворот корпусу + перенесення медболу вправо/вліво.	16 разів	Без скручувань у колінах, рух контрольований. Інвентар: медбол 1–2 кг.
54.	Стоячи, медбол на рівні живота	Легкий нахил вперед – повернення.	8 разів	Не “висіти” на спині, амплітуда мала. Інвентар: медбол 1–2 кг.
55.	Сидячи на стільці, медбол у руках	Підйом медболу вперед-вгору до рівня очей.	10 разів	Спина пряма, шию не напружувати. Інвентар: медбол 1–2 кг.
56.	Сидячи на стільці	Розгинання гомілки в КС (по черзі).	10 разів/нога	Рух плавний, без кінцевого “дожиму”.
57.	Сидячи на стільці	Почергове піднімання колін (марш).	12 разів/нога	Темп середній, коліно не піднімати різко.
58.	Сидячи, гумка на стопах	Тильне згинання стопи (носок на себе).	12 разів/нога	Контрольовано, без судом. Інвентар: еластична стрічка/гумка.
59.	Сидячи, гумка на колінах	Розведення колін у сторони (активація сідничних).	12 разів	Не нахилитися, темп повільний. Інвентар: еластична стрічка/гумка (над колінами).
60.	Стоячи, гумка над колінами	Кроки вбік з малою амплітудою.	8 кроків × 2	Коліна не “зводити” всередину. Інвентар: еластична стрічка/гумка (над колінами).

Кінець Табл. X.1

61.	Стоячи, гумка на щиколотках	Відведення ноги назад.	10 разів/нога	Корпус стабільний, без прогину. Інвентар: еластична стрічка/гумка.
62.	Стоячи, гумка на щиколотках	Відведення ноги в сторону.	10 разів/нога	Контроль тазу, коліно не «провалювати». Інвентар: еластична стрічка/гумка
63.	Лежачи на спині	Похил таза + активація м'язів живота.	10 разів	Дихання без затримки, рух малий.
64.	Лежачи на спині, гумка над колінами	“Місток” з утриманням 2 с.	10 разів	Не прогинати поперек, контроль колін. Інвентар: мінірезинка/гумка (над колінами).
65.	Лежачи на боці, гумка над колінами	“Ракушка” (clamshell).	12 разів/бік	Таз не розвертати, рух плавний. Інвентар: мінірезинка/гумка (над колінами).
66.	Лежачи на боці	Підйом прямої ноги в сторону (мала амплітуда).	10 разів/бік	Не завальовати корпус, контрольований темп
67.	Лежачи на спині, медбол між колінами	Стискання медболу колінами.	10 разів по 3 с	Без болю, дихання рівне. Інвентар: медбол 1–2 кг.
68.	Лежачи на спині	“Велосипед” у щадному темпі.	30–40 с	Без болю, не піднімати голову
69.	Стоячи, палиця як опора	Розтягнення задньої поверхні стегна (легкий нахил).	20–30 с/нога	Без “пружинення”, комфортна амплітуда. Інвентар: гімнастична палиця (опора).
70.	Лежачи на спині	Дихальна релаксація, відновлення.	60 с	Дихання повільне, контроль самопочуття

ДОДАТОК Ц

**ІНФОРМАЦІЙНО-НАВЧАЛЬНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ЗАГАЛЬНОЇ
ФІЗИЧНОЇ АКТИВНОСТІ**

1. Загальну фізичну активність **рекомендовано здійснювати щоденно**, з урахуванням індивідуальних антропометричних показників, рівня фізичної підготовленості та функціонального стану колінних суглобів.

2. **Рівень інтенсивності** фізичної активності доцільно підтримувати у помірному діапазоні, що забезпечує підвищення енергетичних витрат без створення осьових та ударних навантажень на колінні суглоби.

3. Рекомендовано надавати перевагу **циклічним формам рухової активності** (дозована ходьба, повторювані рухи нижніх кінцівок у полегшених умовах), які сприяють активації обмінних процесів.

4. Загальну фізичну активність доцільно **рівномірно розподіляти протягом дня**, уникаючи тривалих періодів гіподинамії.

5. Орієнтовний **добовий обсяг** рухової активності рекомендовано оцінювати за кількістю кроків, у межах 6–10 тисяч кроків на добу, залежно від індивідуальних можливостей та рівня тренуваності.

6. Під час виконання рухової активності **необхідно контролювати** техніку рухів, положення тулуба та нижніх кінцівок, запобігаючи появі больових відчуттів у колінних суглобах.

7. Фізичну активність рекомендовано поєднувати з **контрольованим диханням**, що сприяє оптимізації метаболічних процесів та зниженню загального м'язового напруження.

8. У разі виникнення або посилення **больового синдрому інтенсивність та тривалість** фізичної активності підлягають негайній корекції.

9. **Рівень загальної фізичної активності** доцільно періодично переглядати з урахуванням динаміки маси тіла, обхватних розмірів та показників функціонального стану.

10. **Загальна фізична активність розглядається як обов'язковий компонент програми фізичної терапії**, що забезпечує підтримку досягнутих результатів та формування сталих рухових звичок.

ДОДАТОК Ш

**ІНФОРМАЦІЙНО-НАВЧАЛЬНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО
ХАРЧУВАННЯ**

1. **Прийоми їжі** рекомендовано здійснювати з інтервалом 3,5-4 години, що сприяє підтриманню стабільного рівня енергії протягом дня та запобігає тривалим періодам голодування.

2. Орієнтовна добова норма споживання води становить **близько 40 мл на 1 кг маси тіла**, але не перевищує **3 л на добу**. У разі труднощів із дотриманням зазначеного об'єму на початковому етапі рекомендовано розпочинати з меншої кількості (близько 1,5 л) із поступовим збільшенням.

3. За наявності відповідних призначень лікаря допускається **використання харчових добавок (зокрема омега-3 жирних кислот)** як допоміжного засобу.

4. Рекомендовано вживати **склянку теплої води вранці натщесерце** як елемент формування регулярного питного режиму.

5. Сніданок доцільно здійснювати **приблизно через 30-60 хвилин після вживання води натщесерце**, що сприяє формуванню структурованого режиму харчування.

6. Основні прийоми їжі (**сніданок, обід, вечеря**) рекомендовано не пропускати, оскільки їх регулярність має значення для підтримання загального функціонального стану організму.

7. У разі виникнення форс-мажорних обставин **допускається пропуск перекусу**, який зазвичай планувався на вибір або перед обідом, або перед вечерею, за умови подальшого відновлення режиму з обов'язковим основним прийомом їжі при першій можливості.

8. Рекомендовано дотримуватися адекватного **режиму сну**, з тривалістю нічного відпочинку 7–8 годин, а також орієнтуватися на засинання у вечірній час не пізніше 23:00, що сприяє відновним процесам в організмі.

9. **Інтервал між вечерею та сніданком** рекомендовано підтримувати на рівні приблизно 10–12 годин, при цьому останній прийом їжі доцільно завершувати не пізніше ніж за 4 години до сну, з метою оптимізації процесів відновлення та обміну речовин.

МЕНЮ НАДЕНЬ 1 ТА 2	
Сніданок 07.30-08.00	<p>Вівсяно млинець - 1 Кава чи чай до 100 мл + одна маленька цукерочка)</p> <p>На 1 млинець: Вівсяні пластівці – 1,5-2 ст. л. Яйця - 1 шт. Молоко - 15 г. Сіль за смаком. Твердий сир – 15-20 г. Помідори (невеликий) - 1 шт. Вівсяні пластівці подрібнити в блендері у велику крихту, але не дуже дрібно. У мисці змішати подрібнені пластівці, яйця, молоко і сіль. Помідори нарізати, сир натерти на крупній тертці. На суху сковороду вилити половину тіста і смажити млинець 3 хвилини з одного боку. Перевернути і обсмажити другу сторону. На половину млинця викласти половину сиру і помідорів. Загорнути вівсяномлинець</p>
Обід 11.30-12.30	<p>Курка та рис (готуємо на два дні)</p> <p>Рецепт на дві порції: Рис – 120 г, куряче філе – 320 г, овочева суміш – 300 г (часто в морозилках продають у магазинах). Рис відварити (+трішки вершкового масла). Овочеве філе порізати, легко обсмажити філе до золотистої скоринки, засипаємо овочі та тішимо разом з м'ясом.</p>
Перекус 15.30-16.00	<p>Горіхи та сухофрукти до 100 гр, кава чи чай до 100-150 мл. (без цукру).</p>
Вечеря 18.30-19.30	<p>Курячі голені – 1 порція (2 шт). Овочі приготовані (буряк відварений, заправлений олією чи тушкована капуста) – 150г Оливкова олія – 1 ст.л.</p> <p>Рецепт на 2 порції голеней. Курячі голені – 4 шт. Голені миємо, солимо та перчимо. Запікаємо в духовці до готовності. Шкіру прибираємо (і годуємо котиків чи собачок на вулиці).</p>

МЕНЮ НАДЕНЬ 3 ТА 9	
Сніданок 07.30-08.00	Сирники 150г чи творог 5% фрукти та ягоди 200 г Ц/З хліб 30 г + авокадо до 60 г Кава чи чай 60 г + одна маленька цукерочка.
Обід 11.30-12.30	Запечена куряча грудка - 100 г Каша Артек – 150 г Овочі у салаті, заправлені оливковою олією -150-200 г
Перекус 15.30-16.00	Відварене яйце 1 шт + овочі (до 100 гр), наприклад огірок, морква.
Вечеря 18.30-19.30	Курка відварена (130 г) + Тушковані овочі на олії (200 г) (кабачок + цибуля + морква + помідор+ часник) <i>Можна потушити овочі разом з м'ясом.</i>

МЕНЮ НАДЕНЬ 4 ТА 10	
Сніданок 07.30-08.00	Омлет-скрембл з 2-х яєць. Салат або овочі порізані 150 г. Ц/З хліб 50 г + сир твердий до 60 г. Кава чи чай 60 г
Обід 11.30-12.30	Овочі у салаті, заправлена оливковою олією 250 г Запечена курятина 150 г Гречка відварена – 100 г
Перекус 15.30-16.00	Сухофрукти до 100 гр.
Вечеря 18.30-19.30	Гречана каша з грибами та овочами до 350-400 г

МЕНЮ НАДЕНЬ 5 ТА 11	
Сніданок 07.30-08.00	Сир кисломолочний 5% - 120-150 г + фрукти та ягоди 200 г + горішки 25 г Кава чи чай 60 г + одна маленька цукерочка) Ц/З хліб 50 г + сир твердий до 60 г
Обід 11.30-12.30	Овочі у салаті, заправлений олією 200 г Макарони – 100-150 г, м'ясо відварене чи запечене 50-100 г
Перекус 15.30-16.00	Грейпфрут чи апельсин 1 шт
Вечеря 18.30-19.30	Запечена риба 300-350 гр

МЕНЮ НАДЕНЬ 6 ТА 12	
Сніданок 07.30-08.00	Омлет у лаваші із овочами
Обід 11.30-12.30	Овочевий суп (200 мл) Каша Артек – 100 г, м'ясо відварене чи запечене 50-100 г Салат овочевий або мікс салату, заправлений оливковою олією – 150 г
Перекус 15.30-16.00	Будь-які фрукти, але не великі, наприклад 1 банан чи до 100 гр винограду.
Вечеря 18.30-19.30	Запечена курка (100 г) + з овочами на олії (200 г) Пюре картопляне 100 г

МЕНЮ НАДЕНЬ 7 ТА 13	
Сніданок 07.30-08.00	Вівсяна каша 150 г (заправити шматком вершкового масла) + додати ягоди чи фрукти 200 г + горіши 20 г Ц/З хліб 50 г + сир твердий до 60 г Кава чи чай 60 г + одна маленька цукерочка.
Обід 11.30-12.30	Овочевий суп (300 мл) з м'ясом та макаронами, можна на куриному бульйоні. <i>Головне дотримуємось порції.</i> Салат овочевий, заправлений оливковою олією– 150 г
Перекус 15.30-16.00	Грейпфрут чи апельсин, чи будь які не солодкі фрукти.1 шт
Вечеря 18.30-19.30	Куряче відварене філе 150 г Овочі у запеченому вигляді 250 г

МЕНЮ НАДЕНЬ 8 ТА 14	
Сніданок 07.30-08.00	1 яйце (глазуня, відварене, пашот) + овочі (свіжі, помідор+огірок) Ц/З хліб 30 г + авокадо до 60 г Кава чи чай 60 г + одна маленька цукерочка.
Обід 11.30-12.30	М'ясо 130 г Гречка – 100 г Салат овочевий або мікс салату, заправлений оливковою олією– 170 г
Перекус 15.30-16.00	Запечене яблуко + 1 ч.л. меду.
Вечеря 18.30-19.30	Салат з баклажанів 250-350 г + куряча грудинка (відварена чи запечена) 100-150 г